

初級中学課本代数(暫用本)

教学参考资料



(第二分册)

江苏人民出版社

說 明

这套初級中学代数教学参考資料，是在南通市教育局組織編写的《初級中学代数教材研究函授講义》的基础上改編而成的。全套分四个分冊出版。

改編这册教学参考資料的意图，主要是提供一些資料，帮助教师备课。内容包括“教材研究”、“参考材料”、“参考題”三部分。教师在使用本書时，可根据教学具体情况，灵活运用，不要受其限制。

由于編者水平有限，編写時間比較匆促，缺点和錯誤在所难免，希望教师們提出意見，以便再版时研究修改。

江苏省教育厅教材編輯室

1961年12月

目 录

第三章 整 式	1
第一单元 整式的加減法	1
第二单元 整式的乘法	6
第三单元 整式的除法	10
第四单元 乘法公式	14
第四章 多項式的因式分解	26

第三章 整 式

本章是在学生学习了代数式和有理数的基础上进行讲解的。整式在以后的学习中常常要被用到，因此它是各种代数式运算的基础，也是中学代数中最重要的基本知识之一。

本章主要内容，包括整式的加减法、整式的乘法、整式的除法和乘法公式四个单元。课本首先说明有关整式的一些概念、性质及同类项的合并，然后讲解整式的四则运算和乘法公式。

本章的教学时间，估计需要39课时，各单元所需的教学时间，大致分配如下：

第一单元	整式的加减法	10课时
第二单元	整式的乘法	8课时
第三单元	整式的除法	7课时
第四单元	乘法公式	10课时
复习		4课时

第一单元 整式的加减法

一、教材系统

本单元首先引入有理整式，说明单项式、多项式的意义，多项式的性质，同类项的概念，以及同类项合并的方法。接着把多项式用代数和的形式表示并合并同类项和根据有理数减法法则分别导出单项式的加法和减法的法则。然后就一个数加上或减去若干个数的和的性质讲解多项式的加法和减法法则。最后

在整式加減运算的基础上导出去括号的法則。

二、教学任务

1. 使学生理解有理式、整式、單項式、多項式、同類項等概念，并能正确而熟練地进行同類項合并。

2. 使学生掌握整式加減法法則，去括号、添括号的法則，并能熟練地进行整式的加減法运算。

三、教材的重点、关键

本单元的重点是多項式的加減法。因为在以后学习多項式的乘除法、分式的四則运算以及解方程等內容时，要經常用到多項式的加減法的运算，所以多項式的加減法是本单元的重点。

多項式的加減运算都是根据有理数加減法的运算定律和运算性質化为單項式加減法来运算的。能正确熟練地进行單項式加減法的运算，也就为学习多項式加減法运算作好准备，所以說單項式的加減法是本单元的关键。

課本在講解單項式、多項式的意义后，首先說明了多項式的性質，使学习同類項的合并、多項式按照某文字幂进行排列有理論的依据；接着說明同類項的意义，并根据加法的运算定律講解合并同類項的方法。

單項式的加法，就是将各个單項式用加号連接起来再写成代数和的形式把同類項加以合并，所以正确理解同類項的概念，識別同類項和掌握同類項合并的法則，是学好單項式加法运算的基础。

关于同類項的合并，要学生注意下列各点：

1. 合并同類項时，每一步驟都要有所依据。

例如： $4a - 3x + 2a + 8x + 3ax - 3x$

$$= 4a + 2a - 3x + 8x - 3x + 3ax \dots\dots\dots \text{交換律}$$

$$\begin{aligned}
 &= (1a+2a) + (-3x+8x-3x) + 3ax \cdots \cdots \text{結合律} \\
 &= (1+2)a + (-3+8-3)x + 3ax \cdots \cdots \text{分配律} \\
 &= 6a + 2x + 3ax。
 \end{aligned}$$

2. 合并同类項就是合并同类項的系数。

3. 系数为相反数的同类項，彼此可以抵消。例如：課本第42頁例3中的 $2a$ 与 $-2a$ ； $\frac{1}{2}c^2$ 与 $-\frac{1}{2}c^2$ 。

4. 多項式中只有同类項可以合并，非同类項就不可以合并。例如：

$$a + 2a + 3a = (1+2+3)a = 6a, \quad a^2b + ab^2 \neq 2a^2b。$$

單項式的減法是在有理数減法法則的基礎上講解的。在講解時，要联系學生已有的知識和技能，并指出改变減式符号和被減式相加時要注意符号的变化。

多項式的加減运算除了可用遞等式来表示，有时可用豎式进行运算。用豎式运算比較簡便。这些知識与技能在今后学习多項式的乘除法运算中也常用到，所以要求学生熟練掌握。

进行多項式的加減运算，要注意下列事項：

1. 先把各多項式按照某字母的升幂或降幂排列。
2. 使同类項上下对齐，如果有缺項，須留出适当的位置。
3. 自左而右順次进行运算。
4. 檢驗計算的結果。

要檢驗演算有无錯誤，首先可检查一下各式的排列是否正确，然后检查演算过程中有无錯誤。通常可用下面方法来分別檢驗加法和減法演算是否正确。

1. 加法：

1) 將多項式的位置交換，进行計算。如果結果相同，則演算是正确的。例如：

$$\begin{array}{r}
 7a^2 + 4ab - b^2 \\
 +) 3a^2 - 5ab + b^2 \\
 \hline
 10a^2 - ab
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3a^2 - 5ab + b^2 \\
 +) 7a^2 + 4ab - b^2 \\
 \hline
 10a^2 - ab
 \end{array}$$

2) 各式中的相同字母，以同一数值代入计算，进行检验。

例如上式中以 $a=2, b=3$ 代入， $7a^2+4ab-b^2=43$ ， $3a^2-5ab+b^2=-9$ ， $10a^2-ab=34$ ， $43+(-9)=34$ 。由此可知，演算结果正确。

2. 減法:

1) 用加法来检验。将减式与所得的差式相加进行计算，如果所得的和与被减式相同，则演算是正确的。例如：

$$\begin{array}{r}
 5a - 3b + 6c - 7d \\
 -) 3a - 8b + 3c - 2d \\
 \hline
 2a + 5b + 3c - 5d
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{檢驗 } 3a - 8b + 3c - 2d \\
 +) 2a + 5b + 3c - 5d \\
 \hline
 5a - 3b + 6c - 7d
 \end{array}$$

2) 用減法来检验。将被减式减去差式，如果所得的结果与减式相同，则演算是正确的。

$$\begin{array}{r}
 5a - 3b + 6c - 7d \\
 -) 2a + 5b + 3c - 5d \\
 \hline
 3a - 8b + 3c - 2d
 \end{array}$$

3) 各式中的相同字母，以同一数值代入计算，进行检验。

用竖式进行多项式的减法，也可先改变减式各项的符号，再和被减式相加。

代数式的恒等变形中，常常应用去括号与添括号的法则来改变运算顺序。课本根据多项式的加、减法规则，结合多项式加减运算的横式，导出了去括号的法则。

去括号的法则：

括号前的运算符号	法 则
+	去掉括号和它前面的“+”号,括号内各项的符号都不变。 如 $a+(b-c)=a+b-c$
-	去掉括号和它前面的“-”号,括号内各项的符号都要改变。 如 $a-(b-c)=a-b+c$

例如: 化簡

$$2a - \{4a - c + [3a - (4b - c) - (b + 3c)] + 6c\}.$$

1. 按去括号法则,由内而外逐步去括号:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2a - \{4a - c + [3a - 4b + c - b - 3c] + 6c\} \\ &= 2a - \{4a - c + [3a - 5b - 2c] + 6c\} \\ &= 2a - \{4a - c + 3a - 5b - 2c + 6c\} \\ &= 2a - \{7a - 5b + 3c\} \\ &= 2a - 7a + 5b - 3c \\ &= -5a + 5b - 3c. \end{aligned}$$

2. 按去括号法则,也可将括号(包括大、中、小括号)内各项看成一项,由外而内逐步去括号:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2a - 4a + c - [3a - (4b - c) - (b + 3c)] - 6c \\ &= -2a - 5c - 3a + (4b - c) + (b + 3c) \\ &= -5a - 5c + 4b - c + b + 3c \\ &= -5a + 5b - 3c. \end{aligned}$$

前一种去括号的方法比较习惯,因此,课本中只介绍了前一种去括号的方法。

在多项式的运算中,为了计算时的方便,往往将多项式中的若干项用括号括起来,有时要在括号前添上“+”或“-”号,这种方法叫做添括号。讲解去括号以后,可以补充添括号的法则。

添括号与去括号的性质相反。

按去括号法则 $a+(b-c)=a+b-c$ ；相反的，在多项式 $a+b-c$ 的后两项用括号括起来，并在括号前添上“+”号，即 $a+(b-c)$ ，

$$\therefore a+b-c=a+(b-c)。$$

同理，因为 $a-(-b+c)=a+b-c$ ，相反的，在多项式 $a+b-c$ 的后两项改变符号用括号括起来，并在括号前添上“-”号，即 $a-(-b+c)$ ，

$$\therefore a+b-c=a-(-b+c)。$$

因此可以得出添括号的法则

括号前添置的符号	法 则
+	括号内各项符号保持不变。
-	括号内各项符号都要改变。

添括号的法则和去括号的法则是一致的，彼此可以用来作为还原运算。

第二单元 整式的乘法

一、教材系统

本单元首先根据乘方的意义和乘法的运算定律，导出同底数的幂相乘的法则，在这个基础上，讲解单项式相乘的法则，然后说明幂的乘方和积的乘方法则，进而讲解单项式的乘方法则。其次根据乘法的分配律，讲解单项式与多项式相乘及多项式与单项式相乘的法则。最后讲解多项式乘以多项式的法则。

二、教学任务

1. 使学生理解并掌握有关指数的三个法则。
2. 使学生能熟练地进行整式的乘法运算。

三、教材的重点、关键

本单元的重点是多项式的乘法法则。

多项式的乘法法则，是以单项式的乘法为基础的，正确地掌握单项式的乘法法则是学好多项式乘法的前提，所以说单项式的乘法法则是本单元的关键。

课本首先讲解了同底数幂相乘的法则，这样也就为下面讲解单项式中含有相同字母的幂的相乘运算作好准备。然后根据这个指数法则以及乘法交换律和结合律导出单项式的乘法法则。

关于单项式的乘法，要学生注意下列各点：

1. 将系数相乘的积作积的系数，有理数相乘时，要注意符号。
2. 正确地应用同底数幂相乘的法则。
3. 只在一个单项式里含有的字母，连同它的指数写在积中。
4. 单项式相乘时，要明确每一步骤的依据。

例如：求单项式 $3a^3b^2c \cdot (-2ab^2)$ 的积。

$$\begin{aligned} & 3a^3b^2c \cdot (-2ab^2) \\ &= 3a^3b^2c \cdot (-2)a \cdot b^2 \\ &= 3(-2)a^3 \cdot a \cdot b^2 \cdot b^2 \cdot c \cdots \cdots \cdots \text{乘法交换律} \\ &= [3(-2)](a^3 \cdot a)(b^2 \cdot b^2) \cdot c \cdots \cdots \cdots \text{乘法结合律} \\ &= -6a^4 \cdot b^4 \cdot c \cdots \cdots \cdots \text{指数法则} \end{aligned}$$

单项式的乘方，是单项式乘法的特殊情形。课本在讲解了单项式的乘法以后，接着讲解了幂的乘方与积的乘方的法则。这

样,不仅扩展了指数法则,也为讲解单项式的乘方做好准备。

讲解乘法的三个指数法则时,要把下列几点向学生交代清楚:

1. 在 $x^3 \cdot x^2 \cdot x = x^{3+2+1} = x^6$ 中, x 一次方中的指数 1, 在原式中可以省略不写,但在指数相加时,不能忘记把 1 加在里面。

2. $a^3 \cdot a^2$ 与 $(a^3)^2$ 不能混淆。指出同底数幂相乘的结果是指数“相加”的关系;幂的乘方的结果是指数“相乘”的关系。

3. 讲解 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 时,要强调两方面,运算中是同底的幂相乘,结果要把指数相加。如果忽视了一方面,就有可能产生象下面的错误: $2^5 \cdot 3^2 = 6^{5+2} = 6^7$; $3^2 \cdot 3^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8$ 。

4. 在 $a^3 + a^3 = 2a^3$ 中,就运算关系来说, a^3 与 a^3 是同底数的幂相加,不是相乘;就性质来说, a^3 与 a^3 是同类项,合并后等于 $2a^3$,不能误认为 $a^3 + a^3 = a^{3+3} = a^6$ 。

单项式的乘方是可以用品项式的乘法来做,但计算时不如应用单项式乘方的法则简便。讲解时,可用对照的方法来说明,以加深学生对单项式乘方法则的领会。此外,讲解单项式的乘方时,要讲清楚括号里面和括号外面负号的不同含义。

例如: $-(-0.2x^2y^4)^2 = -(-0.2)(x^2)^2(y^4)^2 = -0.04x^4y^8$;

$(-0.2x^2y^4)^2 = (-1)(0.2x^2y^4)^2 = 0.04x^4y^8$;

$[-(0.2x^2y^4)]^2 = (0.2x^2y^4)^2 = 0.04x^4y^8$ 。

多项式与单项式相乘以及多项式乘以多项式的法则,都是以乘法的分配律和单项式的乘法为基础的。讲解多项式与单项式相乘时,要注意正确确定积中各项的符号,积中如有同类项必须合并化简。讲解多项式乘以多项式,例如 $(a+b)(m+n)$, 可以先把 $(a+b)$ 看成一个数,然后应用乘法分配律进行运算,进而导出多项式乘以多项式的法则。

例如: 设 $a+b=x$, 那末

$$(a+b)(m+n)$$

$$\begin{aligned}
 &= x(m+n) \\
 &= mx + nx \\
 &= m(a+b) + n(a+b) \\
 &= am + bm + an + bn。
 \end{aligned}$$

項數較多的多項式相乘用橫式計算，在合併積中的同類項時，往往是比較困難的，而且容易發生錯誤，如果採用豎式計算就比較方便。

用豎式做多項式的乘法是在用橫式運算乘法的基礎上進行的。例如：

$$\begin{aligned}
 &(-x^3 + 7x^2 + 3x - 5)(-8x^2 + x + 2) \\
 &= (-x^3 + 7x^2 + 3x - 5)(-8x^2) + (-x^3 + 7x^2 + 3x - 5) \cdot x + (-x^3 + 7x^2 + 3x - 5) \cdot 2 \\
 &= (8x^5 - 56x^4 - 24x^3 + 40x^2) + (-x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 5x) \\
 &\quad + (-2x^3 + 14x^2 + 6x - 10);
 \end{aligned}$$

要化簡這個式子可以用下面形式：

$8x^5$	$-56x^4$	$-24x^3$	$+40x^2$			
	$-x^4$	$+7x^3$	$+3x^2$	$-5x$		
		$-2x^3$	$+14x^2$	$+6x$	-10	
$8x^5$	$-57x^4$	$+19x^3$	$+57x^2$	$+x$	-10	

這樣把積中的同類項上下對齊，加以合併，就變成用豎式進行的多項式乘法。

用豎式進行多項式的乘法，要學生注意下列兩種情況：

1. 多項式按升冪或者降冪排列有缺項時，要空出適當的位置，這樣才便於在運算過程中把同類項寫對齊。

例如：

$$\begin{array}{r}
 3x^3 + 2x^2 \quad -5 \\
 2x + 3 \\
 \hline
 6x^4 + 4x^3 \quad -10x \\
 \quad 9x^3 + 6x^2 \quad -15 \\
 \hline
 6x^4 + 13x^3 + 6x^2 - 10x - 15
 \end{array}$$

2. 多項式相乘時，將項數較多的多項式作被乘式，可使運算簡便。

第三單元 整式的除法

一、教材系統

本單元的內容是在學生已經學過整式的加減法和乘法法則的基礎上提出的。課本首先根據乘方的意義，導出同底數冪相除的法則，這樣就為講單項式中含有相同字母的冪的相除運算作好準備。然後根據有理數的除法法則和乘除互為逆運算的關係講解單項式相除的法則。最後講解多項式除以單項式的法則與多項式相除的法則。

二、教學任務

1. 使學生理解同底數冪相除的法則。
2. 使學生理解整式除法的法則，並能熟練地進行整式除法的運算。

三、教材的重點、關鍵

本單元的重點是多項式的除法法則。

整式的除法與整式乘法、減法有密切的聯繫，而正確掌握

單項式的除法法則是學好多項式除法的基础，所以單項式的除法法則是本單元的關鍵。

关于單項式的除法，要學生注意下列各點：

1. 將系数相除的商作商的系数，注意有理数相除的符号法則。
2. 正确地应用同底数幂相除的指数法則。
3. 被除式中独有的因式仍写在商式里。

关于同底数幂相除的法則，这里只是就正整指数的范围来研究的，因此，不仅要明确 $a^m \div a^n$ 时，必須 $a \neq 0$ ，而且只有在 $m > n$ 时， $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 才成立，如果 $m = n$ ，則 $a^m \div a^n = 1$ 。

多項式除以單項式的法則，是根据若干个数的和除以一个数的有理数除法的性質和單項式的除法法則導出的。要學好多項式除以單項式的法則，必須先學好單項式的除法。

多項式除以多項式的方法和算術里多位数除以多位数的方法相类似。

例如：

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 2 \\ x-1 \overline{) x^3 - 2x^2 + 3x - 2} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -x^2 + 3x - 2 \dots\dots\dots \text{第一余式} \\ \underline{-x^2 + x} \\ 2x - 2 \dots\dots\dots \text{第二余式} \\ \underline{2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

多項式相除的方法：

1. 將被除式、除式都按照某一字母的降幂排列，被除式写在

右边。

2. 用除式的第一項除被除式的第一項，得商式的第一項，寫在被除式第一項的上方。

3. 用商的第一項去乘除式，把積寫在被除式的下面，同類項上下對齊，和被除式相減，得第一余式。

4. 將所得余式當作新的被除式，繼續去除，直到最后的余式是零為止（不能整除時，除到余式的最高項次數低於除式最高項次數時為止）。

多項式相除，如果被除式有缺項時，要空出適當的位置，這樣才便于把同類項寫對齊。

例如： $(x^4 - a^4) \div (x - a)$ 。

$$\begin{array}{r} x^3 + ax^2 + a^2x + a^3 \\ x - a \overline{) x^4 - a^4} \\ \underline{x^4 - ax^3} \\ ax^3 \\ \underline{ ax^3 - a^2x^2} \\ a^2x^2 \\ \underline{ a^2x^2 - a^3x} \\ a^3x - a^4 \\ \underline{ a^3x - a^4} \\ 0 \end{array}$$

多項式除以多項式，有的能整除，有的不能整除。課本着重研究能整除的情形。在整除的情形下按降冪排列和按升冪排列所得的商式完全一樣。但在不能整除的時候，按降冪排列和按升冪排列所得的商式和余式是不一樣的，因為按升冪排列相除

时，余式逐次增高，商式可以无限制的求下去，因此多项式除以多项式不论能整除或不能整除，习惯上采用降幂排列进行计算。

例如： $(2x^2+x+2) \div (x+1)$ 。

1. 用降幂排列计算：

$$\begin{array}{r}
 2x-1 \dots\dots\dots \text{商式} \\
 x+1 \overline{) 2x^2+x+2} \\
 \underline{2x^2+2x} \\
 -x+2 \\
 \underline{-x-1} \\
 3 \dots\dots\dots \text{余式}
 \end{array}$$

2. 用升幂排列计算：

$$\begin{array}{r}
 2-x+3x^2-3x^3 \dots\dots\dots \text{商式} \\
 1+x \overline{) 2+x+2x^2} \\
 \underline{2+2x} \\
 -x+2x^2 \\
 \underline{-x-x^2} \\
 3x^2 \\
 \underline{3x^2+3x^3} \\
 -3x^3 \\
 \underline{-3x^3-3x^4} \\
 3x^4 \dots\dots\dots \text{余式}
 \end{array}$$

第四单元 乘法公式

一、教材系統

本单元是建立在多項式乘法的基础上的。課本首先講解了二数的和与差的积的公式，二項式的平方公式；然后講解了二項式的立方公式。此外，在习题部分介绍了二数和(或差)与这二数差(或和)的不完全平方的积的公式，并应用乘法公式求某些数的近似值。

二、教学任务

使学生牢固地掌握二数的和与差的积的公式、二項式的平方公式、立方公式及二数和(或差)与这二数差(或和)的不完全平方的积的公式，并能熟练地运用公式进行计算。

三、教材的重点、关键

乘法公式是多項式乘法的几种特殊形式。应用乘法公式，不仅能使某些乘法运算简便，并为以后学习多項式的因式分解、分式的运算作好准备。課本把乘法公式作为独立的单元来进行讲授，这说明乘法公式是很重要的。各个乘法公式有其独特的性质，在综合运用各公式时有内在的联系。

可以结合图形，说明二数的和与差的积的公式的意义。

1. 由图可以看出 $(m+p)$ 的面积为 $(a+b)(a-b)$;

2. n 的面积为 $(a-b)b$, p 的面积也是 $(a-b)b$, 即

