高等学校数学学习辅导教材
GAODENG XUEXIAO SHUXUE XUEXI FUDAO JIAOCAI

线性代数 复变函数 概率统计

下册

习题全解

（同济二版·三版·西安交大四版·浙大二版）

陈小柱 张立卫/编 著

大连理工大学出版社

高等学校数学学习辅导教材

线性代数·复变函数·概率统计习题全解

下册

（同济二版、三版·西安交大四版·浙大二版）

陈小柱　张立卫　编著
冯士英　聂续昀　主审

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

线性代数·复变函数·概率统计习题全解(下册) / 陈小柱,张立卫编著 .—大连：大连理工大学出版社,2000.10(2003.2 重印)
(高等学校数学学习辅导教材)
ISBN 7-5611-1677-2

Ⅰ.线… Ⅱ.①陈… ②张… Ⅲ.高等数学—高等学校—辅导 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(99)第 35616 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市凌水河 邮政编码:116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466 邮购:0411-4707955
E-mail.dutp@mail.dlptt.ln.cn URL:http://www dutp com cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:140mm×203mm 印张:6.25 字数:154 千字
印数:110 001 ~ 116 000
2000 年 10 月第 1 版 2003 年 2 月第 15 次印刷

责任编辑:刘 杰 责任校对:习 文
封面设计:王福刚

定 价:21.00 元(本册 7.00 元)

卷首赠言

知识是引导人生到达
光明与真实境界的光烛。

——李大钊(1889—1927)

(在燕园李大钊教授铜像前,仿佛能听到他穿越时光的声音)

高年级大学生、研究生以及青年教师,经过努力可以胜过老师,而且应该鼓励他们尽早胜过老师。

——江泽涵(1902—1994)

(摘自《中国科学院院士自述》)

前　言

当人类即将迈入21世纪之际，世界对各类人才的需求正在发生着深刻的变化。作为人才培养基地的高校，正在探索着培育人才的新模式，以适应客观世界的需求。

相比于十多年前的学生，当今及未来的学生需投入更多的时间、精力来学习外语及计算机。而这对大学数学课的教与学均提出了前所未有的挑战。

当大学数学的课时被迫削减之后，教师有了“教材内容无法完全展开讲授”之苦；而学生在有限的精力被分割后，学习大学数学常常会发生“食而不化”的现象。考研及后续专业课，对大学数学的学习又有较高的要求。

由于大学数学早已渗透到现代科学的各个学科，未来的新兴学科仍需借助数学工具进行表述。未来社会所需要的一大批通才、栋梁之才，非有扎实的数学功底不可。

正是为了化解这一矛盾，我们编写了这本具有工具书性质的《线性代数·复变函数·概率统计习题全解》，以期学生通过大学期间**不间断地反复自学**来弥补不足，

打牢数学底子。因此,理工科大学一年、二年、三年、四年,必要时,甚至以后的学习阶段,均宜备有此书,以便自学查阅。

全书分为上册、中册、下册,分别与下列教材相配套:同济二版、三版《线性代数》,西安交大四版《复变函数》及浙大二版《概率论与数理统计》,全部习题均有详细的解答。

书中在每章之首,均缀有一篇导学。初学者在看书时,常常"只见树木,不见森林",而"导学"侧重于帮您透视脉络,从细节的认识升华到全盘的认识。本书是已多次再版的《高等数学习题全解》的姊妹篇,并与《考研数学真题全解及考点分析》系列教材相呼应,形成系统的知识体系。

本书由冯士英教授、聂续昀副教授担任主审,蔡颖同志也提出了宝贵的意见。

限于编者水平,加之时间仓促,不妥之处难免存在,恳请广大读者提出批评和指正!

编　者

2000 年 9 月

目 录

下 册

概率统计习题全解及导学(浙大二版)

下　册

概率统计习题全解及导学

（与浙大二版《概率论与数理统计》相配套）

我们应该有恒心，

尤其要有自信力。

——居里夫人

第一章　概率论的基本概念

> 亲量圭尺，躬察仪漏，目尽毫厘，心穷筭策。
>
> ——祖冲之

导学

——概率论在集合论的基础上立足

本章的主要内容是由浅入深地引出概率论的基本概念，并对古典概型予以介绍。首先，巧妙地利用集合及其运算对概率论涉及的概念，如样本空间、随机事件、和事件、积事件等作出描述，使之直观易懂；其次，通过实例说明用频率来描述事件发生的可能性并不科学，从而定义出集合函数：概率。用概率来表示事件可能性；然后根据基本事件的概率特征对试验分类，并介绍最简单的一类概型：古典概型；本章最后给出求解古典概型的几个有力工具：条件概率公式、乘法原理、全概率公式和贝叶斯公式等，其中全概率公式最具威力，因此称为"全"概率公式。

娴熟地运用表格来分析、研究并解决实际问题，是概率统计所要求的重要素养之一。

成功地将概率论实现公理化的是现代的前苏联大数学家柯尔莫哥洛夫，时间是 1933 年。

如果学《概率统计》时，经常留意它借用了《高等数学》及《线性代数》中哪些知识，那么，您会学得很轻松！

习题全解

1. 写出下列随机实验的样本空间。

(1) 记录一个小班一次数学考试的平均分数(设以百分制记分)。

解 $S=\left\{\frac{i}{n}\middle| i=0,1,\cdots,100n\right\}$其中,$n$ 为小班人数。

(2) 同时掷三颗骰子,记录三颗骰子点数之和

解 $S=\{3,4,\cdots,18\}$

(3) 生产产品直到有 10 件正品为止,记录生产产品的总数

解 $S=\{x|x\geqslant 10,\quad x\text{ 为整数}\}$

(4) 对某工厂出厂的产品进行检验,合格的记上"正品",不合格的记上"次品",如连续查出 2 个次品就停止检查,或检查 4 个产品就停止检查,记录检查的结果。

解 $S=\{00, 100, 010, 1100, 1010, 0110, 1110, 1101, 1011, 0111, 1111\}$

0 表示次品,1 表示正品。

(5) 在单位圆内任意取一点,记录它的坐标

解 $S=\{(x,y)|x^2+y^2<1\}$

(6) 将一尺之棰折成三段,观察各段的长度

解 $S=\{(x,y,z)|x>0,y>0,z>0,x+y+z=1\}$,$x$,$y$,$z$ 表示第一、二、三段长度。

2. 设 A,B,C 为三事件,用 A,B,C 的运算关系表示下列各事件。

(1)A 发生,B 与 C 不发生

解 $A\overline{B}\,\overline{C}$

(2)A 与 B 都发生,而 C 不发生

解　$AB\overline{C}$

(3)A,B,C 中至少有一个发生

解　$A\cup B\cup C$

(4)A,B,C 都发生

解　$A\cdot B\cdot C$

(5)A,B,C 都不发生

解　$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

(6)A,B,C 中不多于一个发生

解　$\overline{A}\,\overline{B}\cup\overline{A}\,\overline{C}\cup\overline{B}\,\overline{C}$

(7)A,B,C 中不多于两个发生

解　$\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$

(8)A,B,C 中至少有两个发生

解　$AB\cup BC\cup AC$

3. 用作图的方法说明下列各等式

(1)$(A\cup B)C=AC\cup BC$；　(2)$AB\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$

解　如图 1-1。

(1) $(A\cup B)C=(D_5\cup D_1\cup D_6\cup D_3\cup D_2\cup D_4)(D_3\cup D_2\cup D_4\cup D_7)=D_3\cup D_2\cup D_4 AC\cup BC=(D_2\cup D_3)\cup(D_2\cup D_4)=D_3\cup D_2\cup D_4=(A\cup B)C$

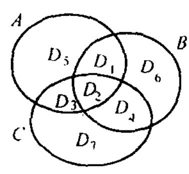

图 1-1

(2) $AB\cup C=D_1\cup D_2\cup C=D_1\cup C$

$(A\cup C)(B\cup C)=(A\cup C\cap B)\cup(A\cup C\cap C)=D_1\cup D_2\cup D_4\cup C=D_1\cup C$

4. 指出下列命题中哪些成立，哪些不成立？

(1)$A\cup B=A\overline{B}\cup B$　成立

(2) $\overline{A}B = A \cup B$ 不成立 $\overline{A}B$ 表示"事件 A 不发生、同时 B 发生"

$A \cup B$ 表示"A,B 至少有一个发生"显然不等。

(3) $\overline{A \cup B}C = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

不成立

$\overline{A \cup B}C$ 表示"仅有 C 发生",$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ 表示"A,B,C 都不发生"

(4) $(AB)(A\overline{B}) = \phi$ 成立

(5) 若 $A \subset B$ 则 $A = AB$ 成立

(6) 若 $AB = \phi$ 且 $C \subset A$,则 $BC = \phi$ 成立

(7) 若 $A \subset B$ 则 $\overline{B} \subset \overline{A}$ 成立

(8) 若 $B \subset A$,则 $A \cup B = A$ 成立

5. 设 $S = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\}$,$A = \{x \mid \frac{1}{2} < x \leqslant 1\}$,$B = \{x \mid \frac{1}{4} \leqslant x < \frac{3}{2}\}$,具体写出下列各事件 (1) $\overline{A}B$ (2) $\overline{A} \cup B$ (3) $\overline{\overline{A}\,\overline{B}}$ (4) $\overline{AB}$

解 $\overline{A} = S - A = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$ 或 $1 < x \leqslant 2\}$

(1) $\overline{A}B = \{x \mid \frac{1}{4} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$ 或 $1 < x < \frac{3}{2}\}$

(2) $\overline{A} \cup B = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 2\}$

(3) $\overline{\overline{A}\,\overline{B}} = \overline{\overline{A}} \cup \overline{\overline{B}} = A \cup B = \{x \mid \frac{1}{4} \leqslant x < \frac{3}{2}\}$

(4) $\overline{AE} = S - AB = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$ 或 $1 < x \leqslant 2\}$

6. 设 A,B 为两事件且 $P(A) = 0.6$,$P(B) = 0.7$,问(1) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最大值,最大值是多少?(2) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最小值,最小值是多少?

解 (1) 因 $AB \subset A$,$AB \subset B$ 所以 $P(AB) \leqslant P(A)$,$P(AB)$

$\leqslant P(B)$

$A \subset B$ 时 $P(AB)$ 最大，其值等于 $P(A) = 0.6$

(2) 由 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$，知 $P(A \cup B)$ 最大时，$P(AB)$ 最小，当 $A \cup B = S$ 时 $P(A \cup B)$ 最大，此时 $P(AB)$ 最小为 0.3。

7. 设 A,B,C 为三事件，且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$，$P(AB) = P(BC) = 0$，$P(AC) = \frac{1}{8}$，求 A,B,C 至少有一个发生的概率。

解 至少有一个发生的概率为 $P(A \cup B \cup C)$

因 $P(AB) = P(BC) = 0$，所以 $AB = BC = \phi$，$(A \cup C)B = \phi$

则
$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A \cup C \cup B) = P(A \cup C) + P(B) \\ &= P(A) + P(C) - P(AC) + P(B) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

8. 在一标准英语词典中有 55 个由两个不相同的字母所组成的单词，若从 26 个英文字母中任取两个字母予以排列，问能排成上述单词的概率是多少？

解 所有可能组合为 P_{26}^2，则能排成上述单词的概率 $\frac{55}{P_{26}^2} = \frac{11}{130}$

9. 在电话号码簿中任取一个电话号码，求后面四个数全不相同的概率（设后面四个数中的每一个数都是等可能地取 0,1,…,9）。

解 所有可能为 $10 \times 10 \times 10 \times 10$ 种，后四个数全不相同

的种数为 P_{10}^{4}，则所求概率为 $\dfrac{P_{10}^{4}}{10^{4}}=\dfrac{63}{125}$。

10. 在房间里有10个人，分别佩戴从1号到10号的纪念章，任选 3 个记录其纪念章的号码。

(1) 求最小号码为 5 的概率；(2) 求最大号码为 5 的概率。

解 (1) 总的选法种数为 C_{10}^{3}，最小号码为 5 的选法种数 C_{5}^{2}，则所求概率为 $\dfrac{C_{5}^{2}}{C_{10}^{3}}=\dfrac{1}{12}$

(2) 同样，最大号码为 5 的种数 C_{4}^{2}，则所求概率为 $\dfrac{C_{4}^{2}}{C_{10}^{3}}=\dfrac{1}{20}$

11. 某油漆公司发出 17 桶油漆，其中白漆 10 桶、黑漆 4 桶、红漆 3 桶，在搬运过程中所有标签脱落，交货人随意将这些油漆发给顾客。问一个定货 4 桶白漆、3 桶黑漆和 2 桶红漆的顾客能按所定颜色如数得到货的概率是多少。

解 设已给这些油漆桶编号，则总的选法种数为 C_{17}^{9}，有 4 桶白漆，3 桶黑漆，2 桶红漆的种数为 C_{10}^{4}，C_{4}^{3}，C_{3}^{2}，则所求概率为 $\dfrac{C_{10}^{4}\cdot C_{4}^{3}\cdot C_{3}^{2}}{C_{17}^{9}}=\dfrac{252}{2431}$。

12. 在 1500 个产品中有 400 个次品，1100 个正品，任取 200 个。(1) 求恰有 90 个次品的概率；(2) 求至少有 2 个次品的概率。

解 选法种数 C_{1500}^{200}

(1) 有 90 个次品的选法种数 $C_{400}^{90}\cdot C_{1100}^{110}$，所求概率为 $C_{400}^{90}\cdot C_{1100}^{120}/C_{1500}^{200}$；

(2) 没有次品的概率 $P_{0}=C_{1100}^{200}/C_{1500}^{200}$

有一件次品的概率 $P_{1}=C_{400}^{1}\cdot C_{1100}^{199}/C_{1500}^{200}$

至少有两件次品的概率 $P=1-P_{0}-P_{1}$

13. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，这 4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双的概率是多少？

解　没有一双的概率为　$C_5^4 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 / C_{10}^4 = \frac{8}{21}$，则至少有两只一样的概率为 $1 - \frac{8}{21} = \frac{13}{21}$。

14. 在 11 张卡片上分别写上 *probability* 这 11 个字母，从中任意连抽 7 张，求其排列结果为 *ability* 的概率。

解　抽法总数为 P_{11}^7，则抽到 *ability* 的概率 $\frac{2 \times 2}{P_{11}^7} = 0.0000024$。

15. 将 3 个球随机地放入 4 个杯子中去，求杯子中球的最大个数分别为 1,2,3 的概率。

解　设 3 个球已有编号

球最大个数为 1 的种数 P_4^3

球最大个数为 2 的种数 $C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1$

球最大个数为 3 的种数 C_4^1

则，球最大个数为 1,2,3 的概率分别为 $\frac{P_4^3}{P_4^3 + C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 + C_4^1}$，$\frac{C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1}{P_4^3 + C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 + C_4^1}$，$\frac{C_4^1}{P_4^3 + C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 + C_4^1}$ 即　$\frac{6}{16}, \frac{9}{16}, \frac{1}{16}$。

16. 50 只铆钉随机地取来用在 10 个部件上，其中有 3 个铆钉强度太弱。每个部件用 3 只铆钉。若将 3 只强度太弱的铆钉都装在一个部件上，则这个部件强度就太弱。问发生一个部件强度太弱的概率是多少？

解　每一个部件用 3 只强度太弱的铆钉的概率为 $1/C_5^3$，则发生一个部件太弱的概率为 $10/C_{50}^3 = \frac{1}{1960}$

17. 已知 $P(\overline{A}) = 0.3$，$P(B) = 0.4$，$P(A\overline{B}) = 0.5$，求 $P(B|A \cup \overline{B})$

解 $P(B|A\cup\overline{B})=\dfrac{P(B(A\cup\overline{B}))}{P(A\cup\overline{B})}=\dfrac{P(BA\cup(B\overline{B}))}{P(A\cup\overline{B})}$

$$=\frac{P(AB)}{P(A\cup\overline{B})}$$

$$=\frac{P(A)-P(A\overline{B})}{P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})}$$

$$=\frac{1-P(\overline{A})-P(A\overline{B})}{1-P(\overline{A})+1-P(B)-P(A\overline{B})}$$

$$=\frac{0.7-0.5}{0.7+0.6-0.5}=0.25$$

18. 已知 $P(A)=\dfrac{1}{4}$,$P(B|A)=\dfrac{1}{3}$,$P(A|B)=\dfrac{1}{2}$,求 $P(A\cup B)$

解 $P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)=\dfrac{1}{12}$ (乘法定理)

$$P(B)=\frac{P(AB)}{P(A|B)}=\frac{1}{6}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{12}=\frac{1}{3}$$

19. 掷两颗骰子,已知两颗骰子点数之和为 7,求其中有一颗为 1 点的概率(用两种方法)。

解法一 设事件 A 两颗点数之和为 7,事件 B 一颗点数为 1。

所求概率 $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$

$$=\frac{2\times C_6^1\cdot C_6^1}{2\times C_6^1\cdot C_6^1+2\times C_6^1\cdot C_6^1+2\times C_6^1\cdot C_6^1}$$

$$=\frac{1}{3}$$

解法二 点数之和为 7 的种数为 3(一个为 6,1,一个为 5,2,一个为 4,3) 其中一棵为 1 点的种数为 1,则所求概率为$\dfrac{1}{3}$。