

■ 标准化考试参考资料

初中数学 选择题分析



天津教育出版社

初中数学 选择题分析

王连笑 刘玉翹

天津教育出版社

责任编辑：翟 跃

初中数学
选择题分析

王连笑 刘玉翘

*

天津教育出版社出版

(天津市湖北路27号)

天津新华印刷二厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

787×1092毫米32开 9印张 193千字

1987年1月第1版

1987年4月第2次印刷

印数：191001—2449500

书号：7348·219 定价：1.35元

出版说明

标准化考试，是国外对学生知识素质进行科学测试的一种成功的作法。我国正在试验和推广这种较为先进的考试方法，选择题是标准化试题的主要形式。

为了向广大教师和学生介绍这种题型的种类和解题方法，并为建立标准化试题库提供参考资料，我们组织编辑了初、高中数学、物理、化学、英语各科选择题分析，为在我国尽快施行标准化考试做一些有益的工作。

前 言

数学选择题是近几年在我国兴起的一种新的命题形式。这种命题形式，已在许多重大考试（如高校招生考试，初中升高考试，数学竞赛等）中被采用，并为越来越多的数学教师所接受，逐步推广应用于教学之中，为了使命题科学化、标准化，许多研究工作者和实际工作者对这种命题形式展开了多方面的研究工作，本书就是在这种背景下编纂而成的。

在数学教学中，采用选择题进行训练，有助于学生掌握数学基础知识和基本技能，提高正确迅速的运算能力、逻辑思维能力，有利于提高辨析能力和判断能力，发展学生的智力。数学选择题不失为提高教学质量、检验教学效果的一种较好的手段，但它并不是唯一的手段，也并非完美无缺，它需要在实践中不断得到完善和提高。

本书紧紧围绕全日制初中数学内容，首先介绍了选择题的类型和几种常见解法，然后分代数、几何、综合练习等几部分内容编选了选择题五百余道，章节顺序与课本一致，题目的编选，力求覆盖各章节的基本概念，基本理论和基本运算，基本技能技巧则隐含于题目之中。本书各题的选择支中，有且只有一个是正确的。每部分题后，都给出了答案，并附有各题的提示或较详细的解答，供读者参考。

本书力求做到既能满足初中数学教学的需要，又能适应初中总复习的需要，可供初中学生课外阅读与练习，也可作

为初中教师教学时参考。

由于编者水平所限，书中疏漏之处在所难免，敬希读者
不吝赐教。

作者 1985.10

目 录

一、数学选择题的类型、特点和解法

(一) 数学选择题的类型和特点	1
(二) 数学选择题的解法	4
1. 直接法	4
2. 验证法	7
3. 特例法	9
4. 排除法	12
5. 图象法	14

二、初中代数选择题

第一章 有理数	17
第二章 整式的加减	27
第三章 一元一次方程	34
第四章 一元一次不等式	41
第五章 二元一次方程组	48
第六章 整式的乘除	56
第七章 因式分解	64
第八章 分式	71
第九章 数的开方	80
第十章 二次根式	85
第十一章 一元二次方程	92
第十二章 指数	107

第十三章	常用对数	114
第十四章	函数及其图象	127
第十五章	解三角形	142
第十六章	统计初步	165
三、初中几何选择题		170
第一章	基本概念	170
第二章	相交线平行线	176
第三章	三角形	182
第四章	四边形	195
第五章	面积 勾股定理	204
第六章	相似形	217
第七章	圆	234
四、初中综合题选择题		252

11		第一章
12		第二章
13		第三章
14		第四章
15		第五章
16		第六章
17		第七章
18		第八章
19		第九章
20		第十章
21		第十一章
22		第十二章

一、数学选择题的类型、特点和解法

(一) 数学选择题的类型和特点

数学选择题正在以一种被广泛认为是比较全面、科学和公平的测验形式引起人们的重视，因此如何认识选择题，如何解答选择题，已经成为数学教学与数学学习的一个重要课题。

数学选择题是由一定的条件（我们叫它为题干）和若干个结论组成的，这些结论有正确的，也有不正确的，我们把选择题给出的这些结论叫选择支。在一道选择题中，选择支可多可少，其中符合题干条件的正确的选择支也可多可少。

例如：

(1) 两条不相交的直线叫作平行线。

(A) 对； (B) 错。

这种选择题就是平时我们所说的是非判断题，它有两个选择支，要求在两个选择支中选出一个正确的答案。本题答案为

(B)。

(2) 若 $k > 0$, $b > 0$, 则一次函数 $y = kx + b$ 的图象不通过

(A) 第一象限； (B) 第二象限；

(C) 第三象限； (D) 第四象限。

这里的选择支中有一个且只有一个是正确的，即(D)。这类题是要求从多个选择支中选出一个正确的答案。

(3) 下面哪一个说法是正确的:

$\sqrt{2}$ 是

(A) 无理数; (B) 无限不循环小数;

(C) 等于1.414; (D) 实数.

这里的选择支有多于一个是正确的, 例如本题(A)、(B)、(D)三个选择支都是正确的. 这类题要求从多个选择支中选出所有正确的结论.

以上三种类型是数学选择题中常常遇到的类型, 简单地说就是是非题(二选一)、单项选择题(多选一, 往往是四选一或五选一)、多重选择题(多选多). 对于单项选择题, 常常在题目给出的指令性语句中给出“有且只有一个是正确的”这样的话; 对于多重选择题, 在题目给出的指令性语句中则有“至少有一个是正确的”这样的话.

目前被大家广泛采用的是第二种即多选一的单项选择题, 本书下面所介绍的内容及全部题目都属于这一种, 不过本书中的不少题目稍加变化也可变成是非题和多重选择题.

那么, 选择题有些什么特点呢?

1. 题目小, 题型活, 解法巧, 容量大.

由于选择题并不需要解题者书写解题过程, 因而能在较短的时间内解较多的题目, 这样, 题目所涉及的基础知识和基本技能的复盖面必然就宽, 题目的容量必然大, 同时选择题比较小巧, 往往解法上也比较灵活.

2. 由于选择题是事先给出一些结论, 这一点很类似于证明题, 但又没有明显的结论, 这一点又类似于化简题、计算题或填空题.

3. 能够做到合理公正的评分, 而且节省评分的时间.

由于选择题的答案是确定的，对就是对，错就是错，评分不受评分者的主观因素的影响，不象论述式题目那样难以掌握评分标准，因此提高了测验的信度（信度是一种反映测验的稳定性和可靠性的指标），能够考查出每个考生的真正智能水平。

4. 能够培养和考查考生的判断能力。

在当前信息瞬息万变，科学技术飞速发展的情况下，每一个科学工作者和管理工作者常常同时遇到多种复杂的情况，需要当机立断，作出判断和决策，而选择题的训练对这种判断能力的提高是有一定的帮助的。

除了以上的优点之外，选择题也有一些缺点，最主要的是

5. 由于解答选择题不需要写出解答过程，因而不能完成训练和考查考生的表达能力和论述问题能力的任务。

但是，总的说来，选择题的优点还是不少的，是一种比较好的题型。

选择题的编拟一般都是针对受试者在掌握某个数学知识的某些环节上常见的错误，或者在掌握概念上有哪些容易模糊或不牢固、不全面的地方而设计选择支，这样设计出的选择支就是一些似是而非的“陷阱”，受试者往往由于掌握知识不牢，概念不清或者思考问题不全面而掉进陷阱；也有些选择题的编拟是为了测试受试者思维的准确性和敏捷性的，这种题目往往使受试者由于解题能力和速度的差异而拉开距离，数学选择题编拟过程的这种针对性也是选择题的特点之一。

(二) 数学选择题的解法

前面已经讲过，本书所研究的选择题是在多个选择支中有且只有一个是正确的，因此解这类选择题时要充分利用每个题目中题干和选择支所给出的所有信息进行分析、推理和运算，对每个选择支进行肯定或否定。

常用的选择题解法有直接法、验证法、特例法、排除法和图象法等五种。

1. 直接法

从题目的条件出发，通过分析、推理和运算，得出正确的结论，从而确定有正确结论的那个选择支是正确的，这种解题方法我们叫它直接法。直接法是直接肯定选择支的方法，对于大多数选择题都可以用这种方法。

例1. 如图1-1-1在线段 AB 上有任意的30个点： $C_1, C_2, \dots, C_{30}$ ，如果以 $A, C_1, C_2, \dots, C_{30}, B$ 为端点的线段有 n 条，则 n 等于

(A) 30; (B) 31;
(C) 496; (D) 465.

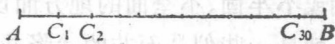


图1-1-1

解 以 A 为左端点的线段 $AC_1, AC_2, \dots, AC_{30}, AB$ 共31条；

以 C_1 为左端点的线段 $C_1C_2, C_1C_3, \dots, C_1C_{30}, C_1B$ 共30条；

以 C_2 为左端点的线段 $C_2C_3, C_2C_4, \dots, C_2C_{30}, C_2B$ 共

29条;

.....

以 C_{30} 为左端点的线段只有 $C_{30}B$ 一条。

共有线段:

$$31 + 30 + 29 + \cdots + 3 + 2 + 1 = 496 \text{ (条)}$$

故应选(C)。

例2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 5$, $AC = 3$, $BC = 7$, 在 BA 上取 $BD = 3$, M , N 分别为 DA 、 BC 之中点, NM 与 CA 的延长线交于 R , 则 $\triangle AMR$ 的面积为

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (B) $\frac{1}{2}$;
(C) $\frac{1}{4}$; (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

解 如图 1-1-2, 由余弦定理得

$$\angle BAC = 120^\circ$$

所以 $\angle MAR = 60^\circ$.

由 $AB = 5$, $BD = 3$, M 为 AD 中点得 $AM = 1$.

延长 BA 到 E 使 $AE = AC = 3$, 则 $\triangle ACE$ 为等边三角形.

又 $BM = ME = 4$, 则 M 为 BE 之中点, 又因为 N 为 BC 之中点, 所以 $MN \parallel CE$.

所以 $\angle BMN = \angle AMR = \angle E = 60^\circ$

故 $\triangle AMR$ 为边长等于1的等边三角形, 其面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

故应选 (D) .

例3 使实系数二次方程

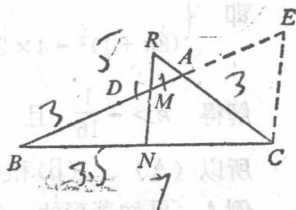


图1-1-2

$$2kx^2 + (8k+1)x + 8k = 0$$

有两个不相等的实数根的 k 的范围是

(A) $k < -\frac{1}{16}$;

(B) $k > -\frac{1}{16}$;

(C) $k \geq -\frac{1}{16}$;

(D) 以上结果都不对.

解 所给二次方程有两个不相等的实数根的条件是

$$\begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ (8k+1)^2 - 4 \times 2k \times 8k > 0 \end{cases}$$

解得 $k > -\frac{1}{16}$ 且 $k \neq 0$.

所以 (A)、(B) 和 (C) 都不对, 故应选 (D).

例 4 已知菱形的一条边是两条对角线的比例中项, 则菱形的一个锐角是

(A) 15° ; (B) 30° ; (C) 45° ; (D) 60° .

解 如图1-1-3, 过菱形 $ABCD$ 的顶点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E .

考虑菱形的面积, 有

$$DE \cdot AB = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

$$DE = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BD}{AB}$$

由已知

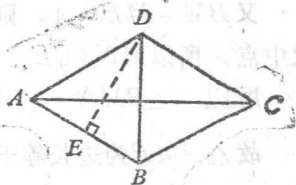


图1-1-3

$$AB^2 = AC \cdot BD, \quad AB = AD,$$

$$\text{所以 } DE = \frac{\frac{1}{2}AB^2}{AB} = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AD.$$

在直角三角形 ADE 中,

因为 $DE = \frac{1}{2}AD$, 所以 DE 所对的锐角为 30° .

故应选 (B).

2. 验证法

有些选择题选择支的答案比较具体, 也可以将各个选择支逐一代入题中进行验证, 然后肯定正确的选择支.

例 5. 方程

$$\sqrt{7x-3} + \sqrt{x-1} = 2$$

的根是

(A) 3; (B) 2; (C) 1; (D) 0.

此题若用直接法解方程, 则需进行两次平方, 再解一元二次方程, 计算量比较大, 如果用验证法, 将备选答案逐一代入方程进行计算, 即可得出正确的答案.

解 当 $x = 3$ 时, 方程左边 $= \sqrt{18} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \neq$ 右边, 所以 $x = 3$ 不是方程的根.

当 $x = 2$ 时, 方程左边 $= \sqrt{11} + 1 \neq$ 右边, 所以 $x = 2$ 不是方程的根.

当 $x = 1$ 时, 方程左边 $= 2 + 0 =$ 右边, 所以 $x = 1$ 是方程的根.

如果题目指明有且只有一个正确答案, 答案 (D) $x = 0$ 就可以不验证了. (事实上, 当 $x = 0$ 时, 方程左边的两个被

开方数均为负, $x = 0$ 显然不是方程的根.)

故应选 (C)。

例 6. 梯形的上下两底分别为 3 和 9, 两腰分别为 4 和 6, 一条平行于底的直线分梯形成周长相等的两部分, 那么这条直线将每腰分成两线段之比 (从小底到大底) 为

(A) 4:3; (B) 3:2;

(C) 4:1; (D) 3:1.

解 若 (A) 对, 则梯形一腰被分成 $\frac{4}{7} \times 6$ 和 $\frac{3}{7} \times 6$,

另一腰被分成 $\frac{4}{7} \times 4$ 和 $\frac{3}{7} \times 4$,

$$\text{但 } \frac{4}{7} \times 4 + \frac{4}{7} \times 6 + 3 \neq \frac{3}{7} \times 4 + \frac{3}{7} \times 6 + 9,$$

所以 (A) 不是本题的解。

同法可验证 (B) 不是本题的解。 (C) 是本题的解。

同样可以不再验证 (D) 了。

例 7. 如图 1-2-1, P 是

圆 O 外一点, $OP = 13$, PQ

R 是割线交圆 O 于 Q 和 R ,

$PQ = 9$, $QR = 7$, 则圆 O 的

半径是

(A) 6; (B) 5;

(C) 10; (D) 8.

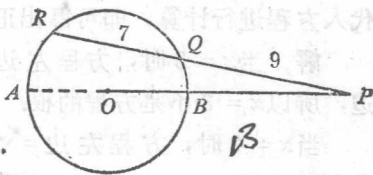


图 1-2-1

解 若圆 O 的半径为 6, 则 $PB = 7$, $PA = 19$, $PR = 16$, 然而

$$PQ \cdot PR = 9 \times 16, PB \cdot PA = 7 \times 19$$

显然不相等。

若圆O的半径为5，则 $PB=8$ ， $PA=18$ ， $PR=16$ ，
因为

$$PQ \cdot PR = 9 \times 16, PB \cdot PA = 8 \times 18$$

所以 $PQ \cdot PR = PB \cdot PA$

所以圆O的半径是5，

下面的(C)和(D)可以不验证了。

故应选(B)。本题还可用直接法解得。

3. 特例法

有些选择题可以用符合题设条件的某些特殊值代替有关字母，或者用符合题设条件的某个特殊图形代替有关的一般图形进行具体的演算和推理，从而判断各个选择支的正确和错误。这种方法叫特例法。

我们知道，要证明一个命题正确，必须证明对所有情况下命题都成立才行；而要否定一个命题只要找到一个反例，即找到一个不能满足这个命题的例子就够了。特例法解选择题就是根据这个道理。我们通过找特例来判断错误的选择支就能肯定正确的选择支。当然，有些选择题的各个选择支是相互独立的，有时举出一个反例就能同时起到肯定或否定选择支的作用。

例8. 如果 $-2 \leq x \leq 2$

$$y = |x-2| + |x+3| + \sqrt{x^2 - 10x + 25}$$

那么y等于

(A) $x+6$; (B) x ; (C) $10-x$; (D) $4-3x$.

解 我们找一个符合题设条件 $-2 \leq x \leq 2$ 的特殊值，如取 $x=0$ ，此时