

教师招聘考试专用教材

学科专业知识·中学数学

中学数学学科专业知识+中学数学课程与教学论

中公教育教师招聘考试研究院◎编著

2012 最新版

本书特色

高度契合大纲 全面切中考试
涵盖所有考点 讲解深入浅出
深度点拨技巧 提高备考效率

赠
300元
图书增值卡

本书适用于

中学教师入编考试 | 事业单位公开招聘教师 | 教育局人事局公开招聘教师 | 面向应往届高校毕业生公开招聘教师

世界图书出版公司

中公教育
给人改变未来的力量

严格依据教师招聘考试大纲修订

2012
中公版

教师招聘考试专用教材

学科专业知识·中学数学

中公教育教师招聘考试研究院 编著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

学科专业知识. 中学数学 / 中公教育教师招聘考试研究院编. —北京:世界图书出版公司北京公司, 2012.1

教师招聘考试专用教材

ISBN 978-7-5100-4242-3

I. ①学… II. ①中… III. ①中学数学课-教学法-中学教师-聘用-资格考试-自学参考资料
IV. ①G451.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 267951 号

教师招聘考试专用教材·学科专业知识·中学数学

编 著: 中公教育教师招聘考试研究院

责任编辑: 王志平 赵英敏

装帧设计: 中公教育设计中心

出 版: 世界图书出版公司北京公司

出 版 人: 张跃明

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(地址:北京朝内大街 137 号 邮编:100010 电话:64077922)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 北京市北中印刷厂

开 本: 850 mm×1168 mm 1/16

印 张: 20.5

字 数: 394 千

版 次: 2012 年 2 月第 1 版 2012 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5100-4242-3/G·538

定 价: 42.00 元

版权所有 翻印必究

中公教育教师招聘考试研究院简介

中公教育教师招聘考试研究院作为中公教育集团旗下从事教师招聘考试研究与辅导的专门机构,多年来,始终坚持“学员第一”的理念,一方面汇聚了数十位国内知名大学的教育学、教育心理学授课教授(研究员),另一方面,经过数年的培训与实战,培养出了一批实力派专职授课教师。目前研究院已发展为全国规模最大、最正规、最具研发及授课实力,考试通过率屡创佳绩的教师招聘考试考前培训基地。

中公教育教师招聘考试研究院的教师通过集体备课,共同研究,致力于为学员提供最优的解题方法,最佳的备考策略,最好的复习资料。中公教育的全部研究与教学活动,完全在教师招聘考试相关要求的基础上,透彻解析并严格依据考试大纲,搜集、汇总、整理资料,紧扣考试实际,深入自主研发,围绕最新考试要求与命题趋势,将考生最需要掌握的知识内容和方法技巧提炼出来,形成针对性最强、实用性最高的辅导资料体系与培训服务体系。

中公教育教师招聘考试研究院的图书编委主要来自:

北京师范大学、首都师范大学、天津师范大学、河北师范大学、辽宁师范大学、沈阳师范大学、哈尔滨师范大学、东北师范大学、吉林师范大学、山东师范大学、曲阜师范大学、山西师范大学、安徽师范大学、南京师范大学、江西师范大学、华东师范大学、上海师范大学、浙江师范大学、杭州师范大学、福建师范大学、湖南师范大学、华中师范大学、湖北师范学院、广西师范大学、贵州师范大学、四川师范大学、西华师范大学、云南师范大学、新疆师范大学、陕西师范大学、青海师范大学。

图书编委的专业性保证了教师招聘考试图书的权威性、实用性。

中公教育,给人改变未来的力量!

前 言

伴随着教育的不断深化和教师专业化步伐的加快,社会各界对教师的要求越来越高。教师承担着教书育人、培养社会主义事业建设者和接班人的重任,关系到民族和国家的未来。为进一步优化教师队伍,国家相关部门出台并落实“凡进必考”的教师招聘制度。这种准入制度,为广大优秀高校毕业生进入中小学任教提供了良好的基础,彰显了社会公平与正义,有助于从实质意义上提高教师队伍的整体素质。

然而,关于教师教育教学能力测评领域的研究还不够成熟,使用什么样的形式,考查什么样的内容才能更好地选拔优秀人才到教师队伍中来尚未建立科学的规范。面对这种境遇,很多考生无法理清招教考试的头绪,无法有效应对考试,与教师职业失之交臂。

为帮助广大考生把握考试脉搏,在短时期内有效提高考试成绩,中公教育在各级教育行政部门的大力支持和协助下,组织相关专家精心编写了本套丛书。本书具有如下特点:

★精心编写,体现权威★

本书由研究“中学数学教师招聘考试”的多位资深专家参与编写,众多该领域学者群策群力、通力合作、精心打造。编写人员长期从事中学数学教师招聘试题研究工作,信息全面、经验丰富,对中学数学教师招聘考试的命题趋势把握精准、指导得力。

★内容完备,体系健全★

本书系统地介绍了中学数学学科专业基础知识和中学数学课程与教学论的知识,并附录教案设计经典范例,详尽的知识体系可以帮助考生正确把握解题思路和方法,使考生能够有针对性地进行备考,胸有成竹地参加考试。

★浓缩考点,深入浅出★

本书在全面囊括各地中学数学教师招聘考试的所有内容基础上,从最基本、最重要的考点入手,深入浅出地向考生讲解各个知识点,使考生对知识点有足够透彻的印象和理解,烂熟于心。

★讲训结合,实用高效★

本书在深入把握考生备考需求的基础上,追求讲解得清晰透彻,并在章节内容之后配以大量精选习题,力求使考生学练结合,及时查漏补缺,稳步提升应考能力。

“追求卓越,给人改变未来的力量”一直是中公教育的创业理念。殷切期待广大读者对丛书提出宝贵意见,促进我们更快成长,让丛书更好地帮助广大考生。感谢您对中公教育的长期支持,祝您梦想成真!

目 录

CONTENTS

第一部分 中学数学学科专业知识

第一章 集合与简易逻辑	(2)
一、集合	(2)
二、简易逻辑	(5)
【标准化自测题】	(7)
【参考答案】	(7)
第二章 函数	(9)
一、函数的基本概念	(9)
二、指数函数与对数函数	(16)
三、三角函数	(19)
【标准化自测题】	(26)
【参考答案】	(29)
第三章 导数与积分	(34)
一、导数	(34)
二、积分	(43)
【标准化自测题】	(51)
【参考答案】	(55)
第四章 不等式、数列与极限	(63)
一、不等式	(63)
二、数列	(73)
三、极限	(79)
【标准化自测题】	(84)
【参考答案】	(85)
第五章 排列 组合 二项式定理	(90)
一、排列与组合	(90)

二、二项式定理	(95)
【标准化自测题】	(107)
【参考答案】	(109)
第六章 推理与证明	(111)
一、基本定义	(111)
二、不等式证明方法	(112)
三、数学归纳法	(113)
【标准化自测题】	(124)
【参考答案】	(127)
第七章 算法初步知识结构	(130)
一、基本概念	(130)
二、算方案例	(132)
【标准化自测题】	(142)
【参考答案】	(148)
第八章 立体几何	(152)
一、直线与平面	(152)
二、棱柱与棱锥	(155)
三、球	(162)
【标准化自测题】	(164)
【参考答案】	(166)
第九章 向量与复数	(172)
一、向量	(172)
二、复数	(177)
【标准化自测题】	(180)
【参考答案】	(182)
第十章 解析几何	(185)
一、直线	(185)
二、圆	(187)
三、对称问题	(191)
四、圆锥曲线	(193)
【标准化自测题】	(199)
【参考答案】	(202)
第十一章 矩阵与行列式	(204)
一、矩阵	(204)
二、行列式	(208)
【标准化自测题】	(216)
【参考答案】	(217)

第十二章 概率与统计	(219)
一、概率	(219)
二、统计	(227)
【标准化自测题】	(233)
【参考答案】	(235)

第二部分 中学数学课程与教学论

第一章 全日制义务教育数学课程标准(节选)	(238)
一、课程理念	(238)
二、课程目标	(239)
三、课程内容标准	(241)
四、课程实施建议	(247)
第二章 普通高中数学课程标准(节选)	(250)
一、课程标准	(250)
二、课程目标	(255)
三、课程内容标准	(255)
四、课程实施建议	(280)
第三章 数学教学理论	(286)
一、中学数学教学原则	(286)
二、常用数学教学模式与方法	(290)
三、数学概念教学	(292)
四、数学命题教学	(295)
五、数学推理、证明的教学	(298)
六、数学思想方法的教学	(303)
附录:经典教学设计	(308)
圆的小结(第一课时)	(308)
直线与平面平行的判定	(310)
中公教育·教师招聘考试课程体系	(315)
中公教育·全国分校一览表	(316)

第一部分

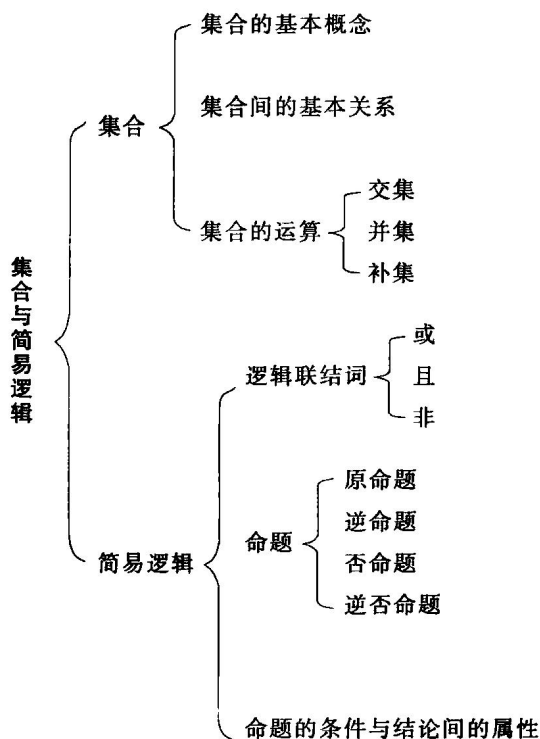


中学数学学科专业知识

第一章

集合与简易逻辑

☞ 知识结构



☞ 知识精讲

一、集合

(一) 集合的基本概念

1.集合的含义:某些指定的对象集在一起就成为一个集合,其中每一个对象叫元素。

2.集合中的元素的三个特性:

元素的确定性 如:世界上最长的河流;

元素的互异性 如:由 HAPPY 的字母组成的集合 $\{H,A,P,Y\}$;

元素的无序性 如: $\{a,b,c\}$ 和 $\{a,c,b\}$ 是表示同一个集合;

3.集合的表示: $\{\dots\dots\}$ 如: $\{\text{我校的篮球队员}\}$, $\{\text{太平洋,大西洋,印度洋,北冰洋}\}$ 。用拉丁字母表示集合: $A=\{\text{我校的篮球队员}\}$, $B=\{1,2,3,4,5\}$ 。

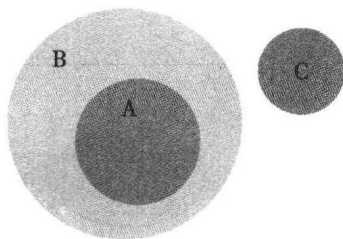
集合的表示方法:列举法、描述法与图示法。

(1)列举法: $\{a, b, c, \dots\}$;

(2)描述法:将集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合的方法。例 $\{x \in \mathbb{R} | x-3 > 2\}$, $\{x | x-3 > 2\}$;

(3)语言描述法:例: $\{\text{不是直角三角形的三角形}\}$;

(4)Venn图,也叫文氏图,它既可以表示一个独立的集合,也可以表示集合与集合之间的相互关系。如图



常用数集及其记法:非负整数集(即自然数集)记作 \mathbb{N} ,正整数集记作 \mathbb{N}^* 或 \mathbb{N}^+ ,整数集记作 \mathbb{Z} ,有理数集记作 \mathbb{Q} ,实数集记作 \mathbb{R} 。

4.集合的分类:

有限集:含有有限个元素的集合;

无限集:含有无限个元素的集合;

空集:不含任何元素的集合记为 ϕ 。例: $\{x | x^2 = -5\}$ 。

(二)集合间的基本关系

1.全集:一般地,如果一个集合包含所有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为全集,通常记作 U 。

2.子集:一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 中的元素,我们就称这两个集合有包含关系,称集合 A 为集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$,读作“ A 包含于 B ”。

注意: $A \subseteq B$ 有两种可能:

(1) A 是 B 的一部分;

(2) A 与 B 是同一集合,即“相等”关系(“元素相同则两集合相等”): $A=B$ 。例:设 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\} = B = \{-1, 1\}$;反之:集合 A 不包含于集合 B ,或集合 B 不包含集合 A ,记作 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$ 。

因此,(1)任何一个集合是它本身的子集即 $A \subseteq A$;

(2)真子集:如果 $A \subseteq B$,且 $A \neq B$ 那就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$);

(3)如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$;

(4)如果 $A \subseteq B$ 同时 $B \subseteq A$ 那么 $A=B$ 。

规定:空集是任何集合的子集,空集是任何非空集合的真子集。

有 n 个元素的集合,含有 2^n 个子集, $2^n - 1$ 个真子集。

(三)集合的运算

运算类型	交集	并集	补集
定义	由所有属于 A 且属于 B 的元素所组成的集合,叫做 A、B 的交集。记作 $A \cap B$ (读作 'A 交 B'), 即 $A \cap B = \{x x \in A, \text{且 } x \in B\}$ 。	由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A、B 的并集。记作: $A \cup B$ (读作 'A 并 B'), 即 $A \cup B = \{x x \in A, \text{或 } x \in B\}$ 。	设 S 是一个集合, A 是 S 的一个子集,由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 S 中子集 A 的补集 (或余集), 记作 $C_S A$, 即 $C_S A = \{x x \in S, \text{且 } x \notin A\}$ 。
韦恩图示			
性质	$A \cap A = A$ $A \cap \phi = \phi$ $A \cap B = B \cap A$ $A \cap B \subseteq A$ $A \cap B \subseteq B$	$A \cup A = A$ $A \cup \phi = A$ $A \cup B = B \cup A$ $A \cup B \supseteq A$ $A \cup B \supseteq B$	$(C_U A) \cap (C_U B) = C_U (A \cup B)$ $(C_U A) \cup (C_U B) = C_U (A \cap B)$ $A \cup (C_U A) = U$ $A \cap (C_U A) = \phi$

【典型例题】

例 1: 下列四组对象, 能构成集合的是 ()

A. 某班所有学习认真的学生

B. 敬业的老师

C. $1, 2, \frac{1}{2}, 0.5$

D. 倒数等于它自身的实数

【答案】D。解析: A、B 不满足元素的确定性, C 中 $\frac{1}{2}$ 与 0.5 相等, 不满足互异性。

例 2: 集合 $\{a, b, c, d\}$ 的真子集共有 _____ 个。

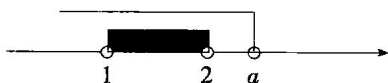
【答案】15。解析: 集合中有四个元素, 子集有 $2^4 = 16$ 个, 其中 $\{a, b, c, d\}$ 不是真子集。

例 3: 已知集合 $A = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, y = 0\}$, $B = \{(x, y) | y = ax + b\}$, 则 $A \cap B = \text{空集}$ 的所有实数 a, b 应满足条件 _____。

【答案】 $b > 0$ 且 $a + b > 0$ 或 $b < 0$ 且 $a + b < 0$ 。解析: 集合 B 表示一条直线, 集合 A 表示 x 轴上的一条线段, 则 $A \cap B = \text{空集}$ 表示他们没有交点。

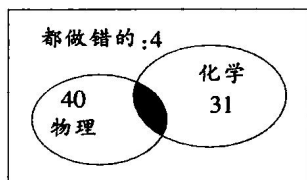
例 4: 设集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 _____。

【答案】 $a \geq 2$ 。解析: 由图可知, A 表示的是黑色区域, B 必须包含 A, 可得 $a \geq 2$ 。



例 5: 50 名学生做的物理、化学两种实验, 已知物理实验做得正确得有 40 人, 化学实验做得正确得有 31 人, 两种实验都做错得有 4 人, 则这两种实验都做对的有 _____ 人。

【答案】25。解析：方框里的总人数是50人，两个椭圆里的人数分别是40和31，黑色区域的人数为 $40+31+4-50=25$ 。



二、简易逻辑

(一) 逻辑联结词

1.“或”、“且”、“非”这些词叫做逻辑联结词；不含有逻辑联结词的命题是简单命题；由简单命题和逻辑联结词“或”、“且”、“非”构成的命题是复合命题。构成复合命题的形式： p 或 q (记作 $p \cup q$)； p 且 q (记作 $p \cap q$)；非 p (记作 $\neg p$)。

逻辑联结词“或”可以与集合中的“并”相联系， $C_u(A \cup B) = C_u A \cap C_u B$ 。

逻辑联结词“且”可以与集合中的“交”相联系， $C_u(A \cap B) = C_u A \cup C_u B$ 。

逻辑联结词“非”，可以与集合中的“补”相联系， $C_u A = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A\}$ 。

2.“或”、“且”、“非”的真值判断

- (1)“非 p ”形式复合命题的真假与 p 的真假相反；
- (2)“ p 且 q ”形式复合命题当 p 与 q 同为真时为真，其他情况时为假；
- (3)“ p 或 q ”形式复合命题当 p 与 q 同为假时为假，其他情况时为真。

(二) 命题

1.定义：可以判断真假的语句叫做命题。

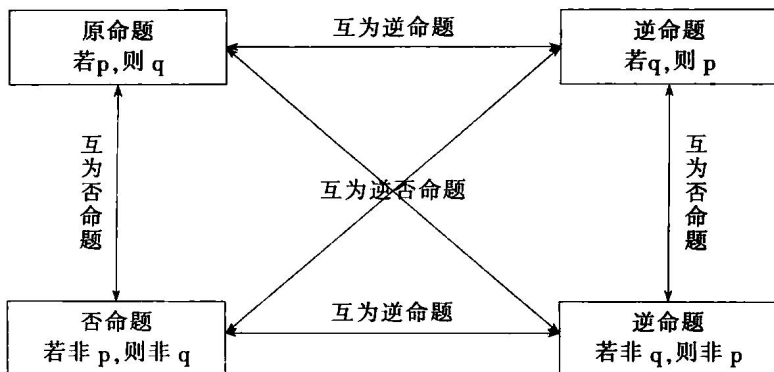
若一个命题是正确的，该命题叫真命题；若一个命题不正确，该命题叫假命题。由命题的概念，一个命题不是真命题就是假命题。

2.命题的四种形式与相互关系

- (1)原命题：若 p 则 q ；
- (2)逆命题：若 q 则 p ；
- (3)否命题：若 $\neg p$ 则 $\neg q$ ；
- (4)逆否命题：若 $\neg q$ 则 $\neg p$ ；

原命题与逆否命题互为逆否命题，同真假；

逆命题与否命题互为逆否命题，同真假；



(三)命题的条件与结论间的属性

若 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件, 即“前者为后者的充分, 后者为前者的必要”;

若 $p \Leftrightarrow q$, 则 p 是 q 的充分必要条件, 简称 p 是 q 的充要条件;

若 $p \Rightarrow q$, 且 $p \not\Rightarrow q$, 那么称 p 是 q 的充分不必要条件;

若 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 那么称 p 是 q 的必要不充分条件;

若 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 那么称 p 是 q 的既不充分又不必要条件。

注: 当从命题条件的正面不易证明时, 可以从命题结论的反面考虑采用反证法, 即从命题结论的反面出发(假设), 引出(与已知、公理、定理...)矛盾, 从而否定假设证明原命题成立, 这样的证明方法叫做反证法。

【典型例题】

例 1: 写出命题“当 $abc=0$ 时, $a=0$ 或 $b=0$ 或 $c=0$ ”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断它们的真假。

解析: 改造原命题成“若 p 则 q 形式”再分别写出其相应的逆命题、否命题、逆否命题。在判断真假时要注意利用等价命题的原理和规律。

原命题: 若 $abc=0$, 则 $a=0$ 或 $b=0$ 或 $c=0$, 是真命题;

逆命题: 若 $a=0$ 或 $b=0$ 或 $c=0$, 则 $abc=0$, 是真命题;

否命题: 若 $abc \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ 且 $c \neq 0$, 是真命题;

逆否命题: 若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ 且 $c \neq 0$, 则 $abc \neq 0$, 是真命题。

例 2: 已知 p : 方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等负实根。 q : 方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根。若 p 或 q 为真, p 且 q 为假。求实数 m 的取值范围。

解析: 因为 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 则必然 p 与 q 中有一真一假。分两种情况: p 为真, q 为假; q 为真, p 为假。

(1) 若 p 为真, 则 q 为假。

p 为真, 方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等负实根成立, 即 $\Delta=m^2-4>0, x_1+x_2=-m<0$, 解得: $m>2$ 或 $m<-2, m>0$ 。综上两式得到: $m>2$ 。

q 为假, 方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根不成立, 即有实数根, $\Delta=16(m-2)^2-16 \geq 0$, 所以 $m \geq 3$ 或 $m \leq 1$ 。

取交集得到, $m \geq 3$;

(2) 若 q 为真, 则 p 为假。

q 为真, 即方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根成立, 即 $\Delta=16(m-2)^2-16<0$, 所以 $1<m<3$ 。

p 为假, 方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不等负实根不成立, 即①无实根或有两个相等实根, $\Delta=m^2-4 \leq 0$, 或②有两个不等正实根, $\Delta=m^2-4>0, x_1+x_2=-m>0$ 。解得, ① $-2 \leq m \leq 2$ 或 ② $m<-2$, 所以 $m \leq 2$ 。

取交集得到: $1<m \leq 2$;

综上所述 $m \geq 3$ 或 $1<m \leq 2$ 。

例 3: 求证: $\sqrt{2}$ 是无理数。

解析: 不易直接证明 $\sqrt{2}$ 是无理数, 因此采用反证法。假设命题为假, 进行变换, 直至与已知、公理等相矛盾, 那么假设为假, 原命题为真。

证明:假设 $\sqrt{2}$ 是有理数,则存在互质的整数 m, n 使得 $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$,

则 $m = \sqrt{2}n$,故 $m^2 = 2n^2$

则 m^2 是偶数,从而 m 必是偶数,故设 $m = 2k (k \in \mathbb{N}^+)$

从而有 $4k^2 = 2n^2$,即 $n^2 = 2k^2$

故 n^2 也是偶数,这与 m, n 互质矛盾。

所以假设不成立, $\sqrt{2}$ 是无理数成立。

【标准化自测题】

- 已知 $A = \{x | x > -1\}$,那么正确的是()。
 A. $0 \subseteq A$ B. $\{0\} \subseteq A$ C. $A = \{0\}$ D. $A = \Phi$
- 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$,则集合 $\{2, 7, 8\}$ 是()。
 A. $A \cap B$ B. $A \cup B$ C. $(C_U A) \cup (C_U B)$ D. $(C_U A) \cap (C_U B)$
- 下列四个命题:①空集没有子集;②空集是任何一个集合的真子集;③空集中元素个数为0;④任一集合必有两个或两个以上的子集。其中正确的有()。
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 设全集 $U = \{x | x \leq 8, x \in \mathbb{N}^+\}$,若 $A \cap (C_U B) = \{1, 8\}$, $(C_U A) \cap B = \{2, 6\}$, $(C_U A) \cap (C_U B) = \{4, 7\}$,则()。
 A. $A = \{1, 8\}$, $B = \{2, 6\}$ B. $A = \{1, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$
 C. $A = \{1, 8\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$ D. $A = \{1, 3, 8\}$, $B = \{2, 5, 6\}$
- 设全集 $U = \{x | x > -10\}$, $A = \{x | -2 < x \leq 4\}$ 则 $C_U A =$ _____。
- $A = \{x | -2 < x < 5\}$, $B = \{x | x \leq 3 \text{ 或 } x \geq 8\}$,则 $(C_R A) \cup (C_R B) =$ _____。
- 已知集合 $A = \{(x, y) | 2x - y = 0\}$, $B = \{(x, y) | 3x + y = 0\}$, $C = \{(x, y) | 2x - y = 3\}$,求 $A \cap B$, $A \cap C$, $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ 。
- $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{矩形}\}$,求 $A \cap B$?
- 集合 $A = \{x | x = 3n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 3n - 2, n \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x | x = 6n + 3, n \in \mathbb{Z}\}$ 。
 (1)若 $c \in C$,求证必存在 $a \in A, b \in B$,使得 $c = a - b$;
 (2)对任意 $a \in A, b \in B$,是否一定有 $a + b \in C$?为什么?
- 设 $x, y \in \mathbb{R}$, $A = \{a | a = x^2 - 3x + 1\}$, $B = \{b | b = y^2 + 3y + 1\}$,求集合 A 与 B 之间的关系。
- 已知集合 $A = \{x | 10 + 3x - x^2 \geq 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 2m < 0\}$,若 $A \cap B = B$,求实数 m 的值。
- 已知 $a > 1$,设命题 $P: a(x - 2) + 1 > 0$,命题 $Q: (x - 1)^2 > a(x - 2) + 1$ 。试寻求使得 P, Q 都是真命题的 x 的集合。

【参考答案】

- B 2.D 3.B 4.B
- $\{x | -10 < x \leq -2 \text{ 或 } x > 4\}$
- $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x > 3\}$
- $A \cap B$ 就是 A 和 B 的两直线的交点,解二元一次方程得 $x = 0, y = 0$,所以 $A \cap B = \{(x, y) | x = 0, y = 0\}$;
 A 和 C 两直线平行,没有交点,所以 $A \cap C = \text{空集}$; B 和 C 的交点是 $(\frac{3}{5}, -\frac{9}{5})$,所以 $B \cap C = \{(x, y) |$

$x = \frac{3}{5}, y = -\frac{9}{5}$, $A \cap B = \{(x, y) | x=0, y=0\}$, 所以 $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{(x, y) | (0, 0), (\frac{3}{5}, -\frac{9}{5})\}$ 。

8. 正方形。

9. 解: (1) $a-b=3n+1-3k+2=3(n-k)+3=3m+3$, k, m 都是整数。所以 $6n+3=3 \times 2n+3$ 显然可以表示成 $3m+3$ 的形式。

(2) $a+b=3n+1+3k-2=3(n+k)-1=3(z-1)+2$, 是被 3 除余 2 的数, 而 $6n+3$ 是 3 的倍数, 所以一定不属于 $3m+3$ 。

10. 解: 由 $a=x^2-3x+1=(x-\frac{3}{2})^2-\frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}$, 得 $A = \{a | a \geq -\frac{5}{4}\}$, $b=y^2+3y+1=(y+\frac{3}{2})^2-\frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}$, 得 $B = \{b | b \geq -\frac{5}{4}\}$, 故 $A=B$ 。

11. 解: 不难求出 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, 由 $A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A$, 又 $x^2-2x+2m < 0, \Delta = 4-8m$,

① 若 $4-8m \leq 0$, 即 $m \geq \frac{1}{2}$, 则 $B = \emptyset \subset A$;

② 若 $4-8m > 0$, 即 $m < \frac{1}{2}$, $B = \{x | 1-\sqrt{1-2m} < x < 1+\sqrt{1-2m}\}$,

故 $\begin{cases} 1-\sqrt{1-2m} \geq -2 \\ 1+\sqrt{1-2m} \leq 5 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq m < \frac{1}{2}$,

因此由①②知: m 的取值范围是 $m \in [-4, +\infty)$ 。

注: 不要忽略空集是任何集合的子集。

12. 解: 设 $A = \{x | a(x-2)+1 > 0\}$, $B = \{x | (x-1)^2 > a(x-2)+1\}$, 依题意, 求使得 P、Q 都是真命题的 x 的集合即是求集合 $A \cap B$,

因 $\begin{cases} a(x-2)+1 > 0 \\ (x-1)^2 > a(x-2)+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2-\frac{1}{a} \\ x^2-(2+a)x+2a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2-\frac{1}{a} \\ (x-a)(x-2) > 0 \end{cases}$,

故若 $1 < a < 2$ 时, 则有 $\begin{cases} x > 2-\frac{1}{a} \\ x > 2 \text{ 或 } x < a \end{cases}$,

而 $a-(2-\frac{1}{a}) = a + \frac{1}{a} - 2 > 0$, 所以 $2-\frac{1}{a} < x < a$ 。

即当 $1 < a < 2$ 时使 P、Q 都是真命题的 $x \in \{x | x > 2 \text{ 或 } 2-\frac{1}{a} < x < a\}$;

当 $a=2$ 时易得使 P、Q 都是真命题的 $x \in \{x | x > \frac{3}{2}, \text{ 且 } x \neq 2\}$;

若 $a > 2$, 则有 $\begin{cases} x > 2-\frac{1}{a} \\ x > a \text{ 或 } x < 2 \end{cases}$ 。

此时使得 P、Q 都是真命题的 $x \in \{x | x > a \text{ 或 } 2-\frac{1}{a} < x < 2\}$ 。