二十一世纪大学精品教材

大学物理教程习题解答

熊天信　穆　轶　蒋德琼　李敏惠　编著

科学出版社

大学物理教程习题解答

熊天信　穆　轶
蒋德琼　李敏惠　编著

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书是由熊天信、蒋德琼、冯一兵、李敏惠等编写，科学出版社出版的《大学物理教程》教材的配套书. 该书对教材中所有习题进行了详细的分析和解答，其中部分习题还给出了多种解法，以拓展学习者的解题思路，对教师的教学和学生的学习有重要的参考价值. 全书共有410道题，其中填空题100题，选择题98题，计算题和证明题共212题.

本书可作为各类工科院校和成人高等教育大学物理课程的辅助用书，也可供其他相关人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程习题解答 /熊天信等编著.—北京：科学出版社，2012.5

ISBN 978-7-03-034222-5

Ⅰ.①大… Ⅱ.①熊… Ⅲ.①物理学-高等学校-题解 Ⅳ.①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 085526 号

责任编辑：张 展 罗 莉 / 封面设计：陈思思

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

四川煤田地质制图印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年5月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2012年5月第一次印刷 印张：12.5

字数：280千字

定价：28.00元

前　言

本书是由熊天信、蒋德琼、冯一兵、李敏惠等编写，科学出版社出版的《大学物理教程》教材的配套书. 该书对教材中所有习题进行了详细的分析和解答，其中部分习题还给出了多种解法，以拓展学习者的解题思路，对教师的教学和学生的学习有重要的参考价值. 全书共有 410 道题，其中填空题 100 题，选择题 98 题，计算题和证明题共 212 题，这些题都是大学物理中有典型性和代表性的题.

作为一本配套的习题解答，一是作为教师教学的参考，这样可适当减少教师的教学工作量，使教师不至于花太多的时间在重复解一些习题上，抽出更多的时间进行教学和科研；二是作为学生学习的参考书，以帮助学生更好地学习大学物理，便于学生课后的自学，从习题解答过程中学习大学物理课程范围内物理问题的求解思路和方法，提高用物理学的基本原理来分析和解决物理问题的能力，从而全面和正确地掌握大学物理的基本概念、基本原理及应用. 对学生来说，要合理和正确地使用习题解答，不应当把习题解答作为学习大学物理的依靠，在解题过程中应进行独立的思考.

熊天信教授编写了第 1～8、16～17 章；穆铁老师和蒋德琼教授共同编写了第 9～12 章；李敏惠副教授编写了第 13～15 章. 熊天信教授负责全书的统稿工作.

本书可作为各类工科院校和成人高等教育大学物理课程的辅助用书，也可供其他相关人员参考.

由于编者的学识水平所限，时间仓促，书中难免有考虑不周和不当之处，敬请广大读者批评指正.

编　者

2011 年 12 月于四川师范大学

目　　录

第一章　质点运动学

1-1　描写质点运动状态的物理量是____________.

解：加速度是描写质点状态变化的物理量，速度是描写质点运动状态的物理量，故填“速度”.

1-2　任意时刻 $a_t=0$ 的运动是______运动；任意时刻 $a_n=0$ 的运动是______运动；任意时刻 $a=0$ 的运动是______运动；任意时刻 $a_t=0$，$a_n=$常量的运动是______运动.

解：匀速率；直线；匀速直线；匀速圆周.

1-3　一人骑摩托车跳越一条大沟，他能以与水平成 30°角，其值为 30 m/s 的初速从一边起跳，刚好到达另一边，则可知此沟的宽度为________（$g=10\ \mathrm{m/s^2}$）.

解：此沟的宽度为

$$R=\frac{v_0^2\sin2\theta}{g}=\frac{30^2\times\sin60^\circ}{10}=45\sqrt{3}\ \mathrm{m}$$

1-4　一质点在 xoy 平面内运动，运动方程为 $x=2t$，$y=9-2t^2$，位移的单位为 m，试写出 $t=1$ s 时质点的位置矢量________；$t=2$ s 时该质点的瞬时速度为________，此时的瞬时加速度为________.

解：将 $t=1$ s 代入 $x=2t$，$y=9-2t^2$ 得

$$x=2\ \mathrm{m},\quad y=7\ \mathrm{m}$$

$t=1$ s 故时质点的位置矢量为

$$\boldsymbol{r}=2\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}$$

由质点的运动方程为 $x=2t$，$y=9-2t^2$ 得质点在任意时刻的速度为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2\ \mathrm{m/s},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-4t\ \mathrm{m/s}$$

$t=2$ s 时该质点的瞬时速度为

$$\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{i}-8\boldsymbol{j}\ \mathrm{m/s}$$

质点在任意时刻的加速度为

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0,\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=-4\ \mathrm{m/s^2}$$

$t=2$ s 时该质点的瞬时加速度为 $-4\boldsymbol{j}\ \mathrm{m/s^2}$.

1-5　一质点沿 x 轴正向运动，其加速度与位置的关系为 $a=3+2x$，若在 $x=0$ 处，其速度 $v_0=5$ m/s，则质点运动到 $x=3$ m 处时所具有的速度为________.

解：由 $a=3+2x$ 得

$$\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}=3+2x$$

故

$$vdv=(3+2x)\ dx$$

积分得

$$\int_{5}^{v}vdv=\int_{0}^{3}(3+2x)dx$$

则质点运动到 $x=3$ m 处时所具有的速度大小为

$$v=\sqrt{61}\ \text{m/s}=7.81\ \text{m/s}$$

1-6　一质点作半径 $R=1.0$ m 的圆周运动，其运动方程为 $\theta=2t^3+3t$，θ 以 rad 计，t 以 s 计. 则当 $t=2$ s 时，质点的角位置为______；角速度为______；角加速度为______；切向加速度为______；法向加速度为______.

解：$t=2$ s 时，质点的角位置为

$$\theta=2\times2^3+3\times2=22\ \text{rad}$$

由 $\theta=2t^3+3t$ 得任意时刻的角速度大小为

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}=6t^2+3$$

$t=2$ s 时角速度为

$$\omega=6\times2^2+3=27\ \text{rad/s}$$

任意时刻的角速度大小为

$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=12t$$

$t=2$ s 时角加速度为

$$\alpha=12\times2=24\ \text{rad/s}^2$$

$t=2$ s 时切向加速度为

$$a_t=R\alpha=1.0\times12\times2=24\ \text{m/s}^2$$

$t=2$ s 时法向加速度为

$$a_n=R\omega^2=1.0\times27^2=729\ \text{m/s}^2$$

1-7　下列各种情况中，说法错误的是 [　　].

A. 一物体具有恒定的速率，但仍有变化的速度

B. 一物体具有恒定的速度，但仍有变化的速率

C. 一物体具有加速度，而其速度可以为零

D. 一物体速率减小，但其加速度可以增大

解：一质点有恒定的速率，但速度的方向可以发生变化，故速度可以变化；一质点具有加速度，说明其速度的变化不为零，但此时的速度可以为零；当加速度的值为负时，质点的速率减小，加速度的值可以增大. 所以 A、C 和 D 选项都是正确的，只有 B 是错误的，故选 B 选项.

1-8　一个质点作圆周运动时，下列说法中正确的是 [　　].

A. 切向加速度一定改变，法向加速度也改变

B. 切向加速度可能不变，法向加速度一定改变

C. 切向加速度可能不变，法向加速度不变

D. 切向加速度一定改变，法向加速度不变

解：无论质点是作匀速圆周运动或是作变速圆周运动，法向加速度 a_n 都是变化的，因为至少其方向在不断变化．而切向加速度 a_t 是否变化，要视具体情况而定．质点作匀速圆周运动时，其切向加速度为零，保持不变；当质点作匀变速圆周运动时，a_t 值为不为零的的恒量，但方向变化；当质点作一般的变速圆周运动时，a_t 值为不为零变量，方向同样发生变化．由此可见，应选 B 选项．

1-9　一运动质点某瞬时位于位置矢量 $\boldsymbol{r}$ (x，y) 的端点处，对其速度大小有四种意见：

(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　(2) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$　　(3) $\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$　　(4) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

下述判断正确的是 [　　]．

A. 只有 (1)，(2) 正确　　B. 只有 (2)，(3) 正确

C. 只有 (3)，(4) 正确　　D. 只有 (1)，(3) 正确

解：$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 表示质点到坐标原点的距离随时间的变化率，在极坐标系中为质点的径向速度，是速度矢量沿径向的分量；$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 表示速度矢量；$\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$ 是在自然坐标系中计算速度大小的公式；$\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$ 是在直角坐标系中计算速度大小的公式．故应选 C 选项．

1-10　一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表示式为 $\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$（其中 a、b 为常量)，则该质点作 [　　]．

A. 匀速直线运动　　B. 变速直线运动　　C. 抛物线运动　　D. 一般曲线运动

解：由 $\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$ 可计算出质点的速度为 $\boldsymbol{v}=2at\boldsymbol{i}+2bt\boldsymbol{j}$，加速度为 $\boldsymbol{a}=2a\boldsymbol{i}+2b\boldsymbol{j}$．因质点的速度变化，加速度的大小和方向都不变，故质点应作变速直线运动．故选 B 选项．

1-11　一小球沿斜面向上运动，其运动方程为 $S=5+4t-t^2$ (SI)，则小球运动到最高点的时刻是 [　　]．

A. $t=4$ s　　B. $t=2$ s　　C. $t=8$ s　　D. $t=5$ s

解：小球到最高点时，速度应为零．由其运动方程为 $S=5+4t-t^2$，利用 $v=\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$ 得任意时刻的速度为

$$v=4-2t$$

令 $v=4-2t=0$，得

$$t=2\ \text{s}$$

故选 B 选项．

1-12　如图 1-1 所示，小球位于距墙 MO 和地面 NO 等远的一点 A，在球的右边，紧靠小球有一点光源 S．当小球以速度 V_0 水平抛出，恰好落在墙角 O 处．当小球在空中

运动时，在墙上就有球的影子由上向下运动，其影子中心的运动是 [　　].

A. 匀速直线运动　　　　B. 匀加速直线运动，加速度小于 g

C. 自由落体运动　　　　D. 变加速运动

解：设 A 到墙之间距离为 d，小球经 t 时间自 A 运动至 B. 此时影子在竖直方向的位移为 Y，有

$$x=V_0t,\quad y=\frac{1}{2}gt^2$$

根据三角形相似得 $y/x=Y/d$，所以得影子位移为

$$Y=yd/x=\frac{dgt}{2V_0}$$

由此可见影子在竖直方向作速度为 $\frac{dg}{2V_0}$ 的匀速直线运动.

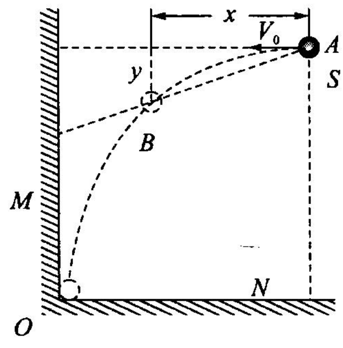

图 1-1

故选 A 选项.

1-13　在相对地面静止的坐标系内，A、B 两船都以 2 m/s 的速率匀速行驶，A 船沿 x 轴正向，B 船沿 y 轴正向. 今在 A 船上设置与静止坐标系方向相同的坐标系（x、y 方向单位矢量用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 表示），那么在 A 船上的坐标系中，B 船的速度（以 m/s 为单位）为 [　　].

A. $2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$　　B. $-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$　　C. $-2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$　　D. $2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

解：选 B 船为运动物体，则 B 船相对于地的速度为绝对速度 $\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{j}$，$A$ 船相对于地的速度为牵连速度 $\boldsymbol{v}_0=2\boldsymbol{i}$，则在 A 船的坐标系中，B 船相对于 A 船的速度为相对速度 $\boldsymbol{v}'$. 因 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{v}'$，故 $\boldsymbol{v}'=-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$，因此应选 B 项.

1-14　2004 年 1 月 25 日，继"勇气"号之后，"机遇"号火星探测器再次成功登陆火星. 在人类成功登陆火星之前，人类为了探测距离地球大约 3×10^5 km 的月球，也发射了一种类似四轮小车的月球探测器. 它能够在自动导航系统的控制下行走，且每隔 10 s向地球发射一次信号. 探测器上还装着两个相同的减速器（其中一个是备用的），这种减速器可提供的最大加速度为 5 m/s^2. 某次探测器的自动导航系统出现故障，从而使探测器只能匀速前进而不再能自动避开障碍物. 此时地球上的科学家必须对探测器进行人工遥控操作. 下表为控制中心的显示屏的数据：

收到信号时间	与前方障碍物距离（单位：m）
9∶10∶20	52
9∶10∶30	32
发射信号时间	给减速器设定的加速度（单位：m/s^2）
9∶10∶33	2
收到信号时间	与前方障碍物距离（单位：m）
9∶10∶40	12

已知控制中心的信号发射与接收设备工作速度极快. 科学家每次分析数据并输入命令最少需要 3 s. 问：

（1）经过数据分析，你认为减速器是否执行了减速命令？

（2）假如你是控制中心的工作人员，应采取怎样的措施？加速度需满足什么条件，才可使探测器不与障碍物相撞？请计算说明.

解：（1）设在地球和月球之间传播电磁波需时为 t_0，则有

$$t_0=\frac{S_{月地}}{c}=1\mathrm{s}$$

从前两次收到的信号可知，探测器的速度为

$$v_1=\frac{52-32}{10}=2\ \mathrm{m/s}$$

由题意可知，从发射信号到探测器收到信号并执行命令的时刻为 9：10：34. 控制中心第 3 次收到的信号是探测器在 9：10：39 发出的. 从后两次收到的信号可知探测器的速度为

$$v=\frac{32-12}{10}=2\ \mathrm{m/s}$$

可见，探测器速度未变，并未执行命令而减速. 减速器出现故障.

（2）应启用另一个备用减速器. 再经过 3 s 分析数据和 1 s 接收时间，探测器在 9：10：44 执行命令，此时距前方障碍物距离 $S=2$ m. 设定减速器的加速度为 a，则有 $S=\frac{v^2}{2a}\leqslant 2$ m，可得 $a\geqslant 1\ \mathrm{m/s^2}$，即只要设定加速度 $a\geqslant 1\ \mathrm{m/s^2}$，便可使探测器不与障碍物相撞.

1-15　阿波罗 16 号是阿波罗计划中的第十次载人航天任务（1972 年 4 月 16 日），也是人类历史上第五次成功登月的任务. 1972 年 4 月 27 日阿波罗 16 号成功返回. 图 1-2 显示阿波罗宇航员在月球上跳跃并向人们致意. 视频显示表明，宇航员在月球上空停留的时间是 1.45 s. 已知月球的重力加速度是地球重力加速度的 1/6. 试计算宇航员在月球上跳起的高度.

解：宇航员在月球上跳起可看成竖直上抛运动，由已知宇航员在空中停留的时间为 1.45 s，故宇航员从跳起最高处下落到月球表面的时间为 $t=0.725$ s，由于月球的重力加速度是地球的重力加速度的 1/6，即 $g_M=\frac{1}{6}g$，所以

$$h=\frac{1}{2}g_M t^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\times 9.8\times 0.725^2=0.43\ \mathrm{m}$$

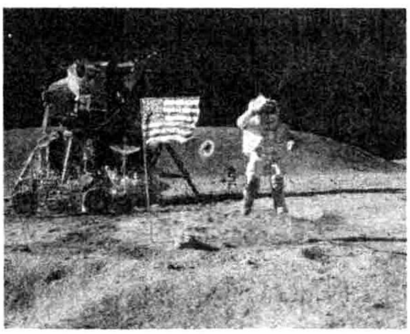

图 1-2

1-16　气球上吊一重物，以速度 v_0 从地面匀速竖直上升，经过时间 t 重物落回地面. 不计空气对物体的阻力，重物离开气球时离地面的高度为多少？

解：方法一：设重物离开气球时的高度为 h_x，当重物离开气球后作初速度为 v_0 的竖直上抛运动，选重物离开气球时的位置为坐标原点，则重物落到地面时满足

$$-h_x=v_0\left(t-\frac{h_x}{v_0}\right)-\frac{1}{2}gt_x^2$$

其中 $-h_x$ 表示向下的位移，$\frac{h_x}{v_0}$ 为匀速运动的时间，t_x 为竖直上抛过程的时间．解方程得

$$t_x=\sqrt{\frac{2v_0t}{g}}$$

于是，离开气球时的离地高度可由匀速上升过程中求得，其值为

$$h_x=v_0\ (t-t_x)\ =v_0\left(t-\sqrt{\frac{2v_0t}{g}}\right)$$

方法二：将重物的运动看成全程做匀速直线运动与离开气球后做自由落体运动的合运动．显然总位移等于零，所以

$$v_0t-\frac{1}{2}g\ \left(t-\frac{h_x}{v_0}\right)^2=0$$

解得

$$h_x=v_0\left(t-\sqrt{\frac{2v_0t}{g}}\right)$$

1-17　在篮球运动员作立定投篮时，如以出手时球的中心为坐标原点，作坐标系 Oxy 如图 1-3 所示．设篮圈中心坐标为 $(x,\ y)$，出手高度为 H_1，手的出手速度为 v_0，试证明球的出手角度 θ 应满足 $\tan\theta=\frac{v_0^2}{gx}\left[1\pm\sqrt{1-\frac{2g}{v_0^2}\left(y+\frac{gx^2}{2v_0^2}\right)}\right]$ 才能投入．

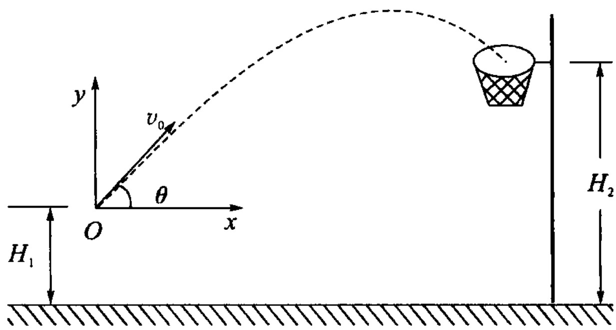

图 1-3

证明：设出手后需用时间 t 入篮，则有

$$x=v_xt=v_0t\cos\theta$$

$$y=v_yt-\frac{1}{2}gt^2=v_0t\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2$$

消去时间 t，得

$$y=x\tan\theta-\frac{1}{2}\frac{gx^2}{v_0^2\cos^2\theta}=x\tan\alpha-\frac{gx^2}{2v_0^2}-\frac{gx^2}{2v_0^2}\tan^2\theta$$

整理得

$$\frac{gx^2}{2v_0^2}\tan^2\theta-x\tan\theta+y+\frac{gx^2}{2v_0^2}=0$$

解之得

$$\tan\theta=\frac{v_0^2}{gx}\left[1\pm\sqrt{1-\frac{2g}{v_0^2}\left(y+\frac{gx^2}{2v_0^2}\right)}\right]$$

1-18 有一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x=4.5t^2-2t^3$ (SI). 试求：(1) 第 2 s 内的平均速度；(2) 第 2 s 末的瞬时速度；(3) 第 2 s 内的路程.

解：(1) 将 $t=1$ s 代入 $x=4.5t^2-2t^3$ 得第 1 s 末的位置为

$$x_1=4.5-2=2.5\ \mathrm{m}$$

将 $t=2$ s 代入 $x=4.5t^2-2t^3$ 得第 2 s 末的位置为

$$x_2=4.5\times2^2-2\times2^3=2.0\ \mathrm{m}$$

则第 2 s 内质点的位移为

$$\Delta x=x_2-x_1=2.0-2.5=-0.5\ \mathrm{m}$$

第 2 s 内的平均速度

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-0.5}{1}=-0.5\ \mathrm{m/s}$$

式中负号表示平均速度的方向沿 x 轴负方向.

(2) 质点在任意时刻的速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=9t-6t^2$$

将 $t=2$ s 代入上式得第 2 s 末的瞬时速度为

$$v=9\times2-6\times2^2=-6\ \mathrm{m/s}$$

式中负号表示瞬时速度的方向沿 x 轴负方向.

(3) 由 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=9t-6t^2=0$ 得质点停止运动的时刻为 $t=1.5$ s. 由此计算得第 1 s 末到 1.5 s 末的时间内质点走过的路程为

$$S_1=4.5\times1.5^2-2\times1.5^3-2.5=0.875\ \mathrm{m}$$

第 1.5 s 末到第 2 s 末的时间内质点走过的路程为

$$S_2=4.5\times1.5^2-2\times1.5^3-2.0=1.375\ \mathrm{m}$$

则第 2 s 内的质点走过的路程为

$$S=S_1+S_2=0.875+1.375=2.25\ \mathrm{m}$$

1-19 由于空气的阻力，一个跳伞员在空中运动不是匀加速运动. 一跳伞员在离开飞机到打开降落伞的这段时间内，其运动方程为 $y=b-c\,(t+k\mathrm{e}^{-t/k})$ (SI)，式中 b、c 和 k 是常量，y 是他离地面的高度. 问：(1) 要使运动方程有意义，b、c 和 k 的单位是什么？(2) 计算跳伞员在任意时刻的速度和加速度.

解：(1) 由量纲分析，b 的单位为 m，c 的单位为 m/s，k 的单位为 s.

(2) 任意时刻的速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-c(1+\mathrm{e}^{-t/k})$$

当时间足够长时其速度趋于 $-c$.

任意时刻的加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{c}{k}\mathrm{e}^{-t/k}$$

当时间足够长时其加速度趋于零.

1-20 一艘正在沿直线行驶的电艇，在发动机关闭后，其加速度方向与速度方向相反，大小与速度平方成正比，即$\frac{dv}{dt}=-Kv^2$，式中K为常量. 试证明电艇在关闭发动机后又行驶x距离时的速度为

$$v=v_0e^{-Kx}$$

其中v_0是发动机关闭时的速度.

证明：由$\frac{dv}{dt}=-Kv^2$得

$$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}=-Kv^2$$

即

$$\frac{dv}{v}=-K\,dx$$

上式积分为

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=\int_0^x -K\,dx$$

得

$$v=v_0e^{-Kx}$$

1-21 一质点沿圆周运动，其切向加速度与法向加速度的大小恒保持相等. 设θ为质点在圆周上任意两点速度v_1与v_2之间的夹角. 试证：$v_2=v_1e^{\theta}$.

证明：因$a_n=\frac{v^2}{R}$，$a_t=\frac{dv}{dt}$，由题意得

$$\frac{v^2}{R}=\frac{dv}{dt}=v\frac{dv}{dS}$$

即

$$\frac{dS}{R}=\frac{dv}{v}$$

对上式积分

$$\int_0^S\frac{dS}{R}=\int_{v_1}^{v_2}\frac{dv}{v}$$

得

$$\frac{S}{R}=\ln\frac{v_2}{v_1}$$

$$\theta=\frac{S}{R}=\ln\frac{v_2}{v_1}$$

所以

$$v_2=v_1e^{\theta}$$

1-22 长为l的细棒，在竖直平面内沿墙角下滑，上端A下滑速度为匀速v，如图1-4所示. 当下端B离墙角距离为x（$x<l$）时，B端水平速度和加速度多大?

解：建立如图所示的坐标系．设 A 端离地高度为 y．$\triangle AOB$ 为直角三角形，有

$$x^2+y^2=l^2$$

方程两边对 t 求导得

$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0$$

所以 B 端水平速度为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\frac{y}{x}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{y}{x}v=\frac{\sqrt{l^2-x^2}}{x}v$$

B 端水平方向加速度为

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=\frac{x\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}-\frac{y\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}{x^2}v=-\frac{l^2}{x^3}v^2$$

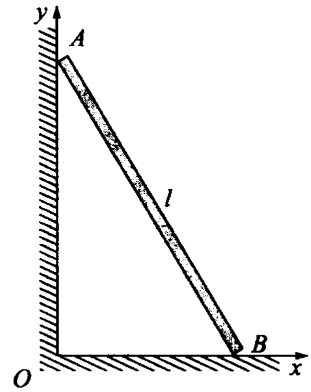

图 1-4

1-23　质点作半径为 $R=3\mathrm{m}$ 的圆周运动，切向加速度为 $a_t=3\ \mathrm{m/s^2}$，在 $t=0$ 时质点的速度为零．试求：(1) $t=1$ s 时的速度与加速度；(2) 第 2 s 内质点所通过的路程．

解：(1) 按定义 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，得 $\mathrm{d}v=a_t\mathrm{d}t$，两端积分，并利用初始条件，可得

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t a_t\mathrm{d}t=a_t\int_0^t\mathrm{d}t$$

$$v=a_tt=3t$$

当 $t=1$ s 时，质点的速度为

$$v=3\ \mathrm{m/s}$$

方向沿圆周的切线方向．

任意时刻质点的法向加速度的大小为

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{9t^2}{R}=3t^2\ \mathrm{m/s^2}$$

任意时刻质点加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{9+9t^4}\ \mathrm{m/s^2}$$

任意时刻加速度的方向，可由其与速度方向的夹角 θ 给出，且有

$$\tan\theta=\frac{a_n}{a_t}=\frac{3t^2}{3}=t^2$$

当 $t=1$ s 时有

$$a=\sqrt{9+9\times1^4}=3\sqrt{2}\ \mathrm{m/s^2},\ \tan\theta=1$$

注意到 $a_t>0$，所以得

$$\theta=45^\circ$$

(2) 按定义 $v=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$，得 $\mathrm{d}S=v\mathrm{d}t$，两端积分可得

$$\int\mathrm{d}S=\int v\mathrm{d}t=\int 3t\,\mathrm{d}t$$

故得经 t 时间后质点沿圆周走过的路程为

$$S=\frac{3}{2}t^2+C$$

其中 C 为积分常数. 则第 2 s 内质点走过的路程为

$$\Delta S = S(2) - S(1) = \left(\frac{3}{2}\times 2^2 + C\right) - \left(\frac{3}{2}\times 1^2 + C\right) = 4.5\ \mathrm{m}$$

1-24 一飞机相对于空气以恒定速率 v 沿正方形轨道飞行，在无风天气其运动周期为 T. 若有恒定小风沿平行于正方形的一对边吹来，风速为 $V=kv$ ($k\ll 1$). 求飞机仍沿原正方形（对地）轨道飞行时周期要增加多少？

解：依题意，设飞机沿如图 1-5 所示的 $ABCD$ 矩形路径运动，设矩形每边长为 l，当无风时，依题意有

$$T = \frac{4l}{v} \tag{1}$$

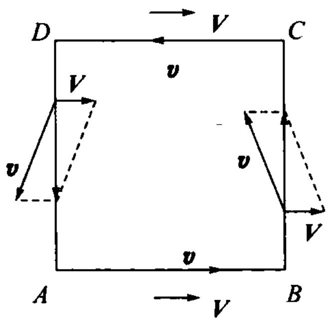

图 1-5

当有风时，设风的速度如图 1-5 所示，则飞机沿 AB 运动时的速度为 $v+V=v+kv$，飞机从 A 飞到 B 所花时间为

$$t_1 = \frac{l}{v+kv} \tag{2}$$

飞机沿 CD 运动时的速度为 $v-V=v-kv$，飞机从 C 飞到 D 所花时间为

$$t_2 = \frac{l}{v-kv} \tag{3}$$

飞机沿 BC 运动和沿 DA 运动所花的时间是相同的：为了使飞机沿矩形线运动，飞机相对于地的飞行速度方向应与运动路径成一夹角，使得飞机运动时的速度 $\boldsymbol{v}$ 在水平方向的分量等于 $-kv$，故飞机沿 BC 运动和沿 DA 运动的速度大小为 $\sqrt{v^2-k^2v^2}$，飞机在 BC 和 DA 上所花的总时间为

$$t_3 = \frac{2l}{\sqrt{v^2-k^2v^2}} \tag{4}$$

综上，飞机在有风沿此矩形路径运动所花的总时间，即周期为

$$T' = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{l}{v+kv} + \frac{l}{v-kv} + \frac{2l}{\sqrt{v^2-k^2v^2}} \tag{5}$$

利用 (1) 式，(5) 式变为

$$T' = \frac{2T\left(1+\sqrt{1-k^2}\right)}{4(1-k^2)} \approx \frac{T(4-k^2)}{4(1-k^2)}$$

飞机在有风时的周期与无风时的周期相比，周期增加值为

$$\triangle T = T - T' \approx \frac{T(4-k^2)}{4(1-k^2)} - T = \frac{3k^2T}{4}$$

第二章　牛顿运动定律

2-1　如图 2-1 所示，一辆轿车陷污水坑中．为了移动轿车，驾驶员找来一根绳子，一端系在轿车上，另一端系在距轿车 10 m 远的树上，将绳子拉直，然后驾驶员用 4.0×10^2 N 的水平力垂直作用于绳的中部，使绳的中部移动了 50.0 cm 这时轿车开始移动．此时绳子的张力为________．

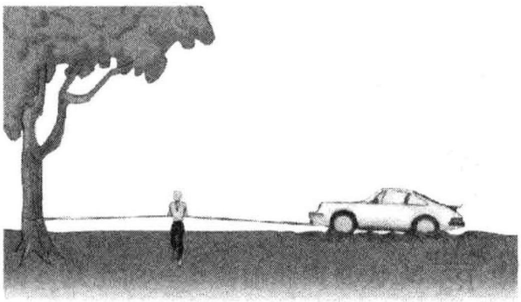

图 2-1

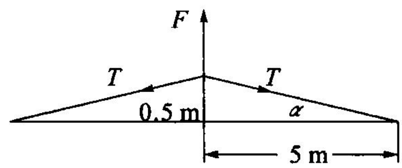

图 2-2

解：对绳子作受力分析，如图 2-2 所示．由受力分析图可求出绳子的张力为

$$T=\frac{F}{2\sin\alpha}=\frac{F}{2\tan\alpha}=\frac{4.0\times10^2}{2\times0.5/5}=2.0\times10^3\ \mathrm{N}$$

2-2　质量相等的两物体 A 和 B，分别固定在弹簧的两端，竖直放在光滑水平面 C 上，如图 2-3 所示．弹簧的质量与物体 A、B 的质量相比，可以忽略不计．若把支持面 C 迅速移走，则在移开的一瞬间，A 的加速度大小 $a_A=$______，B 的加速度的大小 $a_B=$______．

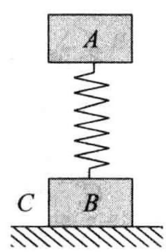

图 2-3

解：移开瞬间，弹簧的弹力依然存在．因此物体 A 依然平衡，故 $a_A=0$．但物体 B 由于 C 被抽掉，原平衡状态被破坏，原平衡状态为

$$N-2mg=0$$

式中 N 为 C 对 B 的支持力．故移开瞬间对 B 应用牛顿第二定律有

$$2mg=ma_B$$

由此得 $a_B=2g$．

2-3　假如地球半径缩短 1%，而它的质量保持不变，则地球表面的重力加速度 g 增大的百分比是______．

解：在忽略惯性离心的情况下，地球表面的物体的重力等于其受到的万有引力，即有

$$mg = G\frac{mM}{R^2}$$

对上式两边求微分得

$$\mathrm{d}g = -G\frac{2mM}{R^3}\mathrm{d}R = -2g\frac{\mathrm{d}R}{R}$$

即

$$\mathrm{d}g/g = -2\mathrm{d}R/R = 2\%$$

2-4 月球半径约为地球半径的 1/4，月球质量约为地球质量的 1/96，地球表面的重力加速度取 10 m/s²，第一宇宙速度为 7.9 km/s，则：

(1) 月球表面的重力加速度大约是______ m/s²；

(2) 美国的"阿波罗Ⅱ号"宇宙飞船登月成功时，宇航员借助一计时表测出近月飞船绕月球一周的时间 T，则可得到月球的平均密度的表达式为______.（用字母表示）

解：(1) 用 M_e 表示地球的质量，M_m 表示月球的质量，R_e 表示地球的半径，R_m 表示月球的半径. 则

$$M_e = 96M_m,\quad R_e = 4R_m \tag{1}$$

又

$$mg = G\frac{mM_e}{R_e^2} \tag{2}$$

$$mg_m = G\frac{mM_m}{R_m^2} \tag{3}$$

式中 g 和 g_m 分别表示地球和月球的重力加速度. 由 (1)、(2) 和 (3) 式得

$$g_m = \frac{M_m R_e^2}{M_e R_m^2}g = \frac{1}{96}\times 4^2 \times 10 = 1.67\ \mathrm{m/s^2} \tag{4}$$

(2) 近月飞船绕月球飞行看成是绕月球作圆周运动，物体在月球的重力充当向心力，则有

$$mg_m = m\omega^2 R_m = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_m \tag{5}$$

由前面几式可计算得月球的平均密度为

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$$

2-5 由 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ 可知 [ ].

A. 物体的质量和加速度成反比

B. 因为有加速度才有力

C. 物体的加速度与物体受到的合外力方向一致

D. 物体的加速度与物体受到的合外力方向不一定相同

解：由 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$，只有在所受合外力相等的情况下，才能说物体所获得的加速度与质量成反比，故 A、D 项都是错的；力是产生加速度的原因，故 B 选项也是错的；物体的加速度与物体受到的合外力方向一致，故 C 选项是正确的.

2-6 静止在光滑水平面上的物体受到一个水平拉力 F 作用后开始运动. F 随时间 t 变化的规律如图 2-4 所示，则下列说法中正确的是 [ ].