"九五"教育部重点课题研究成果

素质教育新教案 乙种本

素质教育新教案

（根据人民教育出版社最新教材编写）

全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组 编

代数

高中下册

西苑出版社
XI YUAN PUBLISHING HOUSE

素质教育新教案

代　　数

高中下册

全国知名中学科研联合体实施素质
教育的途径与方法课题组　编

西苑出版社

图书在版编目(CIP)数据

素质教育新教案·代数:高中下册/全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组编. - 北京:西苑出版社,2000.7

ISBN 7 - 80108 - 328 - 8

Ⅰ.素… Ⅱ.全… Ⅲ.代数课 - 教案(教育) - 高中 Ⅳ.G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 38530 号

代　　数

高中下册

编　　者	全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组
出版发行	西苑出版社
通讯地址	北京市海淀区阜石路 15 号　邮政编码 100039
	电 话　68173419　　传 真　68247120
网　　址	www.xycbs.com　　E - mail aaa@xycbs.com
印　　刷	北京市王史山胶印厂印刷
经　　销	全国新华书店
开　　本	787×1092 毫米 1/16　印张 13
印　　数	1—10000 册，字数 249 千字
	2000 年 7 月第 1 版　2000 年 7 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 7 - 80108 - 328 - 8/G·102

定　价:14.00 元

(凡西苑版图书有缺漏页、残破等质量问题本社负责调换)

编 委 会 名 单

编写说明

全国第三次教育工作会议的召开，发出了深化改革，全面推进素质教育，大力培养21世纪所需要的，具有民族精神、创新能力的高素质人才的号召，以适应新世纪科学技术和知识经济发展的需要。这种形势对我国中小学教育提出了更高的要求。1980年以来，我国教育部门倡导实施素质教育并已经做了不少工作，但在适应新世纪国际竞争的需要，实现科教兴国战略方针，振兴中华民族的伟大目标上，还有很多工作要做。因而，积极、自觉、大力探索实施素质教育的途径与方法，已经成为我国教育界及全社会的共同行动。

实施素质教育的主渠道在课堂，实施素质教育的关键在教师。这是教育界的普遍共识。不过，更具建设性的问题是，教师如何通过教案的准备和设计，在课堂教学中渗透素质教育的观念，培养21世纪知识经济时代所需要的人才？

为此，全国知名中学科研联合体在承担的“九五”教育部重点课题“重点中学实施素质教育的途径和方法”研究的基础上，组织了全国数十所重点中小学和科研单位从事素质教育研究和实验的科研人员、特级教师和高级教师组成《素质教育新教案》编委会，依据人教版九年义务制中小学统编教材编写一套新教案，为广大教师在课堂这个主渠道上，具体实施素质教育提供一个新的操作框架。

《素质教育新教案》丛书是“实施素质教育的途径与方法”课题的重要阶段成果。它是一套充满时代精神、有着强烈实践意义和科研意义的教学设计成果。同时也是我们为落实全国教育工作会议精神，促进基础教育战线素质教育工作的研究与实践，所做的尝试和抛砖引玉。并以此与全国各地教师创造一个互相交流的条件，进而听取多方意见，吸取大家的宝贵经验。本套丛书具有以下几个特点：

1. **理论上突出创新能力和实践能力**。素质教育的核心是培养学生的创新能力和实践能力，编写过程中，在渗透相关素质教育观念的同时，重点突出每学科每一课中的教学点上，对学生创新和实践能力的训练和提高。

2. **操作上突出现实性**。结合中国的实际情况和学生的基本状况，根据21世纪的需要具体设计教学方案，使之既符合中国的具体情况，又符合未来的需要。

3. **内容上反映最新成果**。本教案的编写力求在充分理解教育部《面向21世纪教育振兴行动计划》和《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》基本精神的基础上，结合中小学课程教材改革最新进程，总结倡导素质教育以来的主要成果。

4. **使用上突出方便性**。出版形式分为甲、乙两种版本。甲种版为豪华版，每学年为一册，并配有光盘（一节素质教育示范课）。活页装订，并配讲义夹套装，使用方便；乙种版为普通版，每学期为一册。

5. **技术上突出现代化教学手段**。为使教师通过声像图文立体媒介理解教案，我们为每本教案附二张教学示范指导光盘（每学期一张），光盘具有兼容性，既能在计算机

上使用，又能在 VCD 机上演示。

但是，由于时间仓促，水平有限，特别是目前教育界正处于一个从应试教育向素质教育的转型期，我们的“重点中学实施素质教育的途径与方法”的课题研究还在进行之中，所以，这套《素质教育新教案》丛书不免还有旧的教学模式的影子，新意尚嫌不足。究竟每学科、每节课素质教学目标该如何确立；教学内容、结构、教学方法、手段该如何筛选设置；学生活动该怎样组织安排等等，还存在很多问题，有待我们去思考、推敲、实践、解决。我们组织编写本教案的目的就是为广大教师进行课堂素质教学提供一种参考，而不是一种规范；这是对教学方法的研究，而不是对教学流程的固化。所以，我们通过此套教案，促进研讨，边实践边总结，广泛听取意见，把我们大家都很关心的而且又是我们还没最后完成的素质教育课题完成得更好。

本丛书涉及到中学的语、数、外、政、史、地、理、化、生九个学科；小学的数、语二个学科。

这套丛书的读者对象，首先是有关学科的教师，其次是主管教学工作的领导以及开展素质教育科研工作的同志。此外，对受教育的中小学生和关心孩子成长的家长来说，也是不可多得的良师益友。

值得一提的是，在这套丛书编写过程中得到了科联体成员校领导的大力支持，特别是得到了中央教科所基础教材研究中心的至诚指导和帮助，并且由他们作审定工作。这对本丛书的质量和顺利出版起到了保证作用。在此，一并表示谢意。

全国知名中学科研联合体
“实施素质教育的途径与方法”课题组
2000 年 7 月

目　　录

教师备注

第五章　不等式

§5.1　不等式的概念和性质

一、教育目标

（一）知识教学点：了解不等式的概念，掌握并能熟练表示实数的运算性质与大小顺序间的关系，掌握不等式的性质．

（二）能力培养点：转化的能力（通过将判断两数或式的大小归结为判断差 $a-b$ 的符号培养学生转化的能力），抽象概括能力（在不等式的五个性质及三个推论的分析论证过程中培养学生的抽象概括及推理论证能力）．

（三）学科渗透点：通过感受和学习不等式知识认识到不等关系是刻划现实世界客观对象之间联系的一种绝对关系（即不等关系是绝对的，相等关系是相对的），由此培养学生辩证唯物的思想；在寻求和构造反例说明某些关系或式子不成立的过程中培养学生坚韧不拔的意志品质和求简求真的意识．

二、教材分析

1. 重点：比较两个实数大小的性质，不等式的五条性质和三条推论．
2. 难点：不等式的性质及其证明．
3. 疑点：不等式的性质中的推出关系（充分条件）和等价关系（充要条件）的区别、判定．

三、活动设计

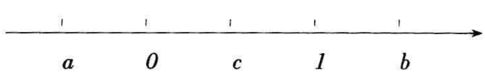
1. 学生活动：分组讨论、寻求和构造反例，辨析论证，练习．
2. 教具：投影仪．

四、教学过程

1. 复习

（1）不等式的定义：用不等号（$>,<,\geqslant,\leqslant,\neq,\ngtr,\nless$）连结两个代数式的式子叫做不等式．

（2）请根据图示比较 a、b、c 的大小关系



2. 不等式的分类

观察下列不等式

$a+2>a+1$　①

$a^2+3>3a$　②

$3x+1<2x+6$　③

$x^2<a$　④

（1）象①与②、③与④这样的两个不等式叫做同向不等式；如①与③这样的两个不等

教师备注

式就是异向不等式.

(2)如果不论用什么实数代替不等式中的字母都能够成立的不等式叫做绝对不等式;如果只有用某些范围内的实数代替不等式中的字母才能够成立的不等式叫做条件不等式.上列四个不等式中,哪些是绝对不等式?哪些是条件不等式?

(①、②是绝对不等式,③、④是条件不等式).

3. 两个实数大小的比较

实数可以比较大小.在数轴上,两个不同的点 A 与点 B 分别表示两个不同的实数 a 与 b,右边的点表示的数比左边的点表示的数大.从实数减法在数轴上的表示可以看出 a,b 间具有以下性质:

如果 $a-b$ 是正数,那么 $a>b$;如果 $a-b$ 是负数,那么 $a<b$;如果 $a-b$ 等于零,那么 $a=b$,反过来也对,这就是说:

(1) $\boxed{\begin{array}{l} a-b>0\Leftrightarrow a>b \\ a-b=0\Leftrightarrow a=b \\ a-b<0\Leftrightarrow a<b \end{array}}$

(2)小结:引导学生总结得出方法性结论:

要比较两个数的大小,只要考察它们的差与零的关系即可.

(3)巩固训练(学生尝试训练,教师点拨小结)

①比较 $(x+1)(x+2)$ 与 $(x-3)(x+6)$ 的大小:

解: $\because\ (x+1)(x+2)-(x-3)(x+6)$

$=(x^2+3x+2)-(x^2+3x-18)$

$=20>0$,

$\therefore\ (x+1)(x+2)>(x-3)(x+\cancel{18}6)$.

②已知 $x\neq 0$,比较 $(x^2+1)^2$ 与 x^4+x^2+1 的大小:

解: $\because\ (x^2+1)^2-(x^4+x^2+1)$

$=x^4+2x^2+1-x^4-x^2-1$

$=x^2$

由 $x\neq 0$,得 $x^2>0$,从而

$$(x^2+1)^2>x^4+x^2+1$$

〔结语:作差→变形→判断〕

4. 不等式的基本性质

(1)问题:如果 $a>b$,那么 $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 哪个大?

在学生分析讨论的基础上,逐步提出分类讨论:

当 $a>b>0$ 时 $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$;

当 $a>0>b$ 时 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$;

当 $0>a>b$ 时 $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$

(2)不等式的基本性质

①定理 1: $a>b\Leftrightarrow b<a$(对称性)

当 $a>b$ 时, $a>b\Rightarrow a-b>0\Rightarrow -(a-b)<0$

$\Rightarrow b-a<0\Rightarrow b<a$;

教师备注

当 $b<a$ 时，$b<a\Rightarrow b-a<0\Rightarrow -(b-a)>0$

$\Rightarrow a-b>0\Rightarrow a>b$

$\therefore\ a>b\Leftrightarrow b<a$.

教师点评："实数 a、b 的大小"与"$a-b$ 与零的关系"是证明不等式性质的基础；定理 1 亦称不等式的对称性．

证明：$a>b\Leftrightarrow a-b>0$

$\Leftrightarrow -(a-b)<0$（正数的相反数是负数）

$\Leftrightarrow b-a<0$

$\Leftrightarrow b<a$

②定理 2：$a>b,b>c\Rightarrow a>c$（传递性）

证明：$\left.\begin{matrix}a>b\Rightarrow a-b>0\\ b>c\Rightarrow b-c>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow (a-b)+(b-c)>0$（两个正数的和仍为正数）

$\Leftrightarrow a-c>0$

$\Rightarrow a>c$.

教师点评：定理 2 还可表示为 $c<b,b<a\Rightarrow c<a$；定理 2 亦称不等式的传递性；当 $a>b,a>c$ 时，不一定有 $b>c$ 成立．

5. 不等式的运算性质

(1)定理 3：$a>b\Rightarrow a+c>b+c$

证明：$a>b\Rightarrow a-b>0$

$\Rightarrow (a+c)-(b+c)>0$

$\Rightarrow a+c>b+c$

教师点评：定理 3 是移项法则的依据，由定理 3 可得出

推论 1：$a+b>c\Rightarrow a>c-b$

由学生说出论证过程．

推论 2：$a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$

由学生独立完成证明

注意：

定理 3 及其推论 1 的逆命题成立；

推论 2 的逆命题不成立．

学生活动：证明定理 3 及其推论 1，构造反例说明推论 2 的逆命题不成立．

(2)定理 4：$\left.\begin{matrix}a>b\\ c>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow ac>bc$；$\left.\begin{matrix}a>b\\ c<0\end{matrix}\right\}\Rightarrow ac<bc$

证明：

$\left.\begin{matrix}a>b\Rightarrow a-b>0\\ c>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow (a-b)c>0$（同号相乘积为正数）

$\Rightarrow ac-bc>0$

$\Rightarrow ac>bc$

学生活动：①训练——证明另一个命题；

②质疑——定理 4 的逆命题是否成立．

教师点评：①定理 4 的逆命题不成立；

②进一步还推得

教师备注

推论 1:$\left.\begin{matrix}a>b>0\\c>d>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow ac>bd$

推论 2:$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n(n\in Z$ 且 $n>1)$

探索质疑:①对推论 1,仅有 $a>b,c>d$,不足以推出 $ac>bd$(学生构造反例);

②对推论 2,仅有 $a>b>0$,而没有条件"n 为大于 1 的整数"时也不能推出 $a^n>b^n$(学生构造反例).

(3)定理 5:$a>b>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}(n\in Z$ 且 $n>1)$

①直观分析:已知幂函数 $y=x^{\frac{1}{n}}(n\in Z$ 且 $n>1)$在第一象内 y 的值随 x 的值的增大而增大,因此应该有:

当 $a>b>0$ 时 $a^{\frac{1}{n}}>b^{\frac{1}{n}}$,即$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$.

②数学论证:用反证法

假设$\sqrt[n]{a}$不大于$\sqrt[n]{b}$,则$\sqrt[n]{a}\leqslant\sqrt[n]{b}$.

当$\sqrt[n]{a}<\sqrt[n]{b}$时 $a<b$;

当$\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{b}$时 $a=b$.

这都与 $a>b$ 矛盾,所以$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$

③归纳小结:

当 $a\geqslant0,b\geqslant0,n\in N$ 且 $n\geqslant2$ 时

$a^n>b^n\Leftrightarrow a>b\Leftrightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$

6. 不等式性质的简单应用(出示投影)

从以下各题中选出正确的答案

(1)若 $a,b\in R$,且 $a>b$,则(　　)

(A)$a^2>b^2$　(B)$\frac{b}{a}<1$　(C)$\lg(a-b)>0$　(D)$(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$

(2)若 $a>b,c<d$,则(　　)

(A)$a+c>b+d$　(B)$a+c<b+d$

(C)$a-c>b-d$　(D)$a-d>b-c$

(3)当 $a<0,-1<b<0$ 时,a、ab、ab^2 的大小顺序是(　　)

(A)$a<ab<ab^2$　(B)$ab^2>ab>a$

(C)$ab<a<ab^2$　(D)$ab>ab^2>a$

(4)角 α、β 满足 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$,则 $\alpha-\beta$ 的范围是(　　)

(A)$-\pi<\alpha-\beta<0$　(B)$-\pi<\alpha-\beta<\pi$

(C)$-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<0$　(D)$-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$

(答案:D.C.D.A.)

7. 智能训练

(1)设 $2<a\leqslant5,3\leqslant b<10$,求 $a+b,a-b,\frac{a}{b}$的范围.

解:∵ $2<a\leqslant5,3\leqslant b<10$,

∴ $2+3<a+b<5+10$,即 $5<a+b<15$.

又 ∵ $-10<-b\leqslant-3$,

∴ $2-10<a-b\leqslant5-3$,即 $-8<a-b\leqslant2$.

教师备注

由 $3 \leqslant b < 10$ 知 $\frac{1}{10} < \frac{1}{b} \leqslant \frac{1}{3}$

$\therefore \quad \frac{1}{5} < \frac{a}{b} \leqslant \frac{5}{3}$

教师点评：同向不等式两边分别相加，不等式仍成立，但不能两边相减．

(2)已知 $a \geqslant 1$，试比较 $M=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ 与 $N=\sqrt{a}-\sqrt{a+1}$ 的大小．

解：$M-N=\dfrac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}-\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}$

$=\dfrac{\sqrt{a-1}-\sqrt{a+1}}{(\sqrt{a+1}+\sqrt{a})(\sqrt{a}+\sqrt{a-1})}<0$　　？

$\therefore \quad M<N.$

教师点评：分子有理化的技巧；作商比较亦可．

△(3) $a,b\in R^{+}$，当 $n\in N$ 且 $n\geqslant 2$ 时，试比较 $a^{n}+b^{n}$ 与 $a^{n-1}b+ab^{n-1}$ 的大小．

解：$(a^{n}+b^{n})-(a^{n-1}b+ab^{n-1})=(a-b)(a^{n-1}-b^{n-1})=\triangle$

当 $a>b>0$ 时 $a^{n-1}>b^{n-1}$，此时 $\triangle>0$；

当 $0<a<b$ 时 $a^{n-1}<b^{n-1}$，此时也有 $\triangle>0$

故当 $a\neq b$ 时　$a^{n}+b^{n}>a^{n-1}b+ab^{n-1}$

当 $a=b$ 时　$a^{n}+b^{n}=a^{n-1}b+ab^{n-1}$

8. 总结

结合板书进行小结：

$a>b \Leftrightarrow a-b>0$ $a=b \Leftrightarrow a-b=0$ $a<b \Leftrightarrow a-b<0$	不等式的性质 (5 个定理 3 个推论)

↓

不等式的证明 解不等式

五、布置作业

(1)(课本 P.2 中 2.)已知 $a\neq 0$，比较 $(a^{2}+\sqrt{2}a+1)(a^{2}-\sqrt{2}a+1)$ 与 $(a^{2}+a+1)\times(a^{2}-a+1)$ 的大小．

(两式作差得 $-a^{2}$，所以 $(a^{2}+\sqrt{2}a+1)(a^{2}-\sqrt{2}a+1)<(a^{2}+a+1)(a^{2}-a+1)$)

(2)(课本 P.2 中 3.)比较 $(\frac{n}{\sqrt{6}}+1)^{3}-(\frac{n}{\sqrt{6}}-1)^{3}$ 与 2 的大小 $(n\neq 0)$.

(两式作差运算得 n^{2}，所以 $(\frac{n}{\sqrt{6}}+1)^{3}-(\frac{n}{\sqrt{6}}-1)^{3}>2$)

△(3)若 $a,b\in R^{+}$，求证 $a^{a}b^{b}\geqslant(ab)^{\frac{a+b}{2}}$

(提示：不妨设 $a\geqslant b$，则 $\frac{a}{b}\geqslant 1$ 且 $a-b\geqslant 0$，由 $a-b\geqslant 0$，

教师备注

由$\dfrac{a^a b^b}{a^{\frac{a+b}{2}} b^{\frac{a+b}{2}}} = a^{\frac{a-b}{2}} b^{\frac{b-a}{2}} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{a-b}{2}} \geqslant 1$ 得 $a^a b^b \geqslant (ab)^{\frac{a+b}{2}}$)

六、板书设计

5.1 不等式的概念和性质

复习	两个实数大小的比较	智能训练
		(1)
		(2)
	不等式的基本性质	(3)
不等式的分类	定理 1	
	定理 2	
	不等式的运算性质	
	定理 3	
	推论 1	
	推论 2	
	定理 4	
	推论	
	定理 5	

说明:本教案设计计划用 2 课时实施 .

§5.2 不等式的证明(1)——比较法

一、教育目标

(一)知识教学点:认识比较法证明不等式的理论依据,会用比较法证明不等式 .

(二)能力培养点:通过作差式或商式,在变形过程中培养学生对“式”、“字母”的推理论证技巧和概括能力 .

(三)学科渗透点:模式识别意识——通过对比较法的一般步骤:差比法(作差→变形→判断等号),商比法(作商→变形→判断与数 1 的大小关系)的训练培养学生针对具体问题识别相应策略模式,进而选用相应方法的能力;分类讨论的意识——当差或商式中含有字母时,需对字母的取值进行讨论,由此培养学生科学认识观 .

二、教材分析

1. 重点:比较法证明不等式的一般步骤 .

2. 难点:(1)对差式或商式的变形技巧;

(2)当差式或商式中含有字母时对字母的分类讨论 .

3. 疑点:对商比法,仅由$\dfrac{a}{b} > 1$ 不足以推出 $a > b$,这是使用商比法应注意的问题 .

教师备注

三、活动设计

1. 学生活动：尝试练习，质疑讨论，比较解法优劣．

2. 教具：投影仪．

四、教学过程

1. 复习

(1)问题：$(a-b)^2\geqslant 0$ 可以推出哪些结论？

$((a-b)^2\geqslant 0\Leftrightarrow a^2-2ab+b^2\geqslant 0$

$\Leftrightarrow a^2+b^2\geqslant 2ab$

$\Rightarrow (a+b)^2\geqslant 4ab$ 等等)

(2)点题：

$a>b\Leftrightarrow a-b>0$ 即要证明 $a>b$，只要证明 $a-b>0$，这种证明不等式的方法叫做(求差)比较法．

(3)质疑：根据不等式的性质，要证明 $a>b$，除可以证明 $a-b>0$ 外，还能否采用其它方法？

学生回答：$\left.\begin{matrix}\dfrac{a}{b}>1\\ b>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow a>b$

或 $\left.\begin{matrix}\dfrac{b}{a}<1\\ b<0\end{matrix}\right\}\Rightarrow a<b$

教师点评：象这样用求商的方法判断 a 与 b 的大小关系的方法叫做(求商)比较法．

2. 基本问题

例 1. 求证 $x^2+3>3x$

证明：$\because\quad (x^2+3)-3x$

$=x^2-3x+(\frac{3}{2}^2)-(\frac{3}{2}^2)+3$

$=(x-\frac{3}{2})^2+\frac{3}{4}-\frac{3}{4}>0$

$\therefore\quad x^2+3>3x.$

例 2. 已知 $a,b\in R^+$ 且 $a\neq b$，求证：$a^3+b^3>a^2b+ab^2$

证明：$\because\quad (a^3+b^3)-(a^2b+ab^2)$

$=a^2(a-b)+b^2(b-a)$

$=(a-b)^2(a+b)>0$

$\therefore\quad a^3+b^3>a^2b+ab^2.$

教师点评：(1)差比法的基本步骤：作差→变形→判断；

(2)此题可进一步变形为：

已知 $a,b\in R^+$　且 $a\neq b$，求证

①$a^4+b^4>a^3b+ab^3$

②$a^5+b^5>a^4b+ab^4$

③$a^5+b^5>a^3b^2+a^2b^3$

(由学生自己完成证明过程)

教师备注

例 3. 若 $a>b>0$,求证 $a^ab^b>a^bb^a$

证明:∵　$a>b>0$,

$$\therefore\ a^ab^b>0,a^bb^a>0 \text{且} \frac{a}{b}>1,a-b>0.$$

$$\frac{a^ab^b}{a^bb^a}=(\frac{a}{b})^{a-b}>1 \quad \therefore\ a^ab^b>a^bb^a.$$

教师点评:(1)商比法的基本骤:作商→变形→判断;

(2)思考题:若 $a,b,c\in R^+$,求证

$$a^ab^bc^c>(abc)^{\frac{a+b+c}{3}}>a^bb^cc^a$$

3. 综合问题

√例 4. 若 $0<x<1$,求证 $|\log a(1-x)|>|\log a(x+1)|$

分析:此题无论是作差比较还是作商比较都需要去掉绝对值符号,而只有明确 $a>1$ 还是 $0<a<1$ 才能确定两对数的符合,因此必须分类讨论 .

证明:(1)当 $a>1$ 时 .

∵　$0<x<1$,

∴　$|\log a(1-x)|-|\log a(1+x)|$

$=-[\log a(1-x)+\log a(1+x)]$

$=-\log a(1-x^2)$.

∵　$0<x^2<1,0<1-x^2<1$,

∴　$\log a(1-x^2)<0$.

∴　$|\log a(1-x)|>|\log a(1+x)|$.

(2)当 $0<a<1$ 时,

$|\log a(1-x)|-|\log a(1+x)|$

$=\log a(1-x)+\log a(1+x)$

$=\log a(1-x^2)$.

∵　$0<1-x^2<1$,

∴　$|\log a(1-x)|>|\log a(1+x)|$.

教师点评:如果使用换底公式或将原式平方能否避免分类讨论,由学生尝试 .

4. 总结

(1)比较法的依据:

$a>b\Leftrightarrow a-b>0$

$a=b\Leftrightarrow a-b=0$

$a<b\Leftrightarrow a-b<0$

(2)比较法证明不等式的基本步骤:

差比法:作差→变形→判断符合

商比法:作商→变形→判断商与 1 的大小

五、布置作业

1. 选择题

(1)设 $a,b,m\in R^+$,且 $a<b$,则下列不等式中恒不成立的是((B)).

(A)$\frac{a}{b}<\frac{a+m}{b+m}<1$　　(B)$\frac{a}{b}\geqslant\frac{a+m}{b+m}$

教师备注

(C)$\frac{a}{b} \leqslant \frac{a+m}{b+m} \leqslant 1$　　(D)$1 < \frac{a+m}{b+m} < \frac{a}{b}$

(2)设 $a>0, a\neq 1, P=\log a(a^3+1), Q=\log a(a^2+1)$,则 P、Q 的大小关系为((A)).

(A)$P>Q$　　(B)$P<Q$

(C)$P=Q$　　(D)不能确定

提示:对 a 分类讨论,分 $a>1$ 和 $0<a<1$ 两种情形.

2. 填空(用适当的符号连结下列各式)

(1)$(1-a)^{\frac{1}{3}}$ ___(>)___ $(1-a)^{\frac{1}{2}}$　　$(0<a<1)$

(2)若 $a<b<0$,则 $\frac{a+b}{a-b}$ ___(<)___ $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

3. 证明题

(1)已知 $a,b,c\in R$,求证 $a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ac$

证明: $(a^2+b^2+c^2)-(ab+bc+ac)$

$=\frac{1}{2}[(a^2-2ab+b^2)+(b^2+2bc+c^2)+(c^2-2ac+a^2)]$

$=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]\geqslant 0.$

当 $a=b=c$ 时上式等号成立

$\therefore\ a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ac.$

(2)若 $a>b>0$,求证 $\lg\frac{a}{b}>\lg\frac{1+a}{1+b}$

证明: $\lg\frac{a}{b}-\lg\frac{1+a}{1+b}$

$=\lg\frac{\frac{a}{b}}{\frac{1+a}{1+b}}$

$=\lg\frac{a(1+b)}{b(1+a)}$

$=\lg\frac{a+ab}{b+ab}.$

$\because\ a>b>0,$

$\therefore\ a+ab>b+ab>0.$

$\therefore\ \frac{a+ab}{b+ab}>1.$

因此 $\lg\frac{a+ab}{b+ab}>0$

$\therefore\ \lg\frac{a}{b}>\lg\frac{1+a}{1+b}.$

(3)(选做题)

设 $a>b>c>0$,求证,

$a^{b+c}b^{c+a}c^{a+b}<(a^a b^b c^c)^2$

证明:$\because a>b>c>0,$

$\therefore\frac{a}{b}>1, a-b>0.$

$\therefore(\frac{a}{b})^{a-b}>1.$

即　$a^{a-b}>b^{a-b}.$