全新升级版

全国十二大考研辅导机构指定用书

2013 李永乐·王式安考研数学系列

数学基础过关660题

数学三

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660TI (SHUXUESAN)

主编 李永乐 王式安

编委 "高数"：李正元 武忠祥 刘西垣 蔡燧林
"线代"：李永乐 胡金德 "概率论"：王式安

一线名师强强联手 权威打造实力精品
典型习题精选精编 难度适中题量适当
解答精准评注点睛 全面指导解题思路
循序渐进稳步提升 基础过关举一反三

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

全国十二大考研辅导机构指定用书

2013 李永乐·王式安考研数学系列

数学基础过关660题

数学三

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660TI (SHUXUESAN)

主 编 李永乐 王式安

编 委：北京理工大学 王式安
北 京 大 学 刘西垣
北 京 大 学 李正元
清 华 大 学 李永乐
西安交通大学 武忠祥
清 华 大 学 胡金德
浙 江 大 学 蔡燧林
(按姓氏笔画排序)

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

2012年全国硕士生入学统一考试数学基础过关660题.
3/李永乐主编.—西安:西安交通大学出版社,
2010.2

(金榜考研系列丛书.数学篇)
ISBN 978-7-5605-3441-1

Ⅰ.①2… Ⅱ.①李… Ⅲ.①高等数学—研究生—入学考试—习题 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第019380号

敬告读者

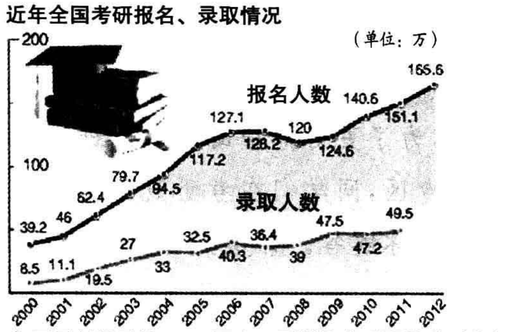
本书封面贴有专用防伪标识,凡有防伪标识的为正版图书,请读者注意识别。

数学基础过关660题(数学三)

主　　编:李永乐
策　　划:张伟　陈丽
责任编辑:张梁
装帧设计:金榜图文设计室
出版发行:西安交通大学出版社
地　　址:西安市兴庆南路10号(邮编:710049)
电　　话:(029)82668315　82669096(总编办)
　　　　　(029)82668357　82667874(发行部)
印　　刷:保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本:787mm×1092mm　1/16
印　　张:24.5
字　　数:580千字
版　　次:2012年2月第3版
印　　次:2012年2月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5605-3441-1/O·313
定　　价:45元

图书如有印装质量问题,请与印刷厂联系调换　　电话:(010)82570560

前言



2012年更是创纪录的165.6万人，同学们考研面临激烈竞争

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习备考用书，从 2002 年至今，已出版 11 年了，十多年来，得到了广大考生的信任与好评，成为考生心目中基础复习必备题集。2013 版《660 题》在 2012 版的基础上，进行了修订和调整，精益求精，全新升级，力争给考生们的复习带来更大的益处。

本书内容包括微积分、线性代数、概率论与数理统计，题型为选择题(451)与填空题(331)。在题目的编制设计上，我们有两个基本构思：一是选择题与填空题的模拟题，二是为解答题铺路的基础板块。

从教育部考试中心公布的统计结果来看，数学三的选择题、填空题难度系数如下：

	2009 年	2010 年	2011 年
选择题	0.638	0.613	0.698
填空题	0.447	0.538	0.508

是不是丢分丢得有点多了？对于往届考生的失误要引以为戒，应当重视选择题、填空题的复习吧。

针对大多数考生基础薄弱，很长时间没有复习数学的事实，加大数学复习的强度是有必要的，一定量的练习是必不可少的。本书从各科的难度和需要考生掌握的程度出发，对各科的题目相应的增加，总题目数增至 782 题，对一些旧、难题重新编写。是一本不可多得的复习用书。

硕士研究生入学考试的性质是“具有选拔功能的水平考试”，而“考查考生对基础知识的掌握程度，是数学考试的重要目标之一”，同时“由于数学学科本身的特点，考生的数学成绩历来相关较大，这说明数学学科的考试选拔性质更加突出”。近年来，一些考生的失误“并不是因为缺乏灵活的思维和敏锐的感觉，而恰恰是因对数学大纲中规

定的基础知识和基本理论的掌握还存在某些欠缺，甚至有所偏废所致”。因此，希望广大考生要按考试大纲踏实、认真、全面、系统地复习，心态要平和，戒浮躁，要循序渐进，不断积累，逐步提高。

另外，为了更好地帮助同学们进行复习，“李永乐考研数学辅导团队”特在网络上开设答疑专区，同学们在考研数学复习中，如若遇到任何问题，即可在线留言，团队老师将尽心为你解答。详情见“金榜教育网”首页(www.jinbangjiaoyu.com)。

希望本书的修订再版能对同学们的复习备考有更大的帮助。对书中不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

祝同学们复习顺利，心想事成，考研成功！

编　者

2012 年 2 月

目 录

第 1 部分 选择题

微积分 …… 3

线性代数 …… 40

概率论与数理统计 …… 58

参考答案 …… 74

微积分 …… 74

线性代数 …… 165

概率论与数理统计 …… 204

第 2 部分 填空题

微积分 …… 237

线性代数 …… 251

概率论与数理统计 …… 259

参考答案 …… 267

微积分 …… 267

线性代数 …… 334

概率论与数理统计 …… 364

1

第1部分

选 择 题

微 积 分

1 设$\{x_n\}$与$\{y_n\}$均无界，$\{z_n\}$有界，则以下命题正确的是

(A)$\{x_n+y_n\}$无界. (B)$\{x_x y_n\}$无界.

(C)$\{x_n+z_n\}$无界. (D)$\{x_n z_n\}$无界.

2 设$f(x)$、$g(x)$与$h(x)$均为定义在$(-\infty,+\infty)$上的非零函数，且$g(x)$为奇函数，$h(x)$为偶函数，则

(A)$f(g(x))$必为奇函数. (B)$g(f(x))$必为奇函数.

(C)$f(h(x))$必为偶函数. (D)$h(f(x))$必为偶函数.

3 设$f(x)$与$g(x)$分别为定义在$(-\infty,+\infty)$上的严格增函数与严格减函数，则

(A)$f(g(x))$为严格减函数. (B)$f(g(x))$为严格增函数.

(C)$f(x)g(x)$为严格减函数. (D)$f(x)g(x)$为严格增函数.

4 下述命题正确的是

(A) 设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续，则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有界.

(B) 设$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$不存在，则存在$\mathring{U}_\delta(x_0)$，当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时$f(x)$无界.

(C) 设存在$\mathring{U}_\delta(x_0)$，当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时$f(x)$无界，则必有$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$.

(D) 设$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$，则必存在$\mathring{U}_\delta(x_0)$，当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时$f(x)$无界.

【注】 这里$\mathring{U}_\delta(x_0)=\{x\mid 0<|x-x_0|<\delta\}$，下同.

5 下述命题

① 设$f(x)$在任意的闭区间$[a,b]$上连续，则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续.

② 设$f(x)$在任意的闭区间$[a,b]$上有界，则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有界.

③ 设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为正值的连续函数，则$\dfrac{1}{f(x)}$在$(-\infty,+\infty)$上也是正值的连续函数.

④ 设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为正值的有界函数，则$\dfrac{1}{f(x)}$在$(-\infty,+\infty)$上也是正值的有界函数.

其中正确的个数为

(A)1. (B)2. (C)3. (D)4.

6 下述命题正确的是

(A) 设$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在，则必存在$\delta>0$，当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时，$f(x)$必存在.

(B) 设$f(x)$在$x=x_0$处连续，则必存在$\delta>0$，当$x\in\mathring{U}_\delta(x_0)$时，$f(x)$亦连续.

(C) 设 $x=x_0$ 为 $f(x)$ 的间断点,则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 必不存在.

(D) 设 $f(x_0)$ 不存在,则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 必不存在.

7 设 $x\to x_0$ 时 $f(x)$ 不是无穷大,则下述结论正确的是

(A) 设 $x\to x_0$ 时 $g(x)$ 是无穷小,则 $f(x)g(x)$ 必是无穷小.

(B) 设 $x\to x_0$ 时 $g(x)$ 不是无穷小,则 $f(x)g(x)$ 必不是无穷小.

(C) 设在 $x=x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 无界,则 $x\to x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必是无穷大.

(D) 设在 $x=x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 有界,则 $x\to x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必不是无穷大.

8 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0} h(x)=A$. 则正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))=\infty$.　　(B) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)-g(x))=0$.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+h(x))=\infty$.　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0} h(x)f(x)=\infty$.

9 下述命题

① 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=0$.

② 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=\infty$.

③ 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)-g(x))=0$.

④ 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))=+\infty$.

正确的个数为

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4.

10 下列运算

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}+\frac{1}{\ln(1-x)}\right)\overset{①}{=\!=}\lim_{x\to 0}\frac{1}{\ln(1+x)}+\lim_{x\to 0}\frac{1}{\ln(1-x)}\overset{②}{=\!=}$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}+\lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{x}\right)\overset{③}{=\!=}\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\right)\overset{④}{=\!=}0.$$

其中错误的等号是

(A)① 与 ②.　　(B)③ 与 ④.　　(C)① 与 ③.　　(D)② 与 ④.

11 下列运算过程没有错误的是

(A) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2}{x^2}\overset{①}{=\!=}\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x^2}-\lim_{x\to 0}\frac{x-\frac{1}{2}x^2}{x^2}\overset{②}{=\!=}$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{x^2}-\lim_{x\to 0}\frac{x-\frac{1}{2}x^2}{x^2}\overset{③}{=\!=}\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{x^2}-\frac{x-\frac{1}{2}x^2}{x^2}\right)=\frac{1}{2}.$$

(B) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2}{x^2}\xlongequal{④}\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{\ln(1+x)}{x^2}-\dfrac{x-\frac{1}{2}x^2}{x^2}\right]\xlongequal{⑤}$

$\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{x}{x^2}-\dfrac{x-\frac{1}{2}x^2}{x^2}\right]=\dfrac{1}{2}.$

(C) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}-\cos x}{x^2}\xlongequal{⑥}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}-1-(\cos x-1)}{x^2}\xlongequal{⑦}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}-1}{x^2}-$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{x^2}\xlongequal{⑧}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2}-\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2}=-\dfrac{1}{2}-(-\dfrac{1}{2})=0.$

(D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}-\cos x}{x^2}\xlongequal{⑨}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{2}x^2}-1-(-\cos x-1)}{x^2}\xlongequal{⑩}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\frac{1}{2}x^2-(-\frac{1}{2}x^2)}{x^2}=0.$

12 已知$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a$.下列计算中,运算过程没有错误的是

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+xf(x)}{x^3}\xlongequal{①}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x+xf(x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a.$

(B) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+xf(x)}{x^3}\xlongequal{②}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{\sin 5x}{x}+f(x)}{x^2}\xlongequal{③}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}=a.$

(C) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+xf(x)}{x^3}\xlongequal{④}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{x^3}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xf(x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5}{x^2}+\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}\xlongequal{⑤}a.$

(D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+xf(x)}{x^3}\xlongequal{⑥}\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5+f(x)}{x^2}-\dfrac{5x-\sin 5x}{x^3}\right)\xlongequal{⑦}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5+f(x)}{x^2}-$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x-\sin 5x}{x^3}=a-\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x-\sin 5x}{x^3}=a-\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5-5\cos 5x}{3x^2}=a-\dfrac{5}{3}\lim\limits_{x\to 0}$

$\dfrac{1-\cos 5x}{x^2}=a-\dfrac{125}{6}.$

13 设$f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$,则当$x\to 0$时,$f(x)$

(A) 是无穷小.

(B) 是无穷大.

(C) 有界但不是无穷小.

(D) 无界但不是无穷大.

14 下列极限正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=1.$

(B) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1.$

(C) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin x=\infty.$

(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{\sin x}{x}}{\frac{\sin x}{x}}=1.$

15 考察下列运算：

① $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}\left(\dfrac{2}{x^3}\right)}{1}=2\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3}=\dfrac{4}{3}\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^5}=\cdots=\infty.$

② $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}=\cdots,$

由于分子与分母一直反复，所以该极限不存在.

③ 由于 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x+\cos x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{\sin x}{x}}{1+\dfrac{\cos x}{x}}=\dfrac{1+0}{1+0}=1$，另一方面，$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x+\cos x}$ 为“$\dfrac{\infty}{\infty}$ 型”，由洛必达法则，$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sin x}{x+\cos x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\cos x}{1-\sin x}$，所以 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\cos x}{1-\sin x}=1.$

其中运算与结论都正确的个数为

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

16 设 $u(x),v(x),w(x)$ 为定义在 $x=0$ 的某去心邻域内的函数，且 $\lim\limits_{x\to 0}u(x)=0$，下述结论：

① $x\to 0$ 时 $(1+u(x))^{v(x)}-1\sim v(x)u(x)$.

② $\lim\limits_{x\to 0}(1+u(x))^{v(x)w(x)}=\left[\lim\limits_{x\to 0}(1+u(x))^{v(x)}\right]^{\lim\limits_{x\to 0}w(x)}$.

③ $\lim\limits_{x\to 0}(1+u(x))^{\frac{1}{u(x)}}=e$.

正确的个数

(A)3 个. (B)2 个. (C)1 个. (D)0 个.

17 当 $x\to 0$ 时，下述一些无穷小与 x^3 为同阶无穷小的是

(A)$\alpha(x)=x^3+x^2$.

(B)$\beta(x)=\dfrac{1-\cos x}{x}$.

(C)$\gamma(x)=\displaystyle\int_0^{\ln(1+x)}(e^{t^2}-1)\,dt$.

(D)$\delta(x)=(1+\sin x)^{\ln(1+x)}-1$.

18 设 $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$，则

(A) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$.

(B) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=1$.

(D) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在，但不为 ∞.

19 下述极限不正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to 0^+}x^x=1$.

(B) $\lim\limits_{x\to+\infty}x^{\frac{1}{x}}=1$.

(C) $\lim\limits_{x\to 0^+}x^{\frac{1}{x}}=0$.

(D) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x^2}}=+\infty$.

20 设 $\ln x_n \leqslant \ln z_n \leqslant \ln y_n (n = 1,2,\cdots)$，且 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{y_n}{x_n} = 1$，则 $\lim\limits_{n\to\infty} \ln z_n$

(A) 存在且等于 1.　　(B) 存在且等于 0.

(C) 一定不存在.　　(D) 不一定存在.

21 设 $\ln x_n \leqslant \ln a \leqslant \ln y_n (n = 1,2,\cdots)$，且 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{y_n}{x_n} = 1$. 其中 a 是常数，则 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 与 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n$

(A) 都存在且都等于 a.　　(B) 都存在且都等于 1.

(C) 都不存在.　　(D) 可能存在，可能不存在.

22 设 $z_n = x_n y_n (n = 1,2,\cdots)$，且 $\lim\limits_{n\to\infty} z_n = 0$. 则下述命题正确的是

(A) 必有 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ 或 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0$.

(B) 若 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0$，则 $\{x_n\}$ 必为有界数列.

(C) 若 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$，则必有 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0$.

(D) 数列 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 不可能都是无界数列.

23 设 $\{a_n\}$ 收敛，$\{b_n\}$ 发散. 则

(A) $\{a_n b_n\}$ 必收敛.　　(B) $\{a_n b_n\}$ 必发散.

(C) $\{a_n + b_n\}$ 必收敛.　　(D) $\{a_n + b_n\}$ 必发散.

24 设 $u_n > 0 (n = 1,2,\cdots)$ 并设数列 $\{u_n\}$ 无上界，则

(A) 数列 $\{\dfrac{1}{u_n}\}$ 必有上界.

(B) 必有 $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$.

(C) 对于任意给定的 $M > 0$，满足 $u_n < M$ 的 n 只有有限个.

(D) 对于任意给定的 $M > 0$，满足 $u_n > M$ 的 n 总有无限个.

25 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内连续，$\{x_n\}$ 为一个数列. 下列命题正确的为

(A) 若 $\{x_n\}$ 收敛，则 $\{f(x_n)\}$ 亦收敛.　　(B) 若 $\{x_n\}$ 单调，则 $\{f(x_n)\}$ 收敛.

(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛，则 $\{x_n\}$ 收敛.　　(D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调，则 $\{x_n\}$ 收敛.

26 设 $f(x) = \dfrac{(x^3 - 1)\sin x}{(x^2 + 1)x}$，$x \in (-\infty, +\infty)$，$x \neq 0$. 则

(A) 存在某 $X > 0$，在 $|x| \leqslant X$ 上 $f(x)$ 无界，但在 $|x| > X$ 上有界.

(B) 存在某 $X > 0$，在 $|x| \leqslant X$ 上 $f(x)$ 有界，但在 $|x| > X$ 上无界.

(C) 对任意 $X > 0$，在 $|x| \leqslant X$ 上 $f(x)$ 有界，但在 $(-\infty, +\infty)$ 上无界.

(D) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上 $f(x)$ 有界.

27 下列等式正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan(\sin x)}{x}=1$.

(B) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\sin mx}{\sin nx}=\dfrac{m}{n}$($m$、$n$ 为正整数).

(C) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\tan(x^2-1)}{x-1}=1$.

(D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^4}=0$.

28 将 $x\to 0^+$ 时的三个无穷小量 $\alpha=\int_0^x \cos t^2\,dt$,$\beta=\int_0^{x^2}\sin\sqrt{t}\,dt$,$\gamma=\sqrt{1-x^2}-1$ 排列起来,使得排在后面一个是前面一个的高阶无穷小,则正确的排列次序是

(A)α,β,γ. (B)α,γ,β. (C)β,α,γ. (D)β,γ,α.

29 当 $x\to 0$ 时,与 $\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}-1$ 为同阶无穷小的是

(A) $\sqrt[3]{x}$. (B) $\sqrt[3]{x^2}$. (C)x. (D) $\sqrt[3]{x^4}$.

30 设 $x\to 0^+$ 时,$f(x)\sim x^m\,(m>0)$,$F(x)=\int_0^{x^n}f(t)\,dt\,(n>0)$,并且已知 $x\to 0^+$ 时,$F(x)$ 与 x^k 为同阶无穷小,则 $k=$

(A)mn. (B)$mn+n$. (C)$mn+1$. (D)$m+n$.

31 下列函数在区间$[-1,1]$上连续的是

(A)$f(x)=\begin{cases}1-x, & -1\leqslant x<0,\\ x+1, & 0\leqslant x\leqslant 1.\end{cases}$

(B)$f(x)=\begin{cases}1-x, & -1\leqslant x<0,\\ x-1, & 0\leqslant x\leqslant 1.\end{cases}$

(C)$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2x-1}, & -1\leqslant x<0,\\ \dfrac{1}{2x+1}, & 0\leqslant x\leqslant 1.\end{cases}$

(D)$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-1}{x}, & -1\leqslant x<0,\\ \ln(1+x), & 0\leqslant x\leqslant 1.\end{cases}$

32 函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n+1}-1}{x^{2n}+1}$

(A) 没有间断点.

(B)$x=1$ 是第一类间断点,$x=-1$ 是连续点.

(C)$x=1$ 是连续点,$x=-1$ 是第一类间断点.

(D)$x=\pm 1$ 都是间断点.

33 函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin\pi x}{1+(2x)^{2n}}$ 的间断点

(A) 不存在. (B) 正好 1 个. (C) 正好 2 个. (D) 至少 3 个.

34 设 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1+ax}{1-ax}\right)^{\frac{1}{x}}, & 当\ x\neq 0,\\ e, & 当\ x=0,\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则常数 $a=$

(A)1. (B) $\frac{1}{2}$. (C)2. (D)e.

35 设常数 $a_i > 0(i = 1,2,3)$,b_1,b_2,b_3 互不相等. 则方程

$$\frac{a_1}{x - b_1} + \frac{a_2}{x - b_2} + \frac{a_3}{x - b_3} = 0$$

有且仅有实根的个数为

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

36 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在$(-\infty, +\infty)$上都有定义,且 $x = x_1$ 是 $f(x)$ 的唯一间断点,$x = x_2$ 是 $g(x)$ 的唯一间断点. 则

(A) 当 $x_1 = x_2$ 时,$f(x) + g(x)$ 必有唯一的间断点 $x = x_1$.

(B) 当 $x_1 \neq x_2$ 时,$f(x) + g(x)$ 必有两个间断点 $x = x_1$ 与 $x = x_2$.

(C) 当 $x_1 = x_2$ 时,$f(x)g(x)$ 必有唯一的间断点 $x = x_1$.

(D) 当 $x_1 \neq x_2$ 时,$f(x)g(x)$ 必有两个间断点 $x = x_1$ 与 $x = x_2$.

37 设 $f(x) = \dfrac{x}{a - e^{bx}}$ 在$(-\infty, +\infty)$内连续,且 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$. 则常数 a,b 应满足的充要条件是

(A)$a \leqslant 0, b < 0$. (B)$a > 0, b > 0$.

(C)$a \leqslant 0, b > 0$. (D)$a > 0, b < 0$.

38 设 $f(x) = \dfrac{1}{e^{\frac{x-1}{x}} - 1}$,则

(A)$x = 0$ 与 $x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点.

(B)$x = 0$ 与 $x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点.

(C)$x = 0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点,$x = 1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点.

(D)$x = 0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点,$x = 1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.

39 函数 $f(x) = \dfrac{x - x^2}{\sin \pi x}$ 的可去间断点的个数为

(A)1. (B)2. (C)3. (D) 无穷多个.

40 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在所讨论的点的某邻域均有定义,下列命题正确的是

(A) 设 $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续,$u_0 = g(x_0)$,$f(u)$ 在 $x = x_0$ 处不连续,则 $f(g(x))$ 在 $x = x_0$ 必不连续.

(B) 设 $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处不连续,$f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续,则 $f(x)g(x)$ 在 $x = x_0$ 处必不连续.

(C) 设 $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处不连续,$f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续,则 $f(x) + g(x)$ 在 $x = x_0$ 处必不连续.

(D) 设 $g(x)$ 与 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续,则$\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 在 $x = x_0$ 处必连续.

41 下列命题正确的是

(A) 设 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f'(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f'(x)$ 均存在,则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续.

(B) 设 $f'_-(x_0)$ 与 $f'_+(x_0)$ 均存在,则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续.

(C) 设 $f(x_0^-)$ 与 $f(x_0^+)$ 均存在,则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续.

(D) 设 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f'(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f'(x)$ 中至少一个不存在,则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 必不可导.

42 设 $F(x,y) = \left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{1}{x-y}}$,$(x \neq y$,且 $xy > 0)$,$f(x) = \lim\limits_{y\to x} F(x,y)$. 则 $x = 0$ 为 $f(x)$ 的

(A) 连续点.

(B) 可去间断点

(C) 跳跃间断点

(D) 无穷间断点.

43 设 $F(x)$ 可导,则下述命题不正确的是

(A) 若 $F(x)$ 为奇函数,则 $F'(x)$ 必为偶函数.

(B) 若 $F(x)$ 为偶函数,则 $F'(x)$ 必为奇函数.

(C) 若 $F(x)$ 为周期函数,则 $F'(x)$ 必为周期函数.

(D) 若 $F(x)$ 不是周期函数,则 $F'(x)$ 必不是周期函数.

44 设 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

(A) 极限不存在.

(B) 极限存在但不连续.

(C) 连续但不可导.

(D) 可导.

45 设 $g(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内二阶导数连续,且 $g(0) = 1, g'(0) = 2, g''(0) = 1$,且设

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{g(x) - e^{2x}}{x}, & \text{当 } x \neq 0, \\ 0, & \text{当 } x = 0. \end{cases}$$

则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

(A) 不连续.

(B) 连续但不可导.

(C) 可导但导函数不连续.

(D) 导函数连续.

46 设 $f(0) = 0$ 且 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = A$,则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

(A) 极限不存在.

(B) 极限存在但不连续.

(C) 连续但不可导.

(D) 可导且 $f'(0) = A$.

47 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内有定义,并且 $|f(x)| \leqslant 1 - \sqrt{1-x^2}$,则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

(A) 不连续.

(B) 连续而不可导.

(C) 可导但 $f'(0) \neq 0$.

(D) $f'(0) = 0$.

48 设 $f(x)$,$g(x)$,$h(x)$ 在 $x=x_0$ 的邻域均有定义,且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $x=x_0$ 处不可导,$h(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导,则下述论断正确的是

(A)$f(x)+g(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.
(B)$f(x)+h(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.
(C)$f(x)g(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.
(D)$f(x)h(x)$ 在 $x=x_0$ 处必不可导.

49 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导,则

(A) 必存在 $\delta>0$,在 $x\in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 连续.
(B) 在 $x=x_0$ 处 $f(x)$ 必连续,但不能保证存在 $\delta>0$,在 $x\in \mathring{U}_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 也连续.
(C) 若 $f'(x_0)>0$,则存在 $\delta>0$,在 $x\in U_\delta(x_0)$ 内 $f(x)$ 严格单调增.
(D) 若 $f'(x_0)>0$,则存在 $\delta>0$,在 $x\in \mathring{U}_\delta(x_0)$ 内 $f(x)>f(x_0)$.

50 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导,且 $f(0)=0$,$f'(0)\neq 0$. 则下述极限存在且为零的是

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}f[\ln(1-h)]$.　　(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\sqrt{1+h^2}-1)$.

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\tan h-\sin h)$.　　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}[f(2h)-f(h)]$.

51 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有定义,$f(0)=0$,则下述条件能保证 $f'(0)$ 存在的是

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}f(\ln(1-h))$ 存在.　　(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\sqrt{1+h^2}-1)$ 存在.

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^2}f(\tan h-\sin h)$ 存在.　　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}[f(2h)-f(h)]$ 存在.

52 设 α 为常数,$f(x)=\begin{cases} x^\alpha\sin\dfrac{1}{x}, & \text{当 } x>0, \\ 0, & \text{当 } x=0. \end{cases}$ 则

(A) 当 $0<\alpha<1$ 时 $f'_+(0)$ 存在.
(B) 当 $1\leqslant\alpha<2$ 时 $f'_+(0)$ 存在.
(C) 当 $1<\alpha$ 时 $f'_+(0)$ 存在.
(D) 当 $2\leqslant\alpha$ 时 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处右连续.

53 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处存在二阶导数,且 $f(0)=0$,$f'(0)=0$,$f''(0)\neq 0$,则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{xf'(x)}=$

(A)1.　　(B) $\dfrac{1}{2}$.

(C) $\dfrac{1}{3}$.　　(D) $\dfrac{1}{4}$.