

结构动力学

刘章军 陈建兵 编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

结构动力学

刘章军 陈建兵 编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书系统、全面地论述了结构动力学的基本知识和基础理论。全书共分4大篇，其中前3篇是确定性结构动力学的内容，包括单自由度系统、多自由度系统和连续弹性系统的运动方程、自由振动分析、强迫振动反应分析以及动力反应的数值计算和近似解法，第4篇论述随机动力学的经典理论及其最新研究成果——概率密度演化理论。

本书主要内容取之于国内外有关结构动力学和随机动力学方面的优秀著作和最新成果。书中既对经典内容进行严谨详尽的论述，且尽可能结合工程应用，又力图反映近代分析方法和现代数值计算在结构动力学中的发展，并适当切入本领域的研究前沿。

本书可作为土木工程、机械工程、水利工程、船舶与海洋工程、航天航空工程以及工程力学等高年级大学生和研究生教材，也可供相关专业的教师、研究人员和工程技术人员参考使用。

图书在版编目（C I P）数据

结构动力学 / 刘章军，陈建兵编著. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2012.1
ISBN 978-7-5084-9331-2

I. ①结… II. ①刘… ②陈… III. ①结构动力学
IV. ①0342

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第016957号

书 名	结构动力学
作 者	刘章军 陈建兵 编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.watertpub.com.cn E-mail: sales@watertpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部) 北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京纪元彩艺印刷有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 29.5印张 736千字
版 次	2012年1月第1版 2012年1月第1次印刷
印 数	0001—3000册
定 价	58.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

序

工程结构在服役期间可能承受各种各样的动力作用，如何正确分析与预测工程结构在动力作用下的响应，是结构动力学所要研究的主要问题。无论是常规的动力作用（如机械设备对房屋结构的作用）、还是灾害性的动力作用（如强烈地震、强风、爆炸与冲击等），结构在动力作用下的响应特征都迥异于其在静力作用下的反应特征。结构固有周期、惯性力、共振响应、阻尼……，这一系列新概念，构成了结构动力学区别于结构静力学的标志与特色。

尽管其基本原理可以上溯到 17 世纪的牛顿力学和 18 世纪的拉格朗日分析力学，但现代意义上的结构动力学基本体系，仅大体形成于 20 世纪 30 年代中期。单自由度—多自由度—连续体系的阐述框架，使结构动力学有了一个线索清晰、体系完备的理论框架。20 世纪 50 年代以来，由于矩阵理论的应用和计算机技术的发展，使得应用结构动力学解决复杂结构工程分析与设计问题的能力大大增强。与之相适应，一批经典著作（如 Clough 与 Penzien 的 “Dynamics of Structures”）相继问世。一代又一代学人，在教学、研究与实践中，不断地丰富着结构动力学的内容与细节，也不断地探索着如何传承这一知识体系的道路。我要向读者推荐的这本结构动力学教程，就可以视为这一历程中的一束新花。

在这本教程中，两位作者向读者展示了他们在结构动力学研究、教学过程中所形成的基本认识。这一认识，承继了结构动力学在过去 80 余年里不断凝聚起来的学术成果，也溶入了作者的体会与新知。作为他们曾经的导师，我有幸较早通读了这本书的主要章节，感到这既是一本适合于结构动力学研究生教学的主要参考书，也是一本适合于大学高年级学生、研究生和工程师自学的结构动力学教材。尤其是在本书的前 14 章，作者细心选用了大量例题，为读者通过自学和自我训练掌握结构动力学基本原理提供了很好基础。同时，这本书精心构思的章节编排也为教学和自学提供了不少方便。尽管本书的语言风格不尽统一，但两位作者各具特色的论述性展开使本书概念清晰、循序渐进、细节深入、体系完备。

值得一提的是，在这本书中，还比较深入地阐述了随机结构动力学的基本

内容，其中若干章节，还写入了我们近年来的一些最新学术探索（如概率密度演化分析等）。虽然作为一种基础理论教材，引入这些内容为时稍早，但如果因读者的批判式学习而使这些内容得以发展，也不啻于一种“教学相长”的新的尝试了。

为学要义，在于“慎思、明辨、笃行”。在学习中提出问题，在学习中训练思维，其中关键，在于不惜工夫的技术性训练。对于结构动力学的学习，尤其如此。尽管可以用计算机解决大多数结构动力学问题，但如果没有一道题、一道题的反复品位过程，相信很难把握结构动力学的精妙之处。因此，我建议每一位有志于应用结构动力学基本原理解决实际工程问题的读者，至少在您第一次学习这门课程的时候，下一些刻苦的功夫，把这本书中的每一道例题与习题都自己动手做出来。如果您能对其中若干问题加以反思，构造出新的例题或问题，相信您会有一份“结构有灵”的奇妙体验。请君一试。

是为序。

李杰
于同济园

2011年秋月

前言

结构动力学是一门工程背景很强的专业技术基础课程，也是相关工科研究生阶段学习的一门重要学位课程。长期以来，国内土木工程专业结构动力学研究生教材主要是沿用国外经典教材的中文版。尽管国内学者也编写了数量不少的结构动力学教材，但这些教材大多结合自身专业特点编写，通用性不强，或有些国内教材虽通用性较好，但因编写年代较久，也需要根据学科的发展吸收和补充新的理论和方法。为此，我们根据多年的学习、教学和科研实践，参考吸收国内外有关结构动力学和振动力学经典教材的适当内容，结合随机动力学方面的最新研究成果，新编了这部结构动力学教程。

在这本教程中，我们希望既注重基础性训练，又适当地顾及结构动力学的某些前沿进展。同时，我们尽可能注重物理直观和物理意义的考量、而不是看似严密实则繁缛的数学推导。当然，这不是放弃数学严格性的借口。事实上，在很多情况下，数学上的严格化处理为深入理解问题提供了新的洞见。例如，概率论的测度论公理化体系即是如此。有鉴于此，我们在适当的地方也引入了一些较通常的工科教材更为深入的论述。

在传统上，结构动力学教材主要限于确定性结构动力响应分析方法，而随机动力学（随机振动与随机结构分析）则另起炉灶，而且尚未得到足够的重视。在国际范围内，现在人们日益认识到，如果研究生不建立关于确定性结构动力学与随机结构动力学的统一体系与观点，则将难以开展现代科学认识水平基础上的研究工作，也不能胜任当前技术实践的需求。从这一观点看，Clough 和 Penzien 在其经典著作中的体系安排是具有远见卓识的。基于这一认识，我们尝试将经典结构动力学与随机结构动力学纳入统一的体系中。

全书共 19 章，分为 4 大篇，其中第 0 章介绍结构动力学概述与经典动力学基础。4 大篇的主要内容如下：

第 1 篇为单自由度系统，包括第 1 章至第 4 章。第 1 章论述了单自由度系统的力学模型和数学模型，包括刚体集合和具有分布柔性的广义单自由度系统。第 2 章是无阻尼单自由度系统与黏滞阻尼单自由度系统的自由振动分析。第 3

章论述了简谐激励、周期激励、冲击激励以及一般动力激励下单自由度系统的强迫振动反应分析。第4章是单自由度系统动力反应的数值计算，讨论了基于激励函数的插值方法、中心差分法以及积分法。

第2篇为多自由度系统，包括第5章至第9章。第5章论述了应用各种动力学原理和方法来建立多自由度系统的数学模型。第6章介绍了多自由度系统自由振动的动力特性，即固有振型和频率的计算方法及其性质。第7章是多自由度系统的强迫振动反应分析，包括经典阻尼系统的振型叠加法和非经典阻尼系统的状态空间法。第8章提供了计算多自由度系统振动特性的数值方法，包括Rayleigh法、Rayleigh-Ritz法、向量迭代法以及子空间迭代法。第9章是多自由度系统动力反应的数值计算。

第3篇为连续弹性系统，包括第10章至第13章。第10章是连续系统的数学模型，包括直杆的轴向振动方程、扭转振动方程、伯努利—欧拉梁的横向振动方程和Timoshenko梁的振动方程。第11章是连续系统的自由振动分析及其变分形式。第12章是连续系统的强迫振动反应分析，论述了杆的轴向强迫振动、梁的横向强迫振动以及多构件系统的动力反应分析。第13章论述了连续系统的离散化及近似解法，包括假设振型法、Rayleigh-Ritz法和Galerkin法、传递矩阵法和有限单元法。

第4篇为随机动力学，包括第14章至第18章。前三篇的内容属于确定性结构动力学问题，本篇的内容则包含随机动力系统的一般课题。第14章是概率论与随机过程基础。第15章是经典的随机振动分析，主要论述随机振动的时域分析方法和频域分析方法，以及经典的随机微分方程与FPK方程。第16章是随机结构分析，主要论述随机结构分析的随机模拟方法、随机摄动方法和正交多项式展开理论。第17章是概率密度演化方程及其数值求解，论述了概率守恒原理的随机事件描述和状态空间描述，推导了一般随机动力系统的广义概率密度演化方程，介绍了广义概率密度演化方程的数值求解方法，包括有限差分方法和代表点选取方法。第18章是结构动力可靠度分析，介绍了基于跨越过程的首次超越破坏可靠度分析方法，论述了基于概率密度演化理论的首次超越破坏动力可靠度分析方法，包括吸收边界条件和等价极值分布两种方法。

在本书的写作中，参考汲取了国内外有关结构动力学和振动力学方面经典教材的适当内容。特别地，编者对《Dynamics of Structures》(R. W. Clough和J. Penzien著)、《Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering》(Anil K. Chopra著)、《Structural Dynamics: An Introduction to Computer Methods》(Roy R. Craig Jr著)以及《振动力学》(倪振华编著)等经典教材的作者们表示感谢！

同时，作者要特别感谢我们的博士生导师、教育部首批长江学者、同济大学特聘教授李杰先生在本书写作过程中一直给予的指导和帮助。先生仔细批阅书稿全部内容并提出许多宝贵的意见和建议，并为本书的出版欣然作序。特别要说明的是，书中介绍的概率密度演化理论直接来源于李杰教授和本书第二作者的研究成果《Stochastic Dynamics of Structures》，该成果得益于国家杰出青年科学基金项目（59825105）、国家自然科学基金创新研究群体项目（50321803 和 50621062）、国家自然科学基金重大研究计划项目（90715033）以及国家自然科学基金项目（10402030, 10872148, 50808113）等资助下完成的，在此一并表示感谢。此外，作者要感谢研究生雷耀龙、方兴、徐军、袁淑蓉、张圣涵和刘文峰等同学为本书部分内容的录入、绘图及校对工作所付出的辛勤劳动！同时，作者还要感谢三峡大学和同济大学对本书出版给予的大力资助与支持。

本书由刘章军和陈建兵共同编写、修订及定稿，刘章军负责编写确定性结构动力学部分（第 0 章至第 13 章），陈建兵负责编写随机动力学部分（第 14 章至第 18 章），最后由刘章军统稿。

希望本教程的出版能够帮助读者较好地学习和掌握结构动力学的基本理论和分析方法，为后续的深入科学的研究和工程应用奠定基础。由于作者水平所限，书中难免有疏漏不当之处，恳请广大读者和同行专家批评指正。

作 者

2011 年 12 月

目 录

序

前言

第 0 章 结构动力学概述与基础知识	1
0.1 结构动力学概述	1
0.2 经典动力学基础	4
习题	24
参考文献	25

第 1 篇 单自由度系统

第 1 章 单自由度系统的运动方程	29
1.1 单自由度系统的力学模型	29
1.2 单自由度系统的运动方程	31
1.3 广义单自由度系统的力学模型	37
1.4 广义单自由度系统的运动方程	38
习题	45
参考文献	48

第 2 章 单自由度系统的自由振动分析	49
2.1 运动方程的解	49
2.2 无阻尼自由振动分析	50
2.3 黏滞阻尼自由振动分析	56
2.4 应用 Rayleigh 法求固有振动频率	58
2.5 利用试验确定单自由度系统的阻尼比	64
习题	66
参考文献	67

第 3 章 单自由度系统的强迫振动反应分析	69
3.1 简谐激励的反应分析	69
3.2 周期激励的反应分析	87
3.3 冲击激励的反应分析	91
3.4 一般动力激励的反应分析	100

习题	106
参考文献	109
第4章 单自由度系统动力反应的数值计算	110
4.1 基本概念	110
4.2 激励函数的插值法	111
4.3 中心差分法	113
4.4 积分法	116
4.5 非线性单自由度系统的动力反应分析	121
习题	126
参考文献	127

第2篇 多自由度系统

第5章 多自由度系统的运动方程	131
5.1 牛顿定律或达朗贝尔原理的应用	131
5.2 哈密顿原理或拉格朗日方程的应用	134
5.3 影响系数法的应用	142
5.4 运动方程的静力凝聚	149
5.5 运动方程的耦合问题	151
习题	153
参考文献	156
第6章 多自由度系统的自由振动分析	157
6.1 固有频率和振型	157
6.2 振型的基本特性	166
6.3 自由振动的反应分析	174
习题	178
参考文献	180
第7章 多自由度系统的强迫振动反应分析	181
7.1 无阻尼系统的强迫振动反应分析	181
7.2 经典阻尼矩阵的建立	185
7.3 经典阻尼系统的强迫振动反应分析	193
7.4 非经典阻尼系统的强迫振动反应分析	199
7.5 振型反应贡献与截断	202
习题	209
参考文献	210
第8章 多自由度系统振动特性的数值计算	211
8.1 特征值问题的求解方法	211
8.2 Rayleigh 法	212

8.3 Rayleigh – Ritz 法	217
8.4 向量迭代法	222
8.5 子空间迭代法	229
习题	232
参考文献	233
第 9 章 多自由度系统动力反应的数值计算	234
9.1 中心差分法	234
9.2 Newmark – β 法	235
9.3 Wilson – θ 法	236
9.4 广义 α 法	238
9.5 精细积分法	239
9.6 各种算法的稳定性和精度	241
附录	247
习题	250
参考文献	250

第 3 篇 连 续 弹 性 系 统

第 10 章 连续系统的运动方程	253
10.1 直杆的轴向振动方程	253
10.2 直杆的扭转振动方程	255
10.3 直梁的横向振动方程	257
10.4 Timoshenko 梁的振动方程	262
习题	266
参考文献	267
第 11 章 连续系统的自由振动分析	268
11.1 杆的轴向自由振动分析	268
11.2 梁的横向自由振动分析	273
11.3 Timoshenko 梁的横向自由振动分析	277
11.4 振型的基本特性	280
11.5 自由振动的变分形式	281
习题	287
参考文献	288
第 12 章 连续系统的强迫振动反应分析	289
12.1 杆的轴向强迫振动反应分析	289
12.2 梁的横向强迫振动反应分析	294
12.3 多构件系统的动力反应分析	301
习题	306
参考文献	307

第 13 章 连续系统的离散化及近似解法	308
13.1 离散化方法概述	308
13.2 假设振型法	311
13.3 基于变分原理的直接解法	314
13.4 传递矩阵法	320
13.5 有限单元法	323
习题	332
参考文献	334

第 4 篇 随机动力学

第 14 章 概率论与随机过程基础	337
14.1 概率与随机变量	337
14.2 随机过程基础	354
进一步阅读文献	360
第 15 章 随机振动	361
15.1 随机振动的时域分析方法——相关分析	361
15.2 随机振动的频域分析方法——谱分析	365
15.3 非平稳随机振动的演变谱分析	370
15.4 随机微分方程与 Fokker - Planck - Kolmogorov 方程	373
进一步阅读文献	380
第 16 章 随机结构分析	381
16.1 随机结构分析问题的提法	381
16.2 随机模拟方法	384
16.3 随机摄动方法	391
16.4 正交多项式展开理论	395
进一步阅读文献	401
第 17 章 概率密度演化方程及其数值求解	402
17.1 概率守恒原理	402
17.2 概率密度演化方程	404
17.3 概率密度演化方程的数值求解（Ⅰ）：有限差分法	406
17.4 概率密度演化方程的数值求解（Ⅱ）：代表点选取方法	413
17.5 结构非线性随机反应的概率密度演化分析	417
进一步阅读文献	421
第 18 章 结构动力可靠度分析	422
18.1 结构动力可靠度分析问题的提法	422
18.2 基于跨越过程的首次超越破坏可靠度分析方法	423

18.3 基于概率密度演化理论的首次超越破坏可靠度分析方法	430
进一步阅读文献	436
附录 A 常用随机变量的概率分布	437
附录 B Fourier 级数、Fourier 变换与正交函数展开	443
附录 C 常用正交多项式	447
附录 D Dirac 函数	452

第0章 结构动力学概述与基础知识

作为本书开始的这一章，将简要阐述结构动力学研究的主要目的及基本内容，动力问题的基本特性，以及结构动力分析的力学模型和数学模型，以便帮助读者打开结构动力学这个具有魅力学科的大门。同时，还将较详细地阐述经典动力学的基本原理，为后续相关章节中数学模型的建立提供基础。

本章将要论述的主要内容：

- 概述结构动力学研究的基本内容，两类不同性质的研究方法和动力学研究的三个阶段；概述动力问题的基本特性，动力特性和加速度引起的惯性力；概述结构动力分析中的力学模型和数学模型；概述本书的主要内容，确定性结构动力学和随机动力学。
- 概述经典动力学基础，约束、自由度和广义坐标，虚位移、虚功和广义力，虚功原理和达朗贝尔原理，功和能，拉格朗日方程，哈密顿原理。

0.1 结构动力学概述

0.1.1 结构动力学研究的基本内容

复杂结构，如高层建筑、大跨桥梁、输电线塔、核电站、输油管道、大坝、海洋钻井平台、舰艇、高速列车、飞机等，它们在设计使用期内可能会遇到各种动力作用，如地震、爆炸等，有些结构本身就会承受各种动力作用，如风荷载、海浪、气流等动力环境荷载。为了确保这些重要结构的安全性和可靠性，在结构设计时必须进行大量的结构动力学分析和试验，以便确定结构对动力作用的反应。

计算动力作用下的结构反应，有两类性质不同的方法：确定性分析方法和随机分析方法。如果作用随时间的变化规律是完全已知的，这类作用就称为确定性的动力作用；任何指定的结构在确定性动力作用下的反应分析定义为确定性动力分析。如果作用随时间的变化规律不是完全已知的，但可以从统计方面加以描述，则称这类作用为随机动力作用，与其对应的反应分析称为随机振动分析。另一方面，可将主要考虑结构系统参数随机性的反应分析称为随机结构分析，这两类随机分析统称为随机动力系统分析。本书的前3篇论述确定性动力分析方法，而第4篇则论述随机动力系统的分析方法。

图0-1是结构动力学研究的典型流程图，它分为三个主要阶段：设计阶段、分析阶段和试验阶段。通常，动力学研究只需要包括其中的一个或两个主要阶段。例如，水利工程师要完成水坝的动力分析，并通过水坝模型动力试验进行验证，根据分析与试验的成果可以制定出在规定的地震激励下不产生破坏、确保大坝安全的最大水深标准；汽车工程师要完成大量的分析和试验，来确定新设计汽车的动力性能。这样，分析与试验的结果可以用来检验结

构设计的合理性，从而不断地提高结构设计的质量和经济性。本书将主要论述动力学研究中的分析阶段。

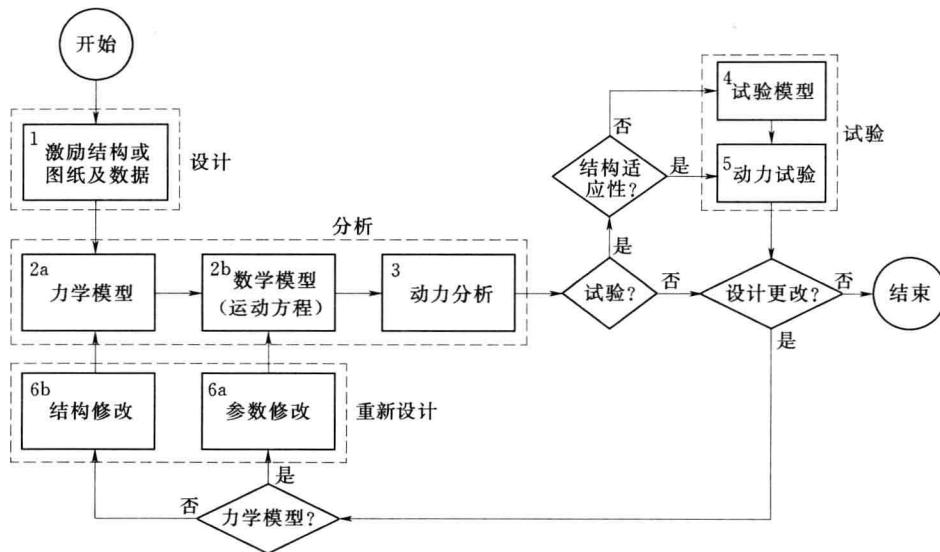


图 0-1 结构动力学研究的流程图

0.1.2 动力问题的基本特性

结构动力问题有两个重要的方面不同于静力问题。第一是动力问题具有随时间变化的性质。由于激励和反应随时间变化，动力问题不像静力问题那样具有单一的解答，而必须建立相应于反应过程所有感兴趣时间内的解答。因此，动力问题的分析要比静力分析更加复杂，求解更加耗时。第二个更为重要的特性是加速度所起的作用。如图 0-2 (a) 所示的悬臂梁受一静荷载 P 作用，则梁的弯矩、剪力和挠度可以直接由给定荷载 P 计算得到。如果荷载是动力的，如图 0-2 (b) 所示，那么梁所产生的位移将与加速度有关，而这些加速度又引起与其反向的分布惯性力。于是，梁的弯矩和剪力不仅要与外荷载平衡，而且还要与梁的加速度引起的分布惯性力平衡。

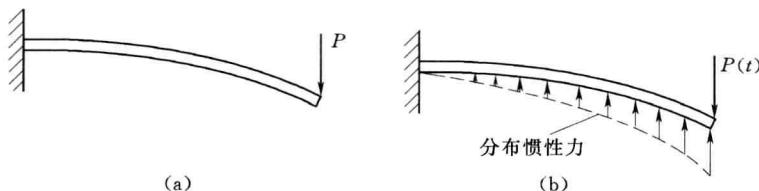


图 0-2 静力问题与动力问题的基本区别

(a) 静荷载；(b) 动力荷载

这种抵抗结构加速度的惯性力，是结构动力学问题区别于静力问题的重要特征。通常，如果惯性力是结构内部弹性力所平衡的全部外荷载的一个重要部分，则在分析时必须考虑问题的动力特性。只有在结构运动缓慢、惯性力非常小时，才可用结构静力分析方法来求解。

0.1.3 结构动力分析

在结构动力学的分析阶段，首先需要建立结构的力学模型和数学模型，这一过程在图0-1中由2a和2b两个流程来说明。在2a流程中，必须设计一个结构的理想化模型，使之能反映实际结构的主要特征和性能，并能在数学上进行分析。这样，建立的力学模型应包括：①通过一系列假设将实际结构简化成理想化模型；②用计算简图来描述模型；③规定模型的参数，包括几何和物理力学参数。对于同一个结构，可以有不同的力学模型。

结构动力学的力学模型可分为两种基本类型：连续模型和离散参数模型。如图0-3(a)所示为悬臂梁的连续模型。为了描述结构全部运动质量位置所需独立坐标的数目称为结构的自由度(DOF)数。一个连续模型需要用无限个自由度来表示，而离散参数模型的自由度数是有限的，例如图0-3(b)与图0-3(c)分别具有一个自由度和三个自由度。这里，所表示的离散参数模型也称集中质量模型，因为系统的质量假定是用少数点的质量或质点来表示的。

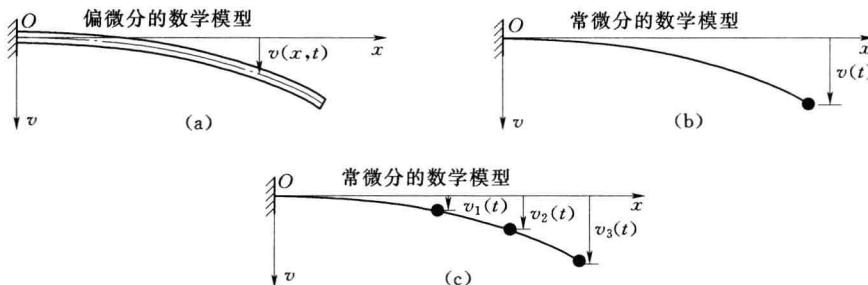


图0-3 悬臂梁的连续模型和离散参数模型

- (a) 具有无限自由度的连续模型；
- (b) 具有一个自由度的离散参数模型；
- (c) 具有三个自由度的离散参数模型

在力学模型的基础上，应用动力学原理和变形体力学的研究方法，可以建立结构的运动微分方程，即所谓的数学模型。对于离散参数的力学模型，可以直接应用牛顿第二定律（或达朗贝尔原理）、虚功原理、拉格朗日方程以及哈密顿原理等动力学原理来获得离散系统的数学模型，它是一组常微分方程。对于连续的力学模型，需要应用变形体力学的研究方法（即应力—应变关系，应变—位移关系）和动力学原理，并将它们结合起来导出描述连续结构系统运动的偏微分方程。

实际上，建立力学模型和数学模型的整个过程称为数学建模，它的任务是简化结构系统与提供有关尺寸、材料、荷载以及边界条件等输入数据。建立数学模型之后，即可进行结构的动力分析。在结构动力分析中，有两种主要的类型：一种是自由振动，可以用来求解结构的动力特性；另一种是强迫振动，用来确定结构对动力荷载的反应。

结构动力学研究的分析阶段是由以上三个流程组成：确定力学模型，建立数学模型和求解动力反应。在实际的动力学研究中，这三个流程常常都是需要的。本书主要论述动力学研究中分析阶段的第二和第三个流程。

0.1.4 本书的主要内容

本书共分4篇。第1篇为单自由度系统，包括第1章至第4章的内容。第1章论述单自由度系统的力学模型和数学模型，包括广义单自由度系统中的刚体集合和具有分布柔性的系

统。第 2 章是无阻尼单自由度系统与黏滞阻尼单自由度系统的自由振动分析。第 3 章是单自由度系统的强迫振动反应分析，包括：简谐激励、周期激励、冲击激励以及一般动力激励；讨论微分方程的求解方法：时域方法（Duhamel 积分法）和频域方法（Fourier 变换法）。第 4 章是单自由度系统动力反应的数值计算，讨论三种类型的时间逐步法：激励函数的插值方法、中心差分法以及积分法。之所以较详细地讨论单自由度系统，原因有二：一是许多实际结构的动力反应可以用一个坐标近似表示，这种情况可直接处理为单自由度系统；二是复杂结构的线性反应可以表示为一系列单自由度系统反应的叠加。因此，单自由度系统的分析方法提供了绝大多数确定性结构动力分析的基础。

第 2 篇为多自由度系统，包括第 5 章至第 9 章的内容。第 5 章较详细地论述了应用各种动力学原理和方法来建立多自由度系统的数学模型。第 6 章介绍多自由度系统自由振动的动力特性，即固有振型和频率的计算方法及其性质。第 7 章是多自由度系统的强迫振动反应分析，讨论系统在任意给定动力荷载作用下动力反应分析的两种一般方法：经典阻尼系统的振型叠加法和非经典阻尼系统的状态空间法。第 8 章提供计算多自由度系统振动特性的数值方法，包括 Rayleigh 法、Rayleigh-Ritz 法、向量迭代法以及子空间迭代法，这些方法是许多实际振动问题或者特征值问题求解方法的基础。第 9 章是多自由度系统动力反应的数值计算，除了第 4 章已介绍的计算方法外，还介绍动力反应计算的精细积分法。

第 3 篇为连续弹性系统，包括第 10 章至第 13 章的内容。这种系统具有无限个自由度，它们的运动方程是用偏微分方程表示的。第 10 章介绍连续系统的数学模型，建立直杆的轴向振动方程、扭转振动方程，以及伯努利—欧拉梁的横向振动方程和 Timoshenko 梁的振动方程。第 11 章介绍连续系统的自由振动特性，讨论梁的横向自由振动，包括轴向力、剪切变形与转动惯量的影响，推导梁横向自由振动的变分形式及振型的正交性，以及求解复杂边界条件下的固有频率和振型。第 12 章介绍连续系统的强迫振动反应分析，讨论杆的轴向强迫振动、梁的横向强迫振动以及多构件系统的自由振动分析问题。第 13 章讨论连续系统的离散化及近似解法，包括离散化的一般方法：集中质量法、广义坐标法和有限单元法，以及近似计算的假设振型法、瑞利—里茨法和伽辽金法、传递矩阵法、有限单元法。

第 4 篇为随机动力学，包括第 14 章至第 18 章的内容。前 3 篇的内容属于确定性结构动力学问题，本篇的内容则包含随机动力系统的一般课题。第 14 章是概率论与随机过程基础，介绍概率论与随机过程有关的基础理论。第 15 章是经典随机振动理论，主要论述随机振动的时域分析方法和频域分析方法，以及经典的随机微分方程。第 16 章是随机结构分析，主要论述随机结构分析的随机模拟方法、随机摄动方法以及正交多项式展开理论。第 17 章是概率密度演化方程及其数值求解，论述概率守恒原理的随机事件描述和状态空间描述，推导一般随机动力系统的广义概率密度演化方程。论述广义概率密度演化方程的数值求解方法，包括有限差分方法和代表点选取方法。作为结构动力学的自然结果与需求，第 18 章介绍结构动力可靠度分析，介绍基于跨越过程的首次超越破坏可靠度分析方法，论述基于概率密度演化理论的首次超越破坏动力可靠度分析方法，包括吸收边界条件和等价极值分布两种方法。

0.2 经典动力学基础

阐述经典动力学的内容有两种一般方法。这两种方法通常称为矢量动力学和分析动力