

# 大学物理实验

江南大学物理实验室编

二〇〇三年十二月

# 大学物理实验

江苏工业学院图书馆  
藏书章

江南大学物理实验室编

二〇〇三年十二月

# 目 录

绪论		( 1 )
第一章	误差理论基础与测量数据处理	( 3 )
第二章	基本仪器及使用介绍	
一	长度测量仪器	( 18 )
二	杨氏弹性模量仪	( 21 )
三	电磁测量仪器和器件	( 24 )
四	示波器	( 37 )
五	低频信号发生器	( 41 )
六	光具座及其导轨	( 42 )
七	读数显微镜	( 45 )
八	分光计	( 46 )
九	衍射光栅	( 49 )
十	测微目镜	( 51 )
十一	照像及冲印技术	( 52 )
第三章	基础实验	
实验一	长度测量	( 58 )
实验二	气垫导轨测定速度和加速度	( 64 )
实验三	金属杨氏弹性模量的测定	( 71 )
实验四	三线摆法测物体的转动惯量	( 75 )
实验五	晶体二极管伏安特性曲线的测定	( 80 )
实验六	示波器的使用	( 83 )
实验七	简单电位差计测干电池的电动势	( 89 )
实验八	电桥法测电阻	( 92 )
实验九	薄透镜焦距的测定	( 98 )
实验十	牛顿环 —— 等厚干涉	( 104 )
实验十一	用分光计测三棱镜顶角	( 109 )
实验十二	密立根油滴仪实验	( 115 )
实验十三	迈克尔逊干涉仪的使用	( 122 )

#### 第四章 综合实验

实验十四	物体碰撞研究	( 128 )
实验十五	外光电效应 —— 光电管特性的研究	( 133 )
实验十六	箱式电位差计的使用及热电偶温差电动势的测定	( 139 )
实验十七	磁感应强度的测定	( 143 )
实验十八	霍耳效应法测量磁场	( 148 )
实验十九	线性电路上交流电的相位特性	( 153 )
实验二十	声速的测定	( 155 )
实验廿一	液体表面张力系统的测量	( 160 )
实验廿二	液体粘滞系数的测定	( 165 )
实验廿三	用箱式电桥测铜电阻的电阻温度系数 $\alpha$	( 169 )
实验廿四	双光束干涉测光波波长	( 171 )
实验廿五	单缝衍射光强的研究	( 173 )
实验廿六	衍射光栅常数和谱线波长的测定	( 180 )
实验廿七	照相技术	( 184 )
实验廿八	用旋光仪测旋光率和浓度	( 191 )
实验廿九	<i>Franck - Hertz</i> 实验	( 195 )
实验三十	全息照相	( 199 )

#### 第五章 设计性实验

设计性实验项目(提纲)	( 204 )
一、用单摆测定重力加速度	( 204 )
二、金属线膨胀系数的测定	( 204 )
三、灯泡非线性电阻的测定	( 204 )
四、电表的改装与校准	( 205 )
五、模拟静电场的描绘	( 206 )
六、组装望远镜或显微镜	( 206 )
七、用劈尖干涉法测金属丝直径	( 206 )
八、金属导体电阻率的测定	( 207 )
九、整流滤波电路的研究	( 207 )
十、液体(水)折射率的测定	( 208 )
十一、金属铝密度的测定	( 209 )

# 绪 论

## 一、大学物理实验课的地位和任务

物理学是一门实验科学。一切物理的原理、定律和定理均来自于生产实践和科学实验,反之又经受生产实践和科学实验的检验,并对其作进一步的指导作用。大学物理实验就是要让每个大学生都深刻理解这一辩证唯物主义的世界观,并从亲手的实验当中理解物理概念和定律。

物理实验课是大学生进校后从事科学实验的开端,它的基本训练将对大学生今后的系统实验方法、实验技能及对实验展开的思维活动有着很深远的影响。物理实验课的重要任务就是要在不太长的时间内培养学生能独立展开实验思维,具备一定的科学实验能力和素养。

科学实验不仅仅只对事物的变化本质和规律进行定性的观察,而且要定量地进行测量与研究,实验当中如何正确可靠地记录数据,测量完毕后又如何科学地处理实验数据往往对实验结果的研究起着举足轻重的作用。使大学生掌握这方面的知识也是大学物理实验课的又一重要内容。

严肃的科学态度、严谨的工作作风和严格的自我要求是每一个科学工作者的基本素质。培养这一素质,就从大学物理实验课开始。

## 二、大学物理实验课的要求:

### (一) 对基础实验的要求

#### 1. 实验前的预习

认真阅读实验讲义,了解实验目的,理解实验原理,最关键的是解决两个重要问题:这一次物理实验课去干什么?怎么干?其中“干什么”里应该包括实验原理、实验内容,需要测定,记录哪些物理量,“怎么干”里应考虑实验当中要使用哪些仪器设备,如何正确有效地操作它们。

教师上课时检查同学的预习情况,对于未认真预习的同学可作出适当处理,直至取消其实验资格。

#### 2. 以科学的态度完成实验项目

首先,要组织好仪器设备。需要经常调整的仪器一般置于近处,以便于随时

调整变动。仪器设备的摆放应整齐、美观,便于读数。

其次,要按步骤调整好仪器设备,使它们处于正常工作状态。如出现问题或故障,应动脑筋分析问题所在,努力排除故障。不能自行解决的问题可报告教师协助解决。

再次,仔细观察物理现象,记录实验当中的测量数据。记录数据应当整齐、清楚,使人一看就知道记录的是什么。实验原始数据应记录在一张约 32 开的白纸上,由老师审查签字后方可拆除实验装置。

最后,应切断仪器所有电源,恢复仪器设备的原始状态,并整理实验场地,有防护罩的应罩好。搞好实验场地的卫生后才能离开实验室。

### 3. 认真书写实验报告

实验报告一律要求使用统一的实验报告纸书写。实验报告的格式也有严格规定,内容有:实验名称、实验目的、实验仪器、实验原理、实验步骤、实验数据及处理、分析讨论等。原始记录应贴在报告后面,供老师核对。

具体地,实验仪器应写上型号,等级或主要性能。

实验原理可从简,但必要的公式与文字推导及原理图不可少。

实验步骤也可从简,只要说及最关键最重要的步骤就可以了。

实验数据尽可能用表格,其名称、单位的表述应规范化。数据的处理要有详尽的过程。

### (二) 对选修实验和设计性实验的要求

选修实验和设计性实验主要由同学自己进行,因此同学们应更加慎重,只有准备十分充分才能保证实验的成功。

选修实验要事先提供选修报告,其格式与讲义上的必修实验内容相似,另外写明选修意向,交老师审核同意后方可实验。

设计性实验要事先提供设计报告,其使用仪器设备应尽可能详细。教师审查后可根据具体情况调换所需仪器设备。老师认为设计方案可行时方可进行实验。

在进行选修实验和设计性实验当中,发现问题且不能自行解决可提请老师协助解决。

完成实验后同样书写实验报告。

# 第一章 误差理论基础与测量数据处理

## 一、测量与误差

在生产实践与科学实验中,经常要对一些事物间的变化规律作定量分析,这就需要测量。用已定标的计量仪器的标度与被测量量进行比较,以确定被测量的数据值的过程称为测量。所确定的被测量的数值称为测量值。测量值不仅要用数据表示,还应有确切的单位,没有单位的测量值是无效的。

从测量手段上分类,测量可分为直接测量和间接测量。用计量仪器就可完成测量工作的称为直接测量。例如用米尺就可完成对桌边长度的测量,用电表就可完成对电流、电压的测量等。许多被测量量人们无法提供直接测量的计量仪器,不得不测量一些与之相关的其它可直接测量的物理量。例如圆面积的测量,无法提供测量面积的仪器,不得不测量圆的直径,代入公式计算出圆面积。这一类测量称为间接测量。

从测量次数上划分,测量又可分为单次测量与多次测量。由于条件限制或不需要,只对被测量量测一次。例如百米赛跑的时间测量,数百数千公里铁路线的测量等。多次测量的好处是显而易见的,但比单次测量要花费更多的时间和费用。对一测量量采取单次测量还是多次测量要具体问题具体分析,以期达到多快好省的目的。

在一定环境中,一物理量应该有一个客观存在的值,称为该物理量的真值,测量的目的就是希望获得该真值。但是由于各种各样的诸多原因,获得真值几乎是不可能的,测量值与真值之间总存在一个偏差,称为测量值的误差。设真值为  $x_0$ , 测量值为  $x$ , 测量误差可定义为

$$\text{测量误差} = x - x_0$$

$x$  可能大于  $x_0$ , 也可能小于  $x_0$ , 因此测量误差可正可负。

既然测量误差是难以避免的,那么对误差进行分析研究,在需要时如何减小误差,对测量结果的不精确度的评估就成了必不可少的工作。而更深入地、仔细地研究误差的理论也成为测量任务中的一个十分重要的课题。

## 二、系统误差与随机误差

根据误差产生的原因和性质,测量误差常分为系统误差与随机误差两大类。

### 1. 系统误差

系统误差主要是由测量系统的不完善产生的。测量系统具有广义性,包括了仪器、测量理论、测量环境、测量者等广泛的系统。

#### (1) 仪器缺陷

测量仪器由于制造工艺的原因总存在一定的精度,而有些仪器本身就存在缺陷,例如零点偏移、刻度不均匀等,用它们测量时必然会产生误差。

#### (2) 理论缺陷

由于理论的不完善或实验方法的勉强而产生测量误差。例如伏安法测电阻中表头内阻导致的测量误差,理论上某些近似而导致误差等。

#### (3) 环境变化

测量环境不满足要求或环境不稳定而产生测量误差。这里的环境应包括所有的环境因素,不仅包括温度环境,还包括湿度、地理环境等。热胀冷缩就是环境变化产生误差的最好例证。

#### (4) 人员素质的缺陷

不仅测量人员生理的缺陷及心理因素的影响会导致测量误差的产生,而且测量人员素质的低下也会产生较大的误差。如观察方位的错误,操作动作的超前或滞后等。

在相同条件下,对同一物理量进行多次测量,系统误差的符号总是确定的,即每一次测量的  $\Delta$  的正负号总是不变的,也就是要么测量值总是大于真值,要么测量值总是小于真值。而系统误差的绝对值要么不变,要么服从某一确定规律。因此系统误差的特征是其确定性。

系统误差决定了测量结果的准确度。系统误差大,准确度差,反之准确度高。因此对测量结果的系统误差的评估是必要的。具体地,应对产生系统误差的各种原因作综合评估,其中最重要的是对测量仪器的误差的估计。测量结果也应反映出系统误差的存在。

显然,分析了系统误差的特征后,采取多次测量取平均值的方法是不可能消除或减小系统误差的。只有认真仔细地分析系统误差的来源,才有可能采取相应的措施减少其影响。这就需要实验者具有较高的理论水平和实验素养。

### 2. 随机误差(偶然误差)



在实验中,一些不可预料或未被掌握的规律及其它随机因素也会产生误差,这类误差称为随机误差。在相同条件下多次测量同一物理量,多次测量值不全一致,它们的误差似乎并不是由系统的缺陷造成的,而是时大时小、正负难料,显得毫无规律。但当测量次数足够多时,就会发现这类误差的出现和分布服从一定的统计规律。

多数随机误差遵从正态分布(高斯分布)。正态分布函数为

$$f(x - x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2}$$

正态分布函数曲线如图所示。

根据对正态分布函数的研究,参见正态分布函数曲线,不难看出正态分布的特点:

(1) 有界性 绝对值很大的误差出现的概率近为零。

(2) 单峰性 绝对值小的误差出现的概率大大高于绝对值大的误差,形成曲线的峰。

(3) 对称性 绝对值相等的正误差与负误差出现的概率相等。

(4) 抵偿性 误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋近于零,即

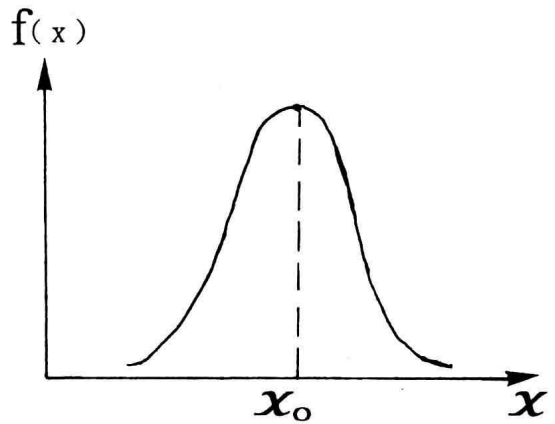
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - x_0)}{n} = 0$$

所以

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n} = x_0$$

若排除系统误差,  $x_0$  就是真值。但这里测量次数  $n \rightarrow \infty$  显然只有理论上的意义,实际上测量次数总是有限的。但在等精度测量下,  $n$  不太小,仍具有实际上的意义。这时令

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$



正态分布曲线

称为最佳值(算术平均值)。可用最佳值作为真值的近似值。

根据统计学理论,采用标准误差来评估测量值的精密度更具有实际意义。

标准误差为

标准误差的意义是,诸测量值落在  $\bar{x} \pm \sigma_x$  区间内的概率为 68.3%,落在  $\bar{x} \pm 3\sigma_x$  区间内的概率为 99.7%。 $3\sigma_x$  称为极限误差,一般不常使用。

随机误差决定了测量结果的精密度。随机误差大,精密度差,反之精密度高。因此评估测量结果的精密度十分重要。

### 3. 测量结果的精密度评估

系统误差决定了测量结果的准确度。随机误差决定了测量结果的精密度。评价测量的最终结果用精确度表示,它是由系统误差与随机误差共同决定的。统计理论证明,测量值的误差为

$$S'_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \Delta_x^2}$$

其中  $\sigma_x$  为标准误差(随机误差), $\Delta_x$  为仪器误差(系统误差主要考虑仪器误差)。

实际上,测量值的误差并不能直接评价精确度,还应注意到测量值本身的大小,因此精确度具有相对的意义。常用相对误差来评估测量值的不精确度。设测量值为  $x$ (多次测量时为  $\bar{x}$ ),其误差为  $S_x$ ,则相对误差为

$$E_x = \frac{S_x}{x} \times 100\%$$

相对误差也称百分误差,它指出了测量值的不确定度的程度。进一步的误差的研究还要用不确定度来表示误差。

应该强调的是,只有用相对误差来评估测量值的精确度才具有完满的实际意义。

另一种评估测量值的不精确度的方法是用测量值与公认值进行比较:

$$E = \frac{|\text{测量值} - \text{公认值}|}{\text{公认值}} \times 100\%$$

## 三、直接测量的误差估计与测量结果的表示方法

### (一) 多次测量

设在相同条件下对某一物理量进行多次重复的等精度(用同一台仪器同一档)测量,测量值分别为  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 。可用下列方法进行处理:

### 1. 求最佳值

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

### 2. 估算标准误差

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

### 3. 估计仪器误差 $\Delta_x$

- (1) 查仪器说明书或使用手册,取得该仪器的示值误差,即为  $\Delta_x$ ;
- (2) 无资料可查的,  $\Delta_x$  可取仪器分度值的一半(有时也取分度值)。

### 4. 估算测量值的误差

$$S_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \Delta_x^2}$$

### 5. 测量结果表示

在任何情况下测量结果均须表示成  $\bar{x} \pm S_x = \cdots$ 。

### 6. 评估测量值的不精确度

测量值的相对误差  $E_x = \frac{S_x}{x} \times 100\% = \cdots$ 。

相对误差一般规定取两位有效数字,如 3.5%、0.081%。

## (二) 单次测量

某物理量单次测量值为  $x$ ,可用下列方法进行处理:

### 1. 估计仪器误差 $\Delta_x$

- (1) 查资料中的测量仪器的示值误差,即为  $\Delta_x$ ;
- (2) 无资料可查时,  $\Delta_x$  取仪器分度值的一半(或分度值)。

### 2. 估算标准误差

$$\sigma_x = \frac{\text{分度值}}{\sqrt{3}}$$

### 3. 估算测量值的误差

$$S_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \Delta_x^2}$$

### 4. 测量结果表示

$$x \pm S_x = \cdots$$

### 5. 评估测量值的不精确度

$$E_x = \frac{S_x}{x} \times 100\% = \cdots$$

#### 四、间接测量的误差估计与结果的表示方法

由于间接测量值是直接测量值的映射,因此间接测量值的误差也是直接测量值的误差的映射。在精确测量中,直接测量值的误差相对于该测量值来说是微小的,故间接测量的误差与直接测量的误差之间的映射关系可用微分法求得。

设间接测量量  $N$  与直接测量量  $x, y, z, \dots$  有函数关系

$$N = f(x, y, z, \dots)$$

则可用下列步骤估算  $N$  的误差并表示测量结果:

##### 1. 求 $N$ 的最佳值

$x, y, z, \dots$  的最佳值分别为  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$ 。若是单次测量值即为  $x, y, z, \dots$ 。

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$$

##### 2. 间接测量的误差

$$S_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 S_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 S_z^2 + \dots}$$

$$E_N = \frac{S_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \left(\frac{S_x}{f}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \left(\frac{S_y}{f}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \left(\frac{S_z}{f}\right)^2 + \dots}$$

两种特殊情况:

(1) 若  $N = ax + by + cz + \dots$  ( $a, b, c, \dots$  为系数)

则  $S_N = \sqrt{a^2 S_x^2 + b^2 S_y^2 + c^2 S_z^2 + \dots}$

更当  $a = b = c, \dots = \pm 1$  时,

$$S_N = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 + \dots}$$

后求  $E_N = \frac{S_N}{N} \times 100\%$

(2) 若  $N = x^a y^b z^c, \dots$  ( $a, b, c, \dots$  为常数)

则  $E_N = \sqrt{\left(\frac{a}{x}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{b}{y}\right)^2 S_y^2 + \left(\frac{c}{z}\right)^2 S_z^2 + \dots}$

$$= \sqrt{a^2 E_x^2 + b^2 E_y^2 + c^2 E_z^2 + \dots}$$

更当  $a = b = c = \dots = \pm 1$  时

$$E_N = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2 + \dots}$$

后求  $S_N = E_N \cdot \bar{N}$

下表为常用函数的误差传递公式,供未学习过微积分的同学参考使用。

## 常用函数的误差传递公式

函数表达式	误差 $S_N$	相对误差 $\frac{S_N}{N}$
$N = x + y$	$\sqrt{S_x^2 + S_y^2}$	$\sqrt{\frac{S_x^2 + S_y^2}{(x + y)^2}}$
$N = x - y$	$\sqrt{S_x^2 + S_y^2}$	$\sqrt{\frac{S_x^2 + S_y^2}{(x - y)^2}}$
$N = x \cdot y$	$\sqrt{y^2 S_x^2 + x^2 S_y^2}$	$\sqrt{\left(\frac{S_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{S_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x}{y}$	$\sqrt{\frac{S_x^2}{y^2} + \frac{x^2 S_y^2}{y^4}}$	$\sqrt{\left(\frac{S_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{S_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x^k y^m}{z^n} (k, m, n \text{ 为常数})$	$\sqrt{\left(\frac{kx^{k-1}y^m}{z^n}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{mx^k y^{m-1}}{z^n}\right)^2 S_y^2 + \left(\frac{nx^k y^m}{z^{n+1}}\right)^2 S_z^2}$	$\sqrt{k^2 \left(\frac{S_x}{x}\right)^2 + m^2 \left(\frac{S_y}{y}\right)^2 + n^2 \left(\frac{S_z}{z}\right)^2}$
$N = kx (k \text{ 为常数})$	$kS_x$	$\frac{S_x}{x}$
$N = k\sqrt{x} (k \text{ 为常数})$	$\frac{1}{k} x^{\frac{1}{2}-1} S_x$	$\frac{1}{k} \frac{S_x}{x}$
$N = x^n (n \text{ 为常数})$	$nx^{n-1} S_x$	$n \frac{S_x}{x}$
$N = \ln x$	$\frac{S_x}{x}$	$\frac{S_x}{x \ln x}$
$N = \cos x$	$ \sin x  S_x$	$ \operatorname{tg} x  S_x$
$N = \sin x$	$ \cos x  S_x$	$ \operatorname{ctg} x  S_x$

## 五、测量误差的意义

由于测量总不可能绝对精确,因此测量误差便成了评价测量结果精确程度的重要依据。正确有效的测量不但要给出测量值,而且要给出测量值的误差,还要注明单位。写成

$$N \pm S_N (\text{单位})$$

的形式。这里的“+”、“-”并不是“加”和“减”的意思,更不是 $N$ 上迭加或减去一个 $S_N$ ,而是告诉人们:测量值 $N$ 不是绝对精确的,真值很有可能不是 $N$ ,但真值离 $N$ 不远。然而真值究竟与 $N$ 相差多少不得而知,也无须知道。理论告诉我们真值落在区间 $N - S_N$ 至 $N + S_N$ 内的概率为68.3%,而且这只是在较为理想的情况下。对于一般情况,即使采用多次测量的手段,也不过10次、8次左右,以上概率也会有一定的变化,变得较为模糊了。因此没有必要在 $S_N$ 的具体数值上争论不休。

在物理实验中,初步规定估算的误差只保留一位有效数字。为了保证真值

落在  $N \pm S_N$  内的概率不至太小,  $S_N$  的第一位后面的数字去掉时“只进不舍”。顺便说明的是,分析误差的理论和方法还有许多种。这里介绍的方法要求同学在物理实验中严格实施。至于将来碰到误差问题,应具体问题具体分析,在积累了较为丰富的理论知识和实践经验后采用最佳的方法处理误差。

## 六、测量值的有效数字表示

### 1. 有效数字

正确而有效地表示测量结果的数字称为有效数字。测量结果用有效数字表示不但给出了测量值,而且还应粗略地给出该测量值的误差范围。

有效数字由若干位准确数字和一位存疑数字组成。例如用一米尺测量某物体的长度为  $52.46\text{cm}$ , 其中  $50\text{cm}$ ,  $2\text{cm}$ ,  $4\text{mm}$  均有刻度指示,无可争议。但毫米下没有刻度,  $0.6\text{mm}$  是估读出来的,无法保证其准确性,就成了存疑数字。但“存疑”具有广泛的意义,估读数固然存疑,但存疑数字不一定是估读出来的。例如间接测量值的有效数字,其最后一位应为存疑数字,显然与估读无关。有效数字的准确数字可以是零,存疑数字(最后一位)也可以是零。如刚好在刻度线上读数时就应该取零。特别强调的是在等精度测量,即使用同一仪器的同一档测量时,各测量值的存疑数字应该在同一位上。如同一米尺测量两长度分别为  $68.30\text{cm}$  和  $0.84\text{cm}$ , 在同一位上的  $0$  和  $4$  均为存疑数字。

有效数字的位数从第一位不为零的数字开始数起。例如:

$52.46\text{cm}$  为四位有效数字;

$0.00400\text{kg}$  为三位有效数字;

3 小时 47 分钟为三位有效数字;

有效数字的位数是由误差决定的。在测量结果  $N \pm S_N$  中,  $N$  为有效数字,其准确数字误差为零,可信度是  $100\%$ , 而存疑数字是不可信的,存在着误差。因此误差决定了有效数字中哪一位是存疑数字。误差与存疑数字都只取一位有着共同的现实意义。在  $N \pm S_N$  中,  $N$  的最后一位(存疑数字)与  $S_N$  对齐也是理所当然的。

### 2. 有效数字的记录

(1) 记录有效数字时,首先应确定存疑数字的位数,记录时写到存疑数字就可以了。有效数字不允许没有存疑数字,也不允许存疑数字后面再有数字。

(2) 单位换算或小数点移动时,不得影响有效数字的位数。如  $52.46\text{cm} = 524.6\text{mm} = 0.5246\text{m}$ 。它们均为四位有效数字。

(3) 科学记数法,大于等于 100 或小于 0.1 的数据常使用科学记数法。规范的科学记数法是在小数点前面只留下一位不为零的数字,其量用 10 的整数幂指数表示。

$$\text{如 } 5.26\text{cm} = 5.26 \times 10^{-2}\text{m} = 5.26 \times 10^{-5}\text{km} = 5.26 \times 10^4\mu\text{m}$$

带有误差的有效数字在括号内写上  $\times . \times \times \pm 0.0 \times$ , 再后缀 10 的整数幂指数

$$\text{如 } 52.6 \pm 0.5\text{mm} = (5.26 \pm 0.05) \times 10^{-2}\text{m}。$$

### 3. 有效数字的运算法则

总的原则是若干个有效数字经过一系列的数学运算后,最后的结果的有效数位的确定以最大一位存疑数字而终止。

(1) 几个有效数字作加减运算时,其结果的有效数字位数以参加运算的各数中最大位存疑数字为准取齐。

$$\text{例: } 1.518 + 17.5 + 6.18 - 4.2316 = 21.0$$

(2) 几个有效数字作乘除运算时,其结果的有效数字位数与参加运算的的位数最少的数字位数相同。

$$\text{例: } 32.07 \times 0.516 = 16.5$$

(3) 乘方或开方后的有效数字位数与底数的相同。

$$\text{例: } 4.32^4 = 348 = 3.48 \times 10^2$$

$$\sqrt{52.31} = 7.232$$

(4) 对某有效数字取对数,结果的小数部分的位数与真数的位数相同。

$$\text{例: } \log 4.803 = 0.6815$$

$$\ln 39.7 = 3.681$$

(5) 指数  $e^x$ 、 $10^x$  的运算结果,小数点前保留一位非零数,小数部分的位数与  $x$  的小数点后的位数相同(包括紧接小数点后的零)。

$$\text{例: } 10^{0.23} = 1.70$$

$$e^{11.2} = 7.3 \times 10^4$$

(6)  $\pi$ 、 $e$ 、 $\sqrt{2}$  等常数参与运算时,可认为其有无限多位有效数,故可不考虑它的位数问题。

(7) 三角函数的运算结果的有效数字位数与自变量的相同。

$$\text{例: } \sin 30^\circ 00' = 0.5000$$

一般情况下,都应按照以上规则进行有效数字的运算。只有参加运算的数

据给出了误差,并按照间接测量的误差估算方法求得了结果的误差(一位),才根据结果的误差确定结果的有效数字的位数。

#### 4. 尾数的截留规则

有效数字运算的结果必须并且只需保留一位存疑数字,其后的尾数去掉时,采用“四舍六入五凑偶”的规则。即小于5的数字全部舍掉,大于5的数字舍去时“进1”,只有5舍去时须使它前面的数成为偶数。

如:3.48539 —————→3.48

3.4750 —————→3.48

### 七、测量及数据处理举例

例:测量钢质圆柱体的密度。

直接测量圆柱体的直径  $d$ ,高  $h$ ,所用仪器为游标卡尺。查游标卡尺的分度值为  $0.02\text{mm}$ ,示值误差为  $0.02\text{mm}$ 。根据游标卡尺的有效数字读数规则,每一读数均应读到毫米下两位。

直接测量圆柱体的质量  $m$ ,所用仪器为分度值  $0.02\text{g}$  的天平,查示值误差为  $0.02\text{g}$ ,故  $m$  的读数应读到克以下两位。为了消除天平不等臂引起的系统误差,将圆柱体分别放置在左右两盘各测一次。

测量数据见下表

测量次数	1	2	3	4	5	6
$d(\text{mm})$	14.92	14.96	14.94	14.98	14.92	14.96
$h(\text{mm})$	39.94	39.98	39.92	40.02	40.00	39.96
$m(\text{g})$	55.28	55.20				

数据处理:

#### 1. 求最佳值

$$\bar{d} = 14.95\text{mm}$$

$$\bar{h} = 39.97\text{mm}$$

$$m = \sqrt{m_1 m_2} = 55.24\text{g} \text{ (根据不等臂天平测量原理)}$$

#### 2. 估算标准误差

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^6 (d_k - \bar{d})^2}{6 \times 5}} = \left[ \frac{0.03^2 + 0.01^2 + 0.01^2 + 0.03^2 + 0.03^2 + 0.01^2}{6 \times 5} \right]^{\frac{1}{2}}$$



$$= 0.01 \text{ mm}$$

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^6 (h_k - \bar{h})^2}{6 \times 5}} = \left[ \frac{0.03^2 + 0.01^2 + 0.05^2 + 0.05^2 + 0.03^2 + 0.01^2}{6 \times 5} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 0.016 \text{ mm}$$

因质量是分两盘各称一次,故不能算是多次测量。

$$\sigma_m = \frac{\text{分度值}}{\sqrt{3}} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.012 \text{ g}$$

### 3. 仪器误差

$$\Delta_d = \Delta_h = 0.02 \text{ mm}$$

$$\Delta_m = 0.02 \text{ g}$$

### 4. 估算直接测量值的误差

$$S_d = \sqrt{\sigma_d^2 + \Delta_d^2} = \sqrt{0.01^2 + 0.02^2} = 0.023 \text{ mm}$$

$$S_h = \sqrt{\sigma_h^2 + \Delta_h^2} = \sqrt{0.016^2 + 0.02^2} = 0.026 \text{ mm}$$

$$S_m = \sqrt{\sigma_m^2 + \Delta_m^2} = \sqrt{0.012^2 + 0.02^2} = 0.024 \text{ g}$$

(计算的中间过程可多取一位,以保证最后结果的精确度)。

### 5. 计算密度的最佳值

$$\bar{\rho} = \frac{4m}{\pi d^2 h} = \frac{4 \times 55.24}{\pi \times 14.95^2 \times 39.97} = 7.873 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$$

### 6. 估算密度的误差

(由于函数关系完全是乘除运算,故先估算相对误差)

$$E_\rho = \sqrt{E_m^2 + 2^2 E_d^2 + E_h^2}$$

$$= \left[ \left( \frac{0.024}{55.24} \right)^2 + \left( \frac{2 \times 0.023}{14.95} \right)^2 + \left( \frac{0.026}{39.97} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3.17 \times 10^{-3}$$

$$= 0.32\%$$

$$S_\rho = E_\rho \cdot \bar{\rho} = 7.873 \times 10^{-3} \times 0.32\% = 0.03 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$$

### 7. 结果表示

$$\text{金属圆柱体的密度为 } \bar{\rho} \pm S_\rho = (7.87 \pm 0.03) \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$$

$$= (7.87 \pm 0.03) \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$E_\rho = 0.32\%$$

结果表示中,  $\bar{\rho}$  的有效数字位数视  $S_\rho$  而定,因为是最终测量数据。 $S_\rho$  只允