



東北人民政府教育部編譯

初級中學教科書

代數學

二三年級用

新華書店東北總分店發行

東北人民政府教育部編譯

初級中學教科書

代 數 學

二三年級用

新華書店東北總分店發行

出版者聲明

這一套中學自然科學教科書，包括算術、代數、平面幾何、物理、化學、動物、植物、人體解剖生理學、是根據蘇聯十年制中學的教科書翻譯的。爲了適合我國的情況，在校閱時作了必要的修改，所以說是編譯。

這套教科書的初中用部分於一九四九年下半年匆匆編譯，一九五〇年起在東北各地中學試用。由於時間和人力的不足，發生了不少錯誤與不妥之處。一九五〇年下半年，我們一面修改了初中用書，一面又編譯出版了高中用的一部分。時間和人力仍然很受限制，在校閱時仍然感到很多地方不能趕上原書的精彩，特別是在理論與實際結合一方面。

我們希望，各地教師同志和別的同志們，指正我們的錯誤，提供我們進一步修改的要點，幫助我們來把這套教科書修訂得更好。

東北人民政府教育部編審處

一九五〇年十二月

初中代數目錄

第一章 緒 論	(1)
I 代數符號與計算順序	(1)
1. 文字的使用 2. 代數式 3. 代數學的計算方法 4. 代數學的計算符號 5. 代數學的計算順序	
II 算術四則的性質	(9)
6. 加法 7. 減法 8. 乘法 9. 除法 10. 算術四則性質在代數中的應用舉例	
第二章 正負數及其四則	(17)
I 具有兩種相對意義的量——正負數	(17)
11. 例題 12. 一些具有相對意義的數量舉例 13. 正負數 14. 在數軸上數的表示	
II 正負數的加法	(22)
15. 例題 16. 兩個數的加法 17. 正負數加法法則的其他說法 18. 多個數的加法	
III 正負數減法	(26)
19. 例題 20. 兩個數的減法 21. 正負數減法法則 22. 正負數減法法則公式 23. 代數和與代數差 24. 比較正負數的數值	
IV 正負數加減法的主要性質	(32)
V 正負數乘法	(33)
26. 例題 27. 負數乘法 28. 正負數乘法法則 29. 三個數以上的乘法與乘積的符號 30. 負數乘方	
VI 正負數除法	(41)
31. 除法定義 32. 正負數除法法則 33. 被除數或除數爲“0”時	
VII 正負數乘法與除法的重要性質	(43)

第三章 整式、單項式、多項式與分式..... (48)

I 代數式的種類與性質..... (48)

35. 單項式與多項式 36. 係數 37. 多項式的性質 38. 同類項

II 單項式，多項式的加法與減法..... (53)

39. 單項式加法 40. 多項式加法 41. 單項式減法 42. 多項式減法 43. 展開帶有正負號的括號 44. 添置括號

III 單項式、多項式的乘法與乘方..... (58)

45. 單項式的乘法 46. 單項式的平方與立方 47. 多項式乘以單項式 48. 多項式乘多項式 49. 多項式的排列 50. 多項式乘法的排列 51. 多項式相乘積的最高項與最低項 52. 多項式相乘積的項數 53. 二項式乘法公式 54. 公式的應用 55. 二數和與二數差的立方公式

IV 單項式、多項式的除法..... (71)

56. 單項式的除法 57. 零指數 58. 單項式相除不能得整式的情形 59. 多項式除以單項式 60. 單項式除以多項式 61. 多項式除多項式 62. 多項式除法的排列 63. 多項式相除不能整除時的情形

V 因式分解..... (78)

64. 前言 65. 單項式的分解 66. 多項式的分解

VI 分式..... (83)

67. 分式與分數的區別 68. 分式的基本性質 69. 化分式的分子與分母為整式 70. 變分式的分子與分母的符號 71. 分式的化簡 72. 分式的通分 73. 分式的加法與減法 74. 分式的乘法 75. 分式的平方與立方 76. 分式的除法 77. 注意。

第四章 一次方程式..... (97)

I 方程式的共通性質..... (97)

78. 等式和它的性質 79. 恆等式 80. 方程式 81. 同值方程式 82. 方程式的第一種性質 83. 推論 84. 方程式的第二種性質 85. 推論 86. 用同一代數式乘或除方程式的兩邊 87.

增根

II 一元方程式.....(107)

88. 解一元一次方程式 89. 方程式的組成 90. 文字方程式

III 一次聯立方程式.....(114)

二元一次聯立方程式

91. 例題 92. 二元一次方程式的標準式 93. 二元一次方程式的不定性 94. 二元一次聯立方程式 95. 代入法 96. 加減法 97. 文字係數的聯立方程式

三元一次聯立方程式

98. 三元一次方程式的標準式 99. 兩個或一個三元一次方程式的不定性 100. 三元一次聯立方程式 101. 代入法 102. 加減法 聯立方程式的幾種特殊形式

103. 已知方程式裡有不合全部未知數的方程式 104. 未知數僅含在分式 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$之內時 105. 用加減法較為方便的特例

第五章 開方.....(133)

I 方根的基本性質.....(133)

106. 方根的定義 107. 算術根 108. 代數根 109. 積的開方, 乘方的開方, 和分數的開方

II 數的開平方.....(138)

111. 求小於 10000 而大於 100 的整數的平方根 112. 求大於 10000 的整數的平方根 113. 整數根的位數

III 求平方根的近似值.....(146)

114. 不能得出正確根的兩種情況 115. 誤差小於 1 的近似根

116. 誤差小於 $\frac{1}{10}$ 的近似根 117. 誤差小於 $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ 等等的近似根 118. 普通分數開平方

第六章 二次方程式.....(155)

119. 例題 120. 二次方程式的標準式 121. 不完二次方程式的解法 122. 完全二次方程式的解法 123. 二次方程式根的公式(一)

(24. 二次方程式根的公式(二) 125. 係數 b 爲偶數時, 公式

(2) 的形式; 126. 二次方程式根的個數,

練習答案.....(167)

第一章 緒 論

I 代數符號與計算順序

1. 文字的使用 學習算術時我們已經看到，所有的數，它們之間除了所代表的數量不同以外，它們的性質却是相同的。並且在演算中也可以看出，數與數之間還存在着一定的關聯。現在我們進行代數學，首先便把這二種性質，使用代數符號、即文字，顯示出來。所以我們說：

(a) 爲了表示數的共同性質； 例如，使用文字可以把我們已經知道的，『乘數的位置互換，其積不變』，這一適合任何數的事實，簡明地表達出來；即，以文字 a 代表一個乘數， b 代表另一乘數，便可以寫成下面的等式：

$$a \times b = b \times a ;$$

或者寫得更簡單些，

$$ab = ba.*$$

從這裡可以明顯地看出，文字 a 或 b 所代表的可以是任何的兩個數；而不像數字 3 或 5 祇是兩個特殊的數值。

代數學普通使用的文字是拉丁文（或法文）字母。

(b) 爲了組成計算式子——用它表示在演算中，在已

*註 代數學中規定在並列的兩個文字中間，或文字與數字中間，若無任何計算符號，即表示相乘的意思。

知的條件下，數與數之間的一定關聯。

譬如習題：求 520 的 3% 是多少？我們都知道它的解法，

$$520 \text{ 的 } 1\% \text{ 是 } \frac{520}{100},$$

$$520 \text{ 的 } 3\% \text{ 是 } \frac{520}{100} \times 3 = 5.2 \times 3 = 15.6.$$

如果我們使用文字，就可以簡括地把這種事實，即，由已知百分率求任何數的百分數之演算，表達出來：

設 a 代表任何數，

$p\%$ 代表百分率；

那麼，它的計算式子便可以寫成，

$$a \times p\%.$$

我們再舉個實例：算術上的分數乘法法則是這樣寫的：『分數乘分數，要使分子與分母分別相乘，然後，分子的相乘積除以分母的相乘積』。若使用文字，我們便可以非常簡明地將這一法則表達出來，即，

以文字 $\frac{a}{b}$ 代表任一分數，

$\frac{c}{d}$ 代表另一分數；

則分數乘法法則便可以寫成：

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

同樣地，也可以寫出分數除法法則來，即，

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

這裡，從這兩個用文字及計算符號構成的等式，可以

把分數乘法與除法的法則完好地表示出來了。如果我們同樣地把前面第一個例題，即，由已知百分率求任何數的百分數，所寫成的式子 $a \times p\%$ ；再用 x 代表算得的百分數值，則也可以寫做等式， $a \times p\% = x$ ；或，

$$x = a \times p\% .$$

因而，類似這些用文字與計算符號來表達數與數之間的某種一定關聯之等式或不等式，我們都叫它做公式。

很明顯的，公式在我們學習中的應用是非常廣泛的；我們這裡舉出幾個實例：

若用同一長度單位測量矩形的底與高，並以 h 代表它的高而 b 代表底時，便可以得出求矩形面積 S 的公式；

$$S = bh.$$

面積 S 的單位，是用以測量底、高長度單位的平方。

同樣地，使用相同意義的文字，可以得到求三角形的面積公式：

$$S = \frac{1}{2}bh.$$

在物理學中，計算某種物質的比重；可取其重量為 p 克之物體，測得其體積為 v 立方厘米，則該物體比重 d 即為，

$$d = \frac{p}{v} \text{ 克/立方厘米。}$$

我們獲得了求任一物體比重的公式。

2. 代數式 用文字（或數字與文字）以計算符號連接起來的式子，叫做代數式。——為了方便，代數式常

常簡稱做式或式子。

例如： $a \times p\%$ ； ab ； $2x+1$ ；……都是代數式。

計算代數式的數值——即將文字所代替的數值代入代數式中，進行演算；所得的得數，便叫做該代數式的值。

如

$$a=520, \quad p=3,$$

則代數式 $a \times p\%$ 的數值等於

$$520 \times 3\% = 5.2 \times 3 = 15.6.$$

3. 代數學的計算方法——共有以下各種：加、減、乘、除、乘方與開方。前四種算法，與我們在算術中所學過的相同，第五種、乘方，這裡可以作個簡單的說明。

乘方是乘法中的一種情形，是幾個相同的數互相連乘的乘法；其所得的乘積叫做乘方。用來表示相同乘數的個數叫做指數，而自乘的數便叫做底數。若是相同的二個數相乘，其乘積就叫該數的二乘方；若相同的三個數連乘，其乘積叫做該數的三乘方；餘可類推。例如，

5 的二乘方是 5×5 的相乘積，即 25。

$\frac{1}{2}$ 的三乘方是 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ 的連乘積，即 $\frac{1}{8}$ 。

而任何數的一乘方，仍是原數。

有時，二乘方又叫平方，三乘方又叫立方；它的道理是這樣的；如果 a 代表的是某一長度，則 $a \times a$ 恰是邊長為 a 的正方形的面積，亦即，原來使用之長度單位的平方。同樣， $a \times a \times a$ 又恰是長、寬、高為 a 的正立方體的體積，即原來使用之長度單位的立方了。

關於第六種的開方，我們留到後面再予敘說。

4. 代數學的計算符號 代數學中表示加、減、乘、除四種算法的符號，與在算術中的相同。祇是在兩個文字乘數中間，或其中一個是文字時，乘號可以不寫，例如， $a \times b$ 可以寫成 $a \cdot b$ 或是 ab 。

除法則使用除號 $\div$ 與除線 $\overline{\hspace{1cm}}$ ，例如， $a \div b$ 及 $\frac{a}{b}$ 都表示 a 除以 b 。

乘方的寫法，即，把指數寫在底數的右上角；例如， 3^4 （讀做3的四乘方），但也可以寫成 $3 \times 3 \times 3 \times 3$ 。

我們知道任何數的一乘方仍是原數，所以，對不帶指數的任何數，都可以知道它的指數是1；例如， a 也可以寫做 a^1 。

兩個相等的式子，用“=”表示。不等式用“>”表示，把尖端指向小的數。如，

$$5+2=7. \quad 5+2<10; \quad 5+2>6.$$

亦即， $5+2$ 等於7。 $5+2$ 小於10； $5+2$ 大於6。

5. 代數學的計算順序 仍然與在算術裡面，先作高級算法的計算順序是一致的。所以在代數學中的計算順序是：首先乘方與開方，然後再乘除，最後是加減。

如代數式 $3a^2b - \frac{b^3}{c} + d$ ，演算時：首先進行乘方（ a 的二乘方與 b 的三乘方），然後乘除（3乘 a^2 所得的結果再乘 b ； b^3 除以 c ），最後計算加減（ $3a^2b$ 減去 $\frac{b^3}{c}$ 後，再加

d)。

如果我們想把某一代數式的計算順序加以特殊的指定，則可以使用括號。括號表示着在它裡面的數字必須先作計算。

例如， $5+7\times 2$ 與 $(5+7)\times 2$ 是完全不相同的；因為， $5+7\times 2=5+14=19$ ；而 $(5+7)\times 2=12\times 2=24$ 。同樣的道理，若是寫成 $(a+b)c-d$ ，便必須先把 a 加上 b ，然後乘以 c ，最後從乘得的數中再減去 d 。

如果在一個括號裡面的式子，還有特殊指定的計算順序時，則需要使用更多的括號，而先對最內的括號裡面的數字作計算，例如， $a\{b-[c+(d-e)]\}$ ，則必須先從減 d 減 e ，所得的差加 c ，再由 b 中減此和數，最後是用 a 乘所得的差數。

普通使用的括號，讀做：“()”圓括號或小括號，“[]”方括號或中括號，“{ }”花括號或大括號。它們的使用排列，通常是先解圓括號內的數，然後方括號內的，最後是花括號內的數。

作完括號內的演算，則去掉括號；或叫做展開括號，例如，

$$5\{24-2[10+2(6-2)-3(5-2)]\}$$

先展開圓括號，

$$5\{24-2[10+2\times 4-3\times 3]\}$$

再展開方括號，

$$5\{24-2\times 9\}$$

最後，展開花括號，

$$5\times 6=30。$$

練 習

1. 正方形的一邊等於 a 公尺；問其周長和面積應如何表示？
2. 若正立方體的一個稜長 m 厘米，問其面積和體積應如何表示？
3. 矩形的長等於 a 公尺，但寬較長短 d 公尺，問其面積應如何表示？

4. 某二位數其十位數字為 x ，個位數字為 y 。問此數應如何表示？

5. 在三位數內百位數字為 a ，十位數字為 b ，個位數字為 c ，問此數應如何表示？

6. 混合兩種茶，第一種茶取 a 公斤，第二種茶取 b 公斤，第一種茶每公斤價 m 圓，第二種每公斤價 n 圓，問每公斤混合茶的價值，應如何表示？

7. 用代數符號寫出：(1) 二數 x 與 y 的平方和；(2) 它們的平方和的平方；(3) 它們的平方積；(4) 它們的積的平方；(5) 二數 a 與 b 的和與差的相乘積；(6) 二數 m 與 n 的和被其差除（用“+”號與除錢兩種方式表示）。

8. 設 $a=20$, $b=8$ 及 $c=3$ ，計算以下各式：

(1) $(a+b)c$; (2) $a+bc$; (3) $(a+b)a-b$;

(4) $(a+b)(a-b)$; (5) $(a+b)+c$; (6) $\frac{a+b}{b-c}$;

9. 寫出用 $x+y$ 與 $x-y$ 代替 $3ab$ 式中的 a 與 b 所得出的代數式。

歷 史 資 料

代數學的原字 Алгебра ，來源於“ Аль-джебр ”，它是第九世紀時阿爾藉立士米 (Alchwarizmi) 所著『代數學』書名的第一個字。阿氏生於赫列斯城，現屬蘇聯的烏茲別克共和國，亦即古代阿剌伯

的黑瓦城。

阿氏『代數學』書名全文是 “Альджебр Ш Альмукабала” (意即：還原與對消)。在這一著作裡面，已經說到了方程式的運算方法。

代數這個名詞的字義，到學習過方程式後，便可明瞭。

1591年法國數學家韋達 (Franciscus Vieta) 首先使用文字代表數；其後，法國著名的哲學家 and 數學家笛卡兒 (Rene' Descartes 1596—1650)，更廣汎地應用了文字。

現在，代數學中所用的符號，是來自各個時代，各種不同的數學著述中。在最初，則是寫一個字，甚至是一句話，用做運算符號，在實際應用上，爲了使運算迅速，於是經常使用的文句，逐漸地改成單字，一直至寫成簡字；這樣，經過了很長的時期，才發展到用特別的記號作爲計算符號。到了現在，則是廣汎應用符號的時代。

加減法的符號 “+” 與 “-”，發現於德國數學家韋德曼 (Widmann) 的著述內 (1489)。不過，在韋代以前，意大利的大畫家和建築家梁那多達文西 (Leonardo-da-Vinci)，在他的作品中，已曾用過同樣的符號。

等號 “=” 則是英國數學家列高得 (Recorde) 於1557年所創；正如他所說的：再沒有任何記號能比等長的兩條綫段表示得更爲恰當。1631年英國數學家哈利奧特 (Harriot) 創出不等號 “>” 及 “<”，並且使用 “.” 表乘號。

括號 “()”, “[]” 及 “{ }” 首先發現於法國數學家季拉爾 (Girard) 的作品中 (1629)。

並且，這些數學符號，也並不是一經發現便能够普遍應用，有些書籍還是繼續延用一部份舊的方式或符號。現行的數學符號，可以說是在十八世紀末葉才算完全確定了，關於這件工作，偉大的英國數學家和物理學家牛頓 (Isaac Newton, 1642-1727) 的著作，起了很大的影響。

II 算術四則的性質

算術裡的加、減、乘、除的主要性質，在代數學中經常要應用的。下面，我們敘述的時候，並使用文字寫成公式，把這對於任何數都適合的共同性質，簡括地表達出來。

6. 加法

(a) 交換加數的位置，其和不變。——加法交換律。

如，

$$3+8=8+3; \quad 5+2+4=2+5+4=4+2+5.$$

寫成公式，

$$a+b=b+a; \quad a+b+c+\cdots=b+a+c+\cdots$$

$$=c+a+b+\cdots. \quad (\cdots \text{表示其他的加數}).$$

(b) 若干個數相加，可任意結合，然後將和相加，其結果不變。——加法結合律。如

$$3+5+7=3+(5+7)=3+12=15;$$

$$4+7+11+6+5=7+(4+5)+(11+6)$$

$$=7+9+17=33.$$

寫成公式，

$$a+b+c=a+(b+c)=b+(a+c)^*$$

加法的這種性質也可以這樣說，加數可以任意結成小組。

* 註 可以使用更多的文字，更加擴充公式的普遍性，如

$$a+b+c+d+e=a+(b+c)+(d+e)=b+(a+d)+(c+e)$$

$$=c+(b+e)+(a+d)=\cdots$$

(B) 向某數加幾個數之和，可用單個加數逐一相加。

如

$$5 + (7 + 3) = (5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15.$$

寫成公式，

$$a + (b + c + d + \dots) = a + b + c + d + \dots$$

7. 減法

(a) 從某數減幾個數之和，可以逐一減去各個數。如

$$20 - (5 + 8) = (20 - 5) - 8 = 15 - 8 = 7.$$

寫成公式，

$$a - (b + c + d + \dots) = a - b - c - d - \dots$$

(b) 向某數加二數之差，可以向該數加被減數，然後減去減數。如

$$8 + (11 - 5) = 8 + 11 - 5 = 14.$$

寫成公式，

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

(B) 某數減二數之差，可以向該數先加上減數，然後再減去被減數。如

$$18 - (9 - 5) = 18 + 5 - 9 = 14.$$

寫成公式，

$$a - (b - c) = a + c - b.$$

8. 乘法

(a) 交換乘數的位置，其積不變——乘法交換律。

如，

$$4 \times 5 = 5 \times 4; \quad 3 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 5 = 5 \times 3 \times 2.$$