

二维多尺度非线性地震速度成像 及阿尼玛卿缝合带东段 地壳结构研究

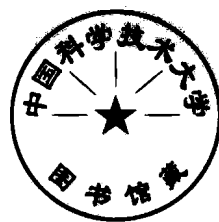
潘纪顺 编著



地震出版社

二维多尺度非线性地震速度成像 及阿尼玛卿缝合带东段地壳结构研究

潘纪顺 编著



地震出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

二维多尺度非线性地震速度成像及阿尼玛卿缝合带东段地壳结构研究/潘纪顺编著.

—北京:地震出版社,2009.11

ISBN 978-7-5028-3621-4

I. 二… II. 潘… III. 地震勘探—计算机化 X 射线断层扫描仪—应用 IV. P631.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 171267 号

地震版 XT200800186

**二维多尺度非线性地震速度成像
及阿尼玛卿缝合带东段地壳结构研究**

潘纪顺 编著

责任编辑:李小明

责任校对:庞亚萍

出版发行:地震出版社

北京民族学院南路9号

邮编:100081

发行部:68423031 68467993

传真:88421706

门市部:68467991

传真:68467991

总编室:68462709 68423029

传真:68467972

E-mail: seis@ht.rol.cn.net

经销:全国各地新华书店

印刷:北京地大彩印厂

版(印)次:2009年11月第一版 2009年11月第一次印刷

开本:787×1092 1/16

字数:256千字

印张:10

印数:001~500

书号:ISBN 978-7-5028-3621-4/P(4240)

定价:30.00元

版权所有 翻印必究

(图书出现印装问题,本社负责调换)

前 言

基于地震走时反演的速度成像技术是获取地下介质速度信息的一种人为干预因素最少的技术手段，地球物理反演技术包含线性反演、线性化反演和完全非线性反演，它们各具有优缺点。线性反演和线性化反演，诸如广义逆、牛顿法、拟牛顿法、最速下降法、共轭梯度法、最小二乘法等最优化方法，它们具有完备的理论，计算效率高，反演参数多。实践证明，非线性问题线性化的办法，简单、易行，在许多情况下也可以取得较好的结果，但是在目标函数具多极值的情况下，在反演迭代中，容易陷入局部极小，而且反演结果极大的取决于初始模型，也可能使反演出现不稳定，甚至无解。另外，把非线性的地球物理正问题线性化，存在不精确的问题。再者，对于需要计算导数的方法，当目标函数的导数不存在或不易计算时，这些方法不便使用。相反，基于全局寻优的完全非线性反演方法，诸如蒙特卡洛法、模拟退火法、人工神经网络法、遗传算法、多尺度反演法、同伦反演法、非线性共轭梯度法、原子跃迁法、量子退火法、量子遗传法、蚂蚁觅食法等等，应运而生，发展迅速，其原理简单、有效，具有普遍适应性，是解决强非线性问题有效的手段之一，这类方法避免了线性或线性化反演方法对选取初始模型的严苛要求、易陷入局部极值等缺点，避免了 Jacobi 偏导数矩阵的计算，但是该类方法计算十分耗时，收敛速度慢，所反演的参数一般较少。

鉴于全局优化方法和局部优化方法各自的特点，将两种方法结合起来使用，是求解非线性反演问题的一种发展趋势，本书的主要内容就是作者发展了一种基于混合反演算法的非线性地震走时速度成像方法，然后应用新的速度成像方法和 Zelt 的射线反演方法对阿尼玛卿缝合带东段及其两侧的地壳速度结构进行研究。速度成像方法的正问题采用有限差分波前走时计算，反问题采用遗传算法和单纯形方法相混合的反演方法，成像实现过程是多尺度逐步逼近。采用混合反演算法的目的在于既降低计算成本，又避免陷入样本函数的局部极小值。

本书共分 6 章。第一章主要介绍了地球物理反演的基本原理和常用方法及其特点和局限性。第二章回顾了地球物理层析成像技术的发展，详细阐述了基于变尺度混合反演算法的速度成像的基本原理：正问题采用有限差分波前走时计算，反问题采用遗传算法和单纯形相混合的反演方法，其成像策略是变尺度逐步逼近。第三章进行了一系列测试函数试验，将遗传算法、单纯形方法以及

两者相混合方法的寻优能力做了对比,进一步阐述了全局寻优方法、局部线性化方法以及混合反演算法各自的优缺点,进行了低速异常体、高速异常体、梯度变化体、向斜、背斜、直立断层等速度模型的数值模拟试验。第四章应用多尺度非线性速度成像方法对阿尼玛卿缝合带及其两侧的上地壳速度结构进行了成像,并将成像结果与他人的结果做了相应的对比。第五章利用 Zelt 的 Rayinvr 软件包对阿尼玛卿缝合带及其两侧的二维地壳速度结构进行了研究,获得了关于阿尼玛卿缝合带及其两侧的二维地壳速度结构的一些重要认识,同时对 Zelt 的 Rayinvr 软件包的使用技巧进行了探讨。第六章利用断层通道波对库赛湖—玛沁断裂进行了观测研究,结果表明,库赛湖—玛沁断裂带东段的地表宽度为 225m,在 150m 以下,断层带的宽度减小到 175m。

本书在研究和撰写过程中,始终得到中国地震局地球物理勘探中心张先康研究员的悉心指导,中国地震局地球物理研究所王椿镛研究员、丁志峰研究员在选题、研究方向和技术路线等方面给予很多宝贵的建议。中国地震局地球物理勘探中心王夫运博士、刘志高工在走时反演方面的讨论和帮助,段永红博士、徐朝繁博士在层析成像方面给予有益的建议和比较,嘉世旭高工对射线追踪方法给予热情的帮助,作者在此一并向他们表示衷心的感谢。

由于作者经验不足、水平有限,书中定有不妥和错误之处,恳请前辈和同仁不吝赐教。

著者

2009 年 9 月 9 日

目 录

第一章 地球物理反演的基本理论	1
1.1 模型空间与数据空间	1
1.2 线性或线性化反演方法	2
1.2.1 线性问题的反演公式	6
1.2.2 可线性化问题的反演公式	7
1.3 完全非线性反演方法	8
1.3.1 枚举算法	9
1.3.2 蒙特卡洛法 (Monte-Carlo Method)	9
1.3.3 模拟退火法 (Simulated Annealing)	9
1.3.4 遗传算法 (Genetic Algorithm)	10
1.3.5 人工神经网络法 (Artificial Neural Network)	12
1.3.6 蚂蚁觅食法 (Ant Colony Optimization Algorithm)	14
1.4 对现有反演方法的归纳总结	15
第二章 二维多尺度非线性地震速度成像方法	16
2.1 正问题——有限差分波前走时计算	18
2.1.1 设计局部计算方法	19
2.1.2 设计动态规划方法	22
2.1.3 有限差分波前计算的几个数值模拟例子	23
2.2 反问题——多尺度混合反演方法	26
2.2.1 速度模型参数化	27
2.2.2 失配函数的构制	28
2.2.3 反演过程	28
2.3 速度成像的主要步骤	46
2.4 分辨问题	51
第三章 测试函数及数值模拟试验	52
3.1 测试函数试验	52
3.1.1 Shubert 函数	52
3.1.2 De Jong's F5 函数	54
3.1.3 Camel 函数	56
3.1.4 Schaffer's FS 函数	57
3.2 数值模拟试验	60
3.2.1 垂向梯度变化的速度模型	60
3.2.2 低速异常体的速度模型	62

3.2.3	高速异常体的速度模型	65
3.2.4	向斜模型的速度模型	67
3.2.5	背斜模型的速度模型	70
3.2.6	直立断层模型的速度模型	72
3.2.7	水平方向长 200km 的速度模型	75
3.3	方法的抗噪声试验 (健全性)	77
3.4	采用与不采用多尺度混合算法的比较	79
3.5	小结	80
第四章	阿尼玛卿缝合带东段上地壳速度结构层析成像	81
4.1	前言	81
4.2	研究区地质构造概况	84
4.3	数据采集与 Pg 震相特征	87
4.3.1	剖面位置	87
4.3.2	观测系统	88
4.3.3	Pg 波数据的采集	88
4.3.4	Pg 震相数据特征	89
4.4	利用多尺度混合反演方法对阿尼玛卿基底速度结构层析成像	89
4.5	多尺度混合反演方法得到结果与基于反投影的层析成像方法成像结果对比	95
4.6	小结	100
第五章	阿尼玛卿缝合带东段及两侧二维地壳速度结构研究	101
5.1	前言	101
5.2	射线反演方法原理	101
5.2.1	速度模型参数化	102
5.2.2	射线追踪	104
5.2.3	射线步长	104
5.2.4	射线组概念与射线离源角确定	104
5.2.5	光滑层边界模拟	105
5.2.6	反演	105
5.3	阿尼玛卿缝合带东段及两侧上地壳速度结构研究	108
5.3.1	初始模型为弯曲基底界面的反演	108
5.3.2	初始模型为平界面的射线反演	110
5.3.3	关于 Pg 资料获得阿尼玛卿缝合带东段上地壳速度结构的结论	120
5.4	阿尼玛卿缝合带东段中下地壳速度结构研究	121
5.4.1	马尔康—碌曲—古浪人工地震测深剖面概况	121
5.4.2	剖面图显示的主要震相	124
5.4.3	中下地壳速度结构反演	128
5.5	关于阿尼玛卿缝合带东段二维地壳结构的主要结论	132
第六章	阿尼玛卿缝合带东段断层通道波观测研究	134
6.1	前言	134

6.2 库赛湖—玛沁断裂带简介 134

6.3 野外地震资料采集 135

6.4 时间校正及地震记录特征 135

6.5 断层通道波的有限差分正演拟合 138

6.6 结论 140

结束语..... 141

参考文献..... 143

第一章 地球物理反演的基本理论

在自然界中，大到整个宇宙，中至一个行星，小到一个量子粒子，都可以用一个物理系统 S 代表。假定我们能够定义一组完全描述 S 的模型参数，尽管这些参数可能并不都是可直接测量的，我们可以在计算上定义一些可观测参数，这些参数的实际值依赖于模型参数值。那么，解正演问题就是对给定的任意模型参数值预测可观测的参数值。解反演问题就是根据给定的可观测参数的观测值，推断模型参数的值。地球物理学中又包含地震学、电磁学、重力学、地磁学、地热学、放射性学和井中地球物理等众多学科，以地震反演为例，观测数据一般是指原始地震记录资料，模型参数是指与构造或岩性相关的物理参数，如介质速度、密度、泊松比、孔隙度、储油层厚度、地层压力等。正演问题就是对给定模型参数，在特定的物理定律成立的前提下，预测所能观测到的数据。与此相反，反演问题就是由观测数据来反推可能的模型参数。由于地球物理观测数据的不完备性以及各种误差的存在，所以，对模型空间参数的估计总是近似的或在某种意义下的最优解。通常的做法是试图寻找一个能最好地解释观测结果的最佳拟合模型。实质上，反演就是实现从地球物理异常（或响应）到地球物理模型的映射。

1.1 模型空间与数据空间

描述一个物理系统的量通常不是唯一的，如为描述固体的弹性性质，可用弹性刚度张量，也可用弹性柔度张量，并且二者互为逆。把不依赖特定的参数化方法，引进一个点的抽象空间集合，每个点表示系统的一想象的模型，该空间称为模型空间，记为 $\aleph$ 。

模型参数特定的选择称为系统的参数化。如果两种不同的参数化是以双射相连系，则它们是等价的。定义一参数化方法意味着定义一组实验过程，从而能够测定（至少在理论上）系统的不同特征。当确定特定的参数化方法时，模型空间中每一个点将与一组数值相连系，用 M 空间的一个点来表示， M 同构于 R^n 的一个部分（ R 为实线， n 为参数个数）。这样模型空间 $\aleph$ 被本征地定义，而 M 则取决于所选择的具体参数化方法。从数学观点来看， $\aleph$ 为一（非线性）流形，而 M 则为 $\aleph$ 的一个图。对模型空间定义一坐标系就是给出模型空间的一个图 M ，数学家将 n 维非线性流形和 R^n 的一部分间的任何“映射”均称作图。 $\aleph$ 的每个点，或 M 的相应的点，被称为一个模型，以 m 表示。完全描述一个系统所需模型参数的数目可以是有限的，也可以是无限的。

当系统的特定参数化方法选定后，每个模型可用一组特定的模型参数值来表示：

$$m = \{m^\alpha\} \quad (\alpha \in I_M) \quad (1.1)$$

其中 I_M 为一组有限个离散角标值。只要 S 的一个特定参数化方法可视为对 $\aleph$ 选择坐标线，变量 m^α 即可称为 m 的坐标值（相对于给定的坐标线）的坐标值。

根据定义， $\aleph$ 的图与 R^n 同构。一个特例是图为线性（向量）空间，那么，对给定的图

M 就可定义两模型 m_1 与 m_2 之和为其“分量”之和

$$(m_1 + m_2)^\alpha = m_1^\alpha + m_2^\alpha \quad (\alpha \in I_M) \quad (1.2)$$

模型与一实数相乘为其“分量”相乘,

$$(rm)^\alpha = rm^\alpha \quad (\alpha \in I_M) \quad (r \in R) \quad (1.3)$$

把所有可能的仪器响应所组成的空间称为数据空间。

将每个特定的实现用 d 来表示。当“可测参数”一经选定, 数据空间的一个图, 用 D 表示。不太严格地说, 仍可称为“数据空间”。任何一个测量结果可写成“分量”

$$d = \{d^i\} \quad (i \in I_D) \quad (1.4)$$

$$(d_1 + d_2)^i = d_1^i + d_2^i \quad (i \in I_D) \quad (1.5)$$

$$(rd)^i = rd^i \quad (i \in I_D) \quad (r \in R) \quad (1.6)$$

则, D 为线性空间。向量 d 称为数据向量, 或数据组。

引入积空间 (称联合空间) $X = D \times M$, 其元素为一对 $x = (d, m)$ 。由于 d 的元素叫做观测参数, m 的元素叫做模型参数, 因而 x 的元素可叫做物理参数, 或简称参数。空间 X 称为参数空间。许多问题中将 x 分离为数据空间和模型空间可能是随意的。

1.2 线性或线性化反演方法

地球物理反演问题的线性和线性化反演方法, 是理论最完整、应用最广泛、最为成熟的反演方法。线性反演问题的目标函数只有一个极值, 非线性反演问题存在多个极值。线性化反演方法强烈地依赖于初始模型, 在每一次迭代时, 首先搜索当前模型下目标函数的下降方向, 然后按此方向以一定步长前进, 求得一个新的模型; 以此新模型为起点, 再进行搜索, 不断迭代, 直至不能够前进为止。当初始模型在真实模型附近时, 这种搜索能达到全局极小所对应的真实模型处。但当初始模型离真实模型较远, 在某一局部极值所对应的模型附近时, 这种搜索常常会到达局部极小为止, 陷入了局部极值 (图 1.1)。从这种角度来看, 可以将反演方法分为全局和局部两类方法。

线性反问题的数学表达为

$$d = Gm \quad (1.7)$$

大多数反演方法都是基于最优化的原理, 即从大量已知模型的正演结果中, 选出方差 (或其他范数规则) 为最小的模型作为待求模型的解, 即 L_2 范数条件下的寻优问题。求解线性反问题最简单的方法建立在度量由“估计的模型参数” m^{est} 所“预测的数据” $d^{\text{pre}} (= Gm^{\text{est}})$ 与实际观测数据 d^{obs} 之间距离 (或长度) 之大小的基础上。对此问题的求解常采用最小二乘法。

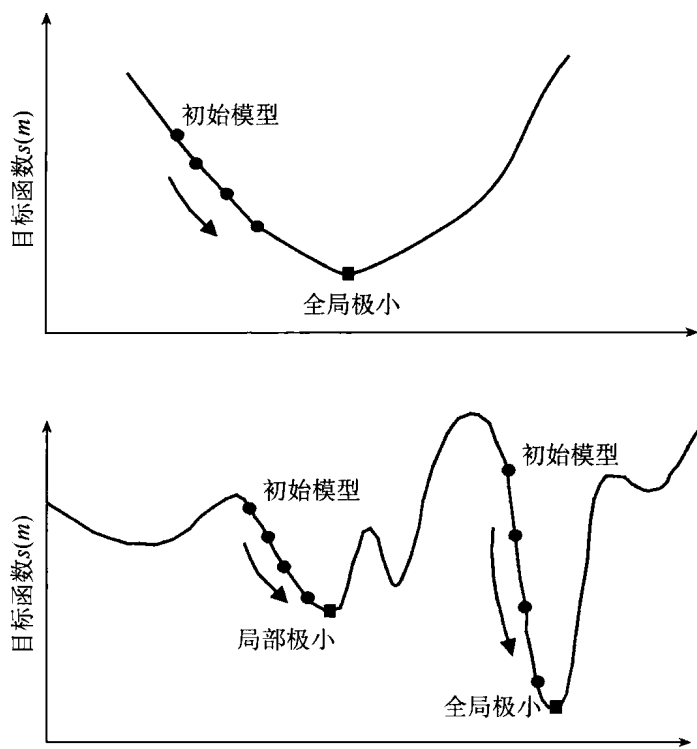


图 1.1 线性、非线性反演求解示意图

求解正问题的方程是线性的 $d_{cal} = Gm$ ，那么，后验概率密度 $\sigma_M(m)$ 是高斯型的：

$$\sigma_M(m) = ((2\pi)^{NM} \det C_{M'})^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (m - \langle m \rangle)^t C_M^{-1} (m - \langle m \rangle) \right] \quad (1.8)$$

其中心值为

$$\langle m \rangle = [G^t C_D^{-1} G + C_M^{-1}]^{-1} [G^t C_D^{-1} d_{obs} + C_M^{-1} m_{Prior}] \quad (1.9a)$$

$$= m_{Prior} + [G^t C_D^{-1} G + C_M^{-1}]^{-1} G^t C_D^{-1} (d_{obs} - Gm_{Prior}) \quad (1.9b)$$

$$= m_{Prior} + C_M G^t [G C_M G^t + C_D]^{-1} (d_{obs} - Gm_{Prior}) \quad (1.9c)$$

协方差算子为

$$\begin{aligned} C_{M'} &= [G^t C_D^{-1} G + C_M^{-1}]^{-1} \\ &= C_M - C_M G^t [G C_M G^t + C_D]^{-1} G C_M \end{aligned} \quad (1.10)$$

高斯型的中心值 $\langle m \rangle$ 既是 $\sigma_M(m)$ 的均值又是其最大似然点，它被误称为反演问题

的解。对于线性问题，可以显示表达解的和后验协方差算子的表达式。

一般最小二乘法的中心问题是求失配函数（或称目标函数） $S(m)$ 的极小

$$S(m) = \frac{1}{2}[(g(m) - d_{\text{obs}})'C_D^{-1}(g(m) - d_{\text{obs}}) + (m - m_{\text{prior}})'C_M^{-1}(M - M_{\text{prior}})] \quad (1.11)$$

在求解地球物理反演问题时，在描述问题的线性方程组建立之后，通常只要确定了方程组系数矩阵的逆矩阵，即可解出方程。超定最小二乘问题的广义逆为 $G^{-g} = (G^T G)^{-1} G^T$ ，而对于欠定解来说，广义逆为 $G^{-g} = G^T (G G^T)^{-1}$ 。

如果 $g(m)$ 不是 m 的线性函数，则 $\sigma_M(m)$ 不是高斯型的。 $g(m)$ 的非线性程度越高， $\sigma_M(m)$ 就离高斯函数越远。这里可以分三种情况讨论，即 $g(m)$ 可以在点 m_{prior} 附近能够线性化、 $g(m)$ 可以在真最大似然点 m_{ML} 附近能够线性化和 $g(m)$ 完全非线性不能够线性化。

若函数 $g(m)$ 在点 m_{prior} 附近能够线性化，则正问题的非线性程度最弱。

$$g(m) \cong g(m_{\text{prior}}) + G_0(m - m_{\text{prior}}) \quad (1.12)$$

式中

$$\left[G_0^{i\alpha} = \frac{\partial g^i}{\partial m^\alpha} \right]_{m_{\text{prior}}} \quad (1.13)$$

把式 (1.13) 代入式 (1.8)，可以看到后验概率密度近似是高斯型的，忽略二次项，其中心值为

$$\begin{aligned} \langle m \rangle &\cong m_{\text{prior}} + [G_0^t C_d^{-1} G + C_M^{-1}]^{-1} G_0^t C_D^{-1} (d_{\text{obs}} - g(m_{\text{prior}})) \\ &= m_{\text{prior}} + C_M G_0^t (G_0 C_M G_0^t + C_D)^{-1} (d_{\text{obs}} - g(m_{\text{prior}})) \end{aligned} \quad (1.14)$$

后验协方差算子由下式给出

$$C_{M'} \cong [G_0^t C_D^{-1} G_0 + C_M^{-1}]^{-1} \quad (1.15)$$

$$= C_M - C_M G_0^t (G_0 C_M G_0^t + C_D)^{-1} G_0 C_M \quad (1.16)$$

因此，求解可线性化问题比精确地解线性问题并不存在更多的困难。

若函数 $g(m)$ 在点 m_{ML} 附近能够线性化，则正问题的非线性程度得到进一步强化，公式 (1.12) 不再满足。但在有效后验概率密度的空间 $D \times M$ 范围内，函数 $g(m)$ 仍是准线性的。此时应采用迭代算法求取 $\sigma_M(m)$ 的最大似然点 m_{ML} ，并用点 m_{ML} 附近 $g(m)$ 的线性化来计算后验协方差算子。使 $\sigma_M(m)$ 最大的点，将使 $S(m)$ 最小。

$$g(m) \cong g(m_{ML}) + G_{\infty}(m - m_{ML}) \quad (1.17)$$

式中, G_{∞} 代表微商算子, 其元素为

$$G_{\infty}^{\alpha} = \left(\frac{\partial g^i}{\partial m^{\alpha}} \right)_{m_{ML}} \quad (1.18)$$

点 m_{ML} 必须由 $S(m)$ 的非二次极小化得到。 $S(m)$ 由式 (1-11) 给出

$$S(m) = \frac{1}{2} [(g(m) - d_{\text{obs}})' C_D^{-1} (g(m) - d_{\text{obs}}) + (m - m_{\text{prior}})' C_M^{-1} (m - m_{\text{prior}})]$$

这可以用迭代算法得出

$$m_{n+1} = m_n + \delta m_n \quad (1.19)$$

用 m_{∞} ($m_{ML} \cong m_{\infty}$) 表示决定停止迭代的点。

$S(m)$ 在给定点 m_n 处的梯度和海赛算子分别记为 $\hat{\gamma}_n$ 和 $\hat{H}_n$, 并且是由二阶展开式

$$S(m + \delta m) = S(m) + \left(\frac{\partial S}{\partial m} \right)' \delta m + \frac{1}{2} \delta m' \left(\frac{\partial^2 S}{\partial m^2} \right) \delta m + O(|\delta m|^3)$$

记 $\hat{\gamma} = \frac{\partial S}{\partial m}$, $\hat{H} = \frac{\partial^2 S}{\partial m^2}$, 有

$$S(m + \delta m) = S(m) + \langle \hat{\gamma}, \delta m \rangle + \frac{1}{2} \langle \hat{H} \delta m, \delta m \rangle + O(|\delta m|^3) \quad (1.20)$$

$$\hat{\gamma}_n = \left. \frac{\partial S}{\partial m} \right|_{m=m_n} = G_n' C_D^{-1} (g(m_n) - d_{\text{obs}}) + C_M^{-1} (m_n - m_{\text{prior}}) \quad (1.21)$$

$$\text{和} \quad \hat{H}_n = \left. \frac{\partial^2 S}{\partial m^2} \right|_{m=m_n} \approx G_n' C_D^{-1} G_n + C_M^{-1} \quad (1.22)$$

令 $\gamma_n = C_M \hat{\gamma}_n$, 表明最速上升方向。

$H_n = C_M \hat{H}_n$, 定义为曲率算子。

求解 $S(m)$ 常常用到的最优化方法主要有最速下降法、共轭梯度法、牛顿法、变尺度法等等。求解线性问题要比非线性问题容易求解, 有三方面的原因: ①函数 $S(m)$ 没有次极小; ②牛顿法仅仅一次迭代就收敛; ③共轭方向法和变尺度法仅仅有限次迭代就收敛 (如果不考虑截断误差)。

1.2.1 线性问题的反演公式

(1) 预条件最速下降法。

$$\begin{aligned}
 \gamma_n &= C_M G_n^t C_D^{-1} (g(m_n) - d_{\text{obs}}) + (m_n - m_{\text{proir}}) \quad (\text{任意的 } m_0) \\
 \phi_n &= \hat{S}_0 \gamma_n \\
 b_n &= G \phi_n \\
 \mu_n &= \frac{\gamma_n^t C_M^{-1} \phi_n}{\phi_n^t C_M^{-1} \phi_n + b_n^t C_D^{-1} b_n} \\
 m_{n+1} &= m_n - \mu_n \phi_n
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

(2) 预条件共轭方向法。

$$\begin{aligned}
 \gamma_n &= C_M G_n^t C_D^{-1} (g(m_n) - d_{\text{obs}}) + (m_n - m_{\text{proir}}) \quad (\text{任意的 } m_0) \\
 \lambda_n &= \hat{S}_0 \gamma_n \quad \hat{S}_0 \equiv [I + C_M G_0^t C_D^{-1} G_0]^{-1} \\
 \omega_n &= \gamma_n^t C_M^{-1} \lambda_n \\
 \phi_n &= \lambda_n + \alpha_n \phi_{n-1} \quad (\phi_0 = \lambda_0) \\
 b_n &= G \phi_n \\
 \mu_n &\equiv \frac{\omega_n}{\phi_n^t C_M^{-1} \phi_n + b_n^t C_D^{-1} b_n} \\
 m_{n+1} &= m_n - \mu_n \phi_n
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

(3) 牛顿法。

$$\begin{aligned}
 m &= [G^t C_D^{-1} G + C_M^{-1}]^{-1} [G^t C_D^{-1} d_{\text{obs}} + C_M^{-1} m_{\text{proir}}] \\
 m &= m_{\text{proir}} - [G^t C_D^{-1} G + C_M^{-1}]^{-1} [G^t C_D^{-1} (G m_{\text{proir}} - d_{\text{obs}})] \\
 m &= m_{\text{proir}} - C_M G^t [C_D + G C_M G^t]^{-1} [G m_{\text{proir}} - d_{\text{obs}}] \\
 m &= m_{\text{proir}} - [I + C_M G^t C_D^{-1} G]^{-1} C_M G^t C_D^{-1} [G m_{\text{proir}} - d_{\text{obs}}] \\
 m_{n+1} &= m_{\text{proir}} - C_M G^t C_D^{-1} [I + G C_M G^t C_D^{-1}]^{-1} [G m_{\text{proir}} - d_{\text{obs}}]
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

(4) 变尺度法。

$$\begin{aligned}
 \gamma_n &= C_M G_n^t C_D^{-1} (g(m_n) - d_{\text{obs}}) + (m_n - m_{\text{proir}}) \quad (\text{任意的 } m_0) \\
 \phi_n &= \hat{S}_n \gamma_n \quad \hat{S}_0 \equiv [I + C_M G_0^t C_D^{-1} G_0]^{-1} \\
 b_n &= G \phi_n \\
 \mu_n &= \frac{\gamma_n^t C_M^{-1} \phi_n}{\phi_n^t C_M^{-1} \phi_n + b_n^t C_D^{-1} b_n} \\
 m_{n+1} &= m_n - \mu_n \phi_n \\
 \hat{S}_{n+1} &= \hat{S}_n + \delta \hat{S}_n
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

如果有效地完成了与模型空间的维数相等的迭代次数，则在最后一次迭代

$$\hat{S}_n = [I + C_M G^t C_D^{-1} G]^{-1}$$

1.2.2 可线性化问题的反演公式

给定一个参考模型 m_{ref} ，计算 $g(m_{\text{ref}})$ 较容易，线性近似为

$$g(m) \approx g(m_{\text{ref}}) + G_{\text{ref}}(m - m_{\text{ref}}) \quad (1.27)$$

以适当的精度成立。

假设 $m_{\text{ref}} = m_0 = m_{\text{prior}}$ ，定义

$$\delta m = m - m_0 \quad (1.28)$$

$$\delta d = g(m) - g(m_0) \quad (1.29)$$

$$\delta d_{\text{obs}} = d_{\text{obs}} - g(m_0) \quad (1.30)$$

对于失配函数 S ，未知的 δm 的二次泛函为

$$S = \frac{1}{2} [(G_0 \delta m - \delta d_{\text{obs}})^t C_D^{-1} (G_0 \delta m - \delta d_{\text{obs}}) + \delta m^t C_M^{-1} \delta m] \quad (1.31)$$

$$\delta d = G_0 \delta m$$

(1) 预条件最速下降法。

$$\gamma_n = C_M G_0^t C_D^{-1} (G_0 \delta m_n - \delta d_{\text{obs}}) + \delta m_n \quad (\text{任意的 } \delta m_0)$$

$$\phi_n = \hat{S}_0 \gamma_n \quad \hat{S}_0 \equiv [I + C_M G_0^t C_D^{-1} G_0]^{-1}$$

$$b_n = G_0 \phi_n \quad (1.32)$$

$$\mu_n = \frac{\gamma_n^t C_M^{-1} \phi_n}{\phi_n^t C_M^{-1} \phi_n + b_n^t C_D^{-1} b_n}$$

$$\delta m_{n+1} = \delta m_n - \mu_n \phi_n$$

(2) 预条件共轭方向法。

$$\gamma_n = C_M G_0^t C_D^{-1} (G_0 \delta m_n - \delta d_{\text{obs}}) + \delta m_n \quad (\text{任意的 } \delta m_0)$$

$$\lambda_n = \hat{S}_0 \gamma_n \quad \hat{S}_0 \equiv [I + C_M G_0^t C_D^{-1} G_0]^{-1}$$

$$\omega_n = \lambda_n^t C_M^{-1} \gamma_n$$

$$\phi_n = \lambda_n + \alpha_n \phi_{n-1} \quad (\phi_0 = \lambda_0)$$

$$b_n = G_0 \phi_n \quad (1.33)$$

$$\mu_n \cong \frac{\omega_n}{\phi_n^t C_M^{-1} \phi_n + b_n^t C_D^{-1} b_n}$$

$$\delta m_{n+1} = \delta m_n - \mu_n \phi_n$$

(3) 牛顿法。

$$\begin{aligned}\delta m &= [G_0^t C_D^{-1} G_0 + C_M^{-1}]^{-1} G_0^t C_D^{-1} \delta d_{\text{obs}} \\ \delta m &= C_M G_0^t [C_D + G_0 C_M G_0^t]^{-1} \delta d_{\text{obs}} \\ \delta m &= [I + C_M G_0^t C_D^{-1} G_0]^{-1} C_M G_0^t C_D^{-1} \delta d_{\text{obs}} \\ \delta m &= C_M G_0^t C_D^{-1} [I + G_0 C_M G_0^t C_D^{-1}]^{-1} \delta d_{\text{obs}}\end{aligned}\quad (1.34)$$

(4) 变尺度法。

$$\begin{aligned}\gamma_n &= C_M G_0^t C_D^{-1} (G_0 \delta m_n - \delta d_{\text{obs}}) + \delta m_n \quad (\text{任意的 } \delta m_0) \\ \phi_n &= \hat{S}_n \gamma_n \quad \hat{S}_0 \cong [I + C_M G_0^t C_D^{-1} G_0]^{-1} \\ b_n &= G_0 \phi_n \\ \mu_n &= \frac{\gamma_n^t C_M^{-1} \phi_n}{\phi_n^t C_M^{-1} \phi_n + b_n^t C_D^{-1} b_n} \\ \delta m_{n+1} &= \delta m_n - \mu_n \phi_n \\ \hat{S}_{n+1} &= \hat{S}_n + \delta \hat{S}_n\end{aligned}\quad (1.35)$$

1.3 完全非线性反演方法

相对而言，人们对线性反演问题已经有了比较深入的了解，对非线性反演问题却比较陌生。大力开展非线性反演问题的研究，是地球物理学界的共识。

非线性全局优化反演技术在地球物理领域的应用始于 20 世纪 80 年代中期，近十年来得到迅猛的发展。全局优化方法一般分为枚举算法 (Ecoublet 等, 2001) 和随机算法，随机算法主要有蒙特卡洛法 (Monte-Carlo Method)、模拟退火法 (Simulated Annealing)、人工神经网络法 (Artificial Neural Network)、遗传算法 (Genetic Algorithm)、多尺度反演法 (Multi-Scale Inversion)、同伦反演法 (Homotopy Method)、非线性共轭梯度法 (Non-Linear Conjugate Gradient Method)、原子跃迁法 (Atomic Transition Algorithm)、量子退火法 (Quantum Annealing)、量子遗传法 (Quantum Genetic Algorithm)、蚂蚁觅食法 (Ant Colony Optimization Algorithm)、免疫算法 (Immune algorithm)、粒子群算法 (Particle Swarm Optimization)、演化博弈算法 (Evolutionary Game) 等等。这些方法的原理各不相同，基础也不一样，有的基础是数学，如蒙特卡洛法、同伦反演法、非线性共轭梯度法；有的基础是物理，如多尺度反演法、模拟退火法、原子跃迁法、量子退火法、量子遗传法；有的是生物，基于仿生原理，如人工神经元法、遗传算法、蚂蚁觅食法、免疫算法、演化博弈算法等等。以下介绍几种全局非线性反演方法。

1.3.1 枚举算法

枚举法或穷举法是最简单最直接的完全非线性反演法，也是效率最低的一种反演方法。已知待求模型的参数的上下界限，

$$m_{\inf}^{\alpha} \leq m^{\alpha} \leq m_{\sup}^{\alpha} \quad (\alpha \in I_M) \quad (1.36)$$

式中， $m_{\inf}^{\alpha}$ 代表第 α 个模型参数的下界； $m_{\sup}^{\alpha}$ 代表第 α 个模型参数的上界。

枚举算法就是对模型空间彻底地搜索，把模型空间允许的范围都搜索到，看哪一个模型，或哪一组模型的计算值 ($d(m)$) 和观测数据 (d) 拟合最好。具体做法是从某个初始模型 m_0 开始，计算 $d_{\text{cal}} = g(m_0)$ ，比较 d_{cal} 和 d_{obs} ，并根据他们的物理直观猜测一个新的模型 m_1 ，对于这个新的模型 m_1 ， $g(m_1)$ 比 $g(m_0)$ 更好地拟合观测数据值。此过程被迭代进行，直到模型相邻两次的更新不再有效地改善观测和计算数据值之间的拟合程度。

1.3.2 蒙特卡洛法 (Monte-Carlo Method)

解非线性反问题最一般的方法需要探查全模型空间，如果正问题是极度非线性的，对有好多个参数的模型来说，在模型空间内随机选点要比确定一足够的规则网格以保证至少有一点将在最优区域内更为经济。在任一阶段应用随机（或伪随机）生成元的任一方法，为纪念著名的赌场，被命名为 Monte Carlo 法。该方法反演的意义在于它能够解相对大规模的完全非线性形式的问题（即不作任何线性化）。

假设有参数空间的某一先验信息，表示为式 (1.36)。依照 Press 的定义，Monte Carlo 反演方法就是应用为随机数生成元在式 (1.36) 定义的区域产生随机模型，计算其中的每个模型（如 m ）相应的预测数据 $d_{\text{cal}} = g(m)$ 以及应用比较 d_{cal} 与 d_{obs} 的某一定量准则来判定 m 是否可以接受。当可接受的模型的数量足以表明模型空间已被合适地探查时，计算机即停止。

常用的伪随机序列发生器有 Von Neumann 建议的平方取中法，和平方取中法的修正乘积取中法，以及应用相当广泛的乘同余法等。

Monte Carlo 法搜索速度慢，效率低，反演参数少，多应用与一维或二维反演，不适用于三维反演，目前使用较少。

1.3.3 模拟退火法 (Simulated Annealing)

模拟退火法源于统计热力物理学，它模拟熔融状态下物体逐渐冷却达到结晶状态的物理过程。模拟退火算法的基本思想是：生成一系列参数向量模拟粒子的热运动，通过缓慢地减小一个模拟温度的控制参数，使模拟的热系统最终冷却结晶达到系统能量最小值。

模拟热处理是一种数值方法，它利用了物理的热处理过程与得到有许多局部极小值（亚稳态）的函数的全局很小（同化于某一能量）的数学问题之间的类似性。由统计物理学知，物质能态的概率密度分布可由下式表达：

$$\rho(m) = a \cdot \exp\{-E(m)/(kT)\} \quad (1.37)$$

式中， $E(m)$ 为物质的总内能； k 为玻尔兹曼常数； T 为绝对温度。可以看出，在概率反演中，模型的后验概率密度分布 $\sigma_M(m)$ 的数学表达式与其十分相似。事实上