高等教育“十二五”规划教材

GONGCHENG YINGYONG SHUXUE

工程应用数学

主编 岳文宇

辽宁科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

工程应用数学 / 岳文宇主编. — 沈阳：辽宁科学技术出版社，2013.3

ISBN 978-7-5381-7882-1

Ⅰ. ①工… Ⅱ. ①岳… Ⅲ. ①工程数学—高等职业教育—教材 Ⅳ. ①TB11

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第026688号

出 版 者：辽宁科学技术出版社

（地址：沈阳市和平区十一纬路29号 邮编：110003）

印 刷 者：沈阳天正印刷厂

幅面尺寸：185mm × 260mm

印　　张：11.75

字　　数：230千字

印　　数：1 ~ 3000

出版时间：2013年3月第1版

印刷时间：2013年3月第1次印刷

责任编辑：韩延本

封面设计：冰　宇

版式设计：于　浪

责任校对：栗　勇

书　　号：ISBN 978-7-5381-7882-1

定　　价：35.00元

联系电话：024-23284370

邮购热线：024-23284502

投稿邮箱：syh324115@126.com

http://www.lnkj.com.cn

前言

本书是按照“教育部关于全面提高高等教育质量的若干意见（教高[2012]4号）”的文件精神，以科学发展观为指导，依据高等职业教育的人才培养模式和专业教学的人才培养方案，针对基础课的现实和未来发展而编写的，内容包括线性代数、概率、数理统计和图与网络的基础知识。

一、编写原则

1. 改革创新。按照专业教学的目标和模式，以学科定位为宗旨，依据专业课程的需求，以创新思维方式建立适合于高职高专以提升质量为核心的新型课程体系。

2. 实用至上。在课程的设置上，“实用为上，够用为度”是一个基本准则，是课程和课程内容的准入制度，是职业教育培养技能型应用人才的根本保障。

3. 简浅易学。按照高职的特点，遵循人才成长规律，以培养学生应用能力为核心，以素质教育为本位，最大限度地简化和浅化教材，走职业教育独具特色的发展道路。

4. 高效为佳。高等职业教育的“$x+1$”人才培养模式，以及基础课的学科定位决定了编写本教材必须以时间效率为出发点，创建在服务专业框架下的教学特色。

二、本书特点

1. 本教材以服务专业为宗旨，课程内容和深浅度都是按专业课程的实际需求而编排的。在编写过程中，依照编写原则，吸取了以前教材的精华，也借鉴了近年来许多同类教材的经验。同时，在我院原校本改革教材的基础上，又经过了深入细致的加工，因此，本教材更具完善、实用、创新的特点。

2. 以去除理论为主线，注重基础知识的掌握，突出数学方法的运用。在这里不是降低理论，而是去除理论，即以礼代理，“礼”即方式、方法，“理”即理论、道理，本教材没有一个定理，独具特色，是真正意义上的改革创新。

3. 充分考虑学生的实际情况，突出“易学乐学”的特点，知识和过程都有了最大程度上的简化和浅化，让学生易学易懂，使得数学不再令人生畏，也能像学习语文那样从容面对。

4. 本教材注重知识与实践相结合，学与练相结合，各章节后均编入了大量的知识性习题，让学生更好地消化基础知识和掌握数学方法。

5. 编写过程中，充分考虑了高职院校各专业的数学课时情况，在高效为佳的原则指导下，本教材全书教学时数只需36学时，使得教师在有限的学时内，以极佳的质量完成教学任务。

三、使用说明

1. 全书共分四章，可全部学习，也可根据实际需要学习其中三章。书中带“*”号部分为选学内容，根据实际需要确定。

2. 教学安排，可安排为每周2学时。

3. 教学过程中，概念的导入要联系实际，让学生在实践中建立牢固的概念，充分体现应用数学的特点。

4. 对于概率和统计，要从科学实验、材料检测、工艺配方以及质量管理中的实际问题出发，提出问题，引入概念，介绍方法，说清道理，降低抽象性，增加直观感。

5. 图与网络是运筹学的分支，主要解决管理工作中的优化问题，因此要多举现实生活、生产以及其他活动中最优化问题的实际例子，以激发学生的学习兴趣。

本书是在辽宁城市建设职业技术学院领导的大力支持下编写的，编写过程中，得到了许多专业教师和技术人员的指导，以及图书馆同志的帮助，在此表示感谢。

本书由岳文宇主编，肖爱国、李伟副主编，邵菲菲、聂鑫等参加了本书的编写。

书中存在的错误和不足，敬请读者提出批评和建议。

编　者

2013年1月

目　录

第一章　线性代数

线性代数所研究的主要对象是行列式、矩阵和线性方程组，它们在工程技术、科学管理等诸多领域有着广泛的应用。行列式与矩阵来源于解线性方程组，同时又是解线性方程组的重要工具。本章主要介绍行列式与矩阵的基础知识，并讨论线性方程组的解法。

第一节　行列式

一、二阶行列式

二元线性方程组的一般形式是

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \tag{1-1}$$

我们用加减消元法解这个二元线性方程组。

消去 y，得

$$(a_1b_2-a_2b_1)x=c_1b_2-c_2b_1$$

消去 x，得

$$(a_1b_2-a_2b_1)y=a_1c_2-a_2c_1$$

如果 $a_1b_2-a_2b_1\neq0$，那么就有

$$\begin{cases} x=\dfrac{c_1b_2-c_2b_1}{a_1b_2-a_2b_1} \\ y=\dfrac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1} \end{cases}$$

为了方便记忆和应用，我们引入新的记号，这就是行列式。

定义 1　我们把$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$叫作二阶行列式，并且规定

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1 \tag{1-2}$$

把 $a_1b_2-a_2b_1$ 叫作这个二阶行列式的展开式。

二阶行列式共有2行2列，从上至下分别为第1行、第2行，从左至右分别为第1列、第2列，行列式中的数叫作行列式的元素。

由二阶行列式的定义，我们把 $c_1b_2-c_2b_1$ 和 $a_1c_2-a_2c_1$ 也用二阶行列式表示：

$$c_1b_2-c_2b_1=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}，\quad a_1c_2-a_2c_1=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

用 D 、 D_1 、 D_2 来表示以上3个行列式，即

$$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}，\quad D_1=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}，\quad D_2=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

当 $D\neq 0$ 时，线性方程组（1-1）的解可表示为

$$\begin{cases} x=\dfrac{D_1}{D} \\ y=\dfrac{D_2}{D} \end{cases}$$

其中 D 是由方程组中未知数的系数组成的，称为**系数行列式**， D_1 是由方程组的常数项 c_1 、 c_2 组成1列，取代 D 的第1列， D_2 是由方程组的常数项 c_1 、 c_2 组成1列，取代 D 的第2列。

【例1】计算下列行列式：

（1） $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$； （2） $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha \\ \cos^2\alpha & \sin^2\alpha \end{vmatrix}$

解：（1） $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}=(-3)\times(-5)-5\times(-2)=25$；

（2） $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha \\ \cos^2\alpha & \sin^2\alpha \end{vmatrix}=\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

【例2】解下列线性方程组：

$$\begin{cases} 3x-2y=3 \\ x+3y=-1 \end{cases}$$

解：因为

$$D=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}=9+2=11\neq 0,$$

$$D_1=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}=9-(-2)\times(-1)=7，\quad D_2=\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=-3-3=-6$$

所以

$$\begin{cases} x=\dfrac{D_1}{D}=\dfrac{7}{11} \\ y=\dfrac{D_2}{D}=-\dfrac{6}{11} \end{cases}$$

这种应用行列式解线性方程组的方法称为**行列式法**。

二、三阶行列式

与二阶行列式类似，三阶行列式定义如下。

定义2 我们把

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

称为三阶行列式，并且规定

$$D=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{23}a_{12}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{23}a_{32}a_{11}-a_{33}a_{21}a_{12} \quad (1\text{–}3)$$

式（1–3）的右边称为行列式D的展开式。

三阶行列式有3行3列，其元素 $a_{ij}(i，j=1，2，3)$ 共有 3^2 个，三阶行列式的值等于图1–1中每条实线上3个元素乘积（三项）之和减去虚线上3个元素乘积（3项）。

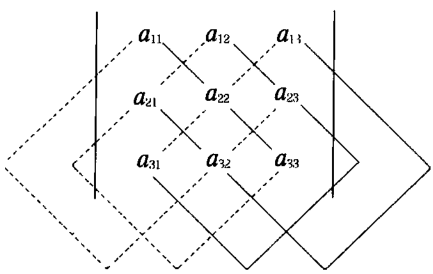

图1–1

上述展开方法称为**对角线展开法**。

【例3】应用对角线展开法计算下列行列式：

（1）$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$；　　（2）$\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix}$

解：（1）原式

$=2\times2\times2+1\times1\times1+1\times1\times1-1\times2\times1-1\times1\times2-2\times1\times1=4$；

（2）原式$=0+abc-abc-0-0-0=0$

下面我们用三阶行列式解三元线性方程组

$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2\\a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3\end{cases}\tag{1-4}$$

方程组（1-4）的系数行列式为

$$D=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}$$

设行列式 D_1、D_2、D_3 分别为下面行列式：

$$D_1=\begin{vmatrix}b_1&a_{12}&a_{13}\\b_2&a_{22}&a_{23}\\b_3&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix},\quad D_2=\begin{vmatrix}a_{11}&b_1&a_{13}\\a_{21}&b_2&a_{23}\\a_{31}&b_3&a_{33}\end{vmatrix},\quad D_3=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&b_1\\a_{21}&a_{22}&b_2\\a_{31}&a_{32}&b_3\end{vmatrix}$$

对方程组（1-4）应用消元法，可得

$$x_1=\frac{b_1a_{22}a_{33}+b_2a_{32}a_{13}+b_3a_{23}a_{12}-a_{13}a_{22}b_3-a_{23}a_{32}b_1-a_{33}b_2a_{12}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{23}a_{12}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{23}a_{32}a_{11}-a_{33}a_{21}a_{12}}$$

显然有

$$x_1=\frac{D_1}{D}$$

同理可得

$$x_2=\frac{D_2}{D},\quad x_3=\frac{D_3}{D}$$

因此，线性方程组（1-4）的解为

$$x_1=\frac{D_1}{D},\quad x_2=\frac{D_2}{D},\quad x_3=\frac{D_3}{D}$$

其中 $D\neq0$。

【例4】用行列式法解线性方程组：

$$\begin{cases}2x-y+z=0\\3x+2y-5z=1\\x+3y-2z=4\end{cases}$$

解：用对角线展开法，可以求出

$$D=\begin{vmatrix}2 & -1 & 1\\3 & 2 & -5\\1 & 3 & -2\end{vmatrix}=28\neq 0,\quad D_1=\begin{vmatrix}0 & -1 & 1\\1 & 2 & -5\\4 & 3 & -2\end{vmatrix}=13,$$

$$D_2=\begin{vmatrix}2 & 0 & 1\\3 & 1 & -5\\1 & 4 & -2\end{vmatrix}=47,\quad D_3=\begin{vmatrix}2 & -1 & 0\\3 & 2 & 1\\1 & 3 & 4\end{vmatrix}=21,$$

于是，原方程组的解为

$$x=\frac{D_1}{D}=\frac{13}{28},\quad y=\frac{D_2}{D}=\frac{47}{28},\quad z=\frac{D_3}{D}=\frac{21}{28}=\frac{3}{4}$$

线性方程组的行列式解法可以推广到 n 个未知数 n 个方程的线性方程组。

三、n 阶行列式

定义3 假设 $n-1$ 阶行列式已经定义，那么我们把

$$D=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\\vdots & \vdots & & \vdots\\a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}$$

称为 n 阶行列式，并且规定

$$D=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+\cdots+a_{1n}A_{1n} \tag{1-5}$$

其中 $A_{1j}(j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ 称为元素 a_{1j} 的**代数余子式**。A_{1j} 等于在行列式 D 中，划去第1行和第 j 列的元素后所得行列式，再乘以 $(-1)^{1+j}$，A_{1j} 是 $n-1$ 阶行列式。

式（1–5）称为**行列式的展开法则**。

根据行列式的展开法则，三阶行列式可以表示为

$$D=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\a_{21} & a_{22} & a_{23}\\a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}$$

其中

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}a_{22} & a_{23}\\a_{32} & a_{33}\end{vmatrix},\quad A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}a_{21} & a_{23}\\a_{31} & a_{33}\end{vmatrix},\quad A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}a_{21} & a_{22}\\a_{31} & a_{32}\end{vmatrix}$$

即

$$D=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\a_{21} & a_{22} & a_{23}\\a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}\begin{vmatrix}a_{22} & a_{23}\\a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix}a_{21} & a_{23}\\a_{31} & a_{33}\end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix}a_{21} & a_{22}\\a_{31} & a_{32}\end{vmatrix}$$

【例5】计算四阶行列式：

(1) $D_1=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ (2) $D_2=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

解：(1) 按式（1–5）行列式的展开法则可得

$$D_1=1\times\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}-0\times\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}+(-2)\times\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}-1\times\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$=3-0-18+3=-12$$

(2) 在行列式中，元素 a_{11} 和 a_{nn} 的连线称为主对角线。可以发现以 D_1 的主对角线为轴旋转 180° 得到行列式 D_2， D_2 称为 D_1 的**转置行列式**。一般地，行列式 D 的转置行列式记作 D'，可以证明 $D=D'$。

所以

$$D_2=D_1'=D_1=-12$$

式（1–5）是按行列式的第1行展开的，我们还可以按任意一行展开行列式：

$$D=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{in}A_{in} \tag{1–6}$$

其中 A_{ij} （ $j=1,2,\cdots,n$ ）等于在行列式 D 中，划去第 i 行和第 j 列的元素所得行列式，再乘以 $(-1)^{i+j}$， A_{ij} 是元素 a_{ij} 的代数余子式。

【例6】计算四阶行列式：

$$D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

解：若按式（1–6）展开此行列式，就要找简单易算的某一行。由于第4行有2个元素为0，我们选择第4行展开行列式。

$$\begin{aligned} D&=a_{41}A_{41}+a_{42}A_{42}+a_{43}A_{43}+a_{44}A_{44} \\ &=a_{41}A_{41}+a_{43}A_{43} \end{aligned}$$

其中

$$A_{41}=(-1)^{4+1}\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=-6，\quad A_{43}=(-1)^{4+3}\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$$

所以

$$D=a_{41}A_{41}=-6$$

【例7】计算行列式

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

解：对于行列式D每次都按第1行展开。

$$原式=a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} a_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{43} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=\cdots=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

【例8】用行列式法解线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

解：系数行列式

$$D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-10$$

$$D_1=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-8\quad D_2=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-9$$

$$D_3=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-5\quad D_4=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=-3$$

因为系数行列式 $D\neq 0$，所以原线性方程组有唯一解：

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{4}{5},\quad x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{9}{10},\quad x_3=\frac{D_3}{D}=\frac{1}{2},\quad x_4=\frac{D_4}{D}=\frac{3}{10}$$

习 题 1-1

1. 填空：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}=$ ________；（2）$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}=$ ________；

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}=$ ________；(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}=$ ________。

(5) 已知线性方程组 $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$，则

$D=$ ________，$D_1=$ ________，$D_2=$ ________，

$x=$ ________，$y=$ ________。

(6) 已知线性方程组 $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+2y+z=2 \\ x+z=2 \end{cases}$，则 $D=$ ________，

$D_1=$ ________，$D_2=$ ________，$D_3=$ ________，

$x=$ ________，$y=$ ________，$z=$ ________。

(7) 在行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 8 & -4 & 7 \\ 2 & 6 & -5 \end{vmatrix}$ 中，代数余子式

$A_{11}=$ ________，$A_{12}=$ ________，$A_{13}=$ ________。

(8) 对于（7）题中的行列式，

$A_{21}=$ ________，$A_{31}=$ ________，$A_{33}=$ ________。

2. 选择：

(1) 已知行列式 $A=\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$，$B=\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}$，那么下列选项正确的是（　　）。

(A) $A=B$　　(B) $A>B$

(C) $A<B$　　(D) $A\neq B$

(2) 已知行列式 $A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 6 \\ 6 & 8 & 9 \end{vmatrix}$，$B=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 2 & -5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$，那么下列选项正确的是（　　）。

(A) $A=B$　　(B) $A>B$

(C) $A<B$　　(D) $A\neq B$

(3) 交换行列式 $A=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & -5 & 6 \\ 2 & 2 & 9 \end{vmatrix}$ 的第1行和第3行，得到行列式 B，那么

下列选项正确的是（　　）。

(A) $A=B$　　(B) $A=-B$

(C) $A-B=0$　　(D) $A=-2B$

(4) 将行列式 $A=\begin{vmatrix}3 & 1 & -3\\ 0 & -1 & 3\\ 2 & 2 & 9\end{vmatrix}$ 的第2行各元素加到第1行上去，得到行列式 B，那么下列选项正确的是（　　）。

(A) $A=B$　　(B) $A=-B$

(C) $A>B$　　(D) $A<B$

3. 求下列二阶行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix}6 & 3\\ 2 & 3\end{vmatrix}$；　　(2) $\begin{vmatrix}-3 & 5\\ 2 & -5\end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix}\sin\alpha & \cos\alpha\\ \sin\beta & \cos\beta\end{vmatrix}$；　　(4) $\begin{vmatrix}\cos 75^\circ & \sin 75^\circ\\ \sin 15^\circ & \cos 15^\circ\end{vmatrix}$。

4. 用行列式法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}4x+3y=5\\ 3x+4y=6\end{cases}$；　　(2) $\begin{cases}2x-3y=9\\ 4x-\ \ y=8\end{cases}$。

5. 用对角线展开法计算下列行列式：

(1) $\begin{vmatrix}4 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 0\\ 3 & 0 & 0\end{vmatrix}$；　　(2) $\begin{vmatrix}3 & 2 & 1\\ 2 & 3 & 2\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$。

(3) $\begin{vmatrix}3 & 4 & -5\\ 4 & 6 & -1\\ -5 & 3 & 6\end{vmatrix}$；　　(4) $\begin{vmatrix}a & b & 0\\ c & 0 & b\\ 0 & c & c\end{vmatrix}$。

6. 用行列式法解下列线性方程组：

(1) $\begin{cases}2x-y+3z=3\\ 3x+y-5z=0\\ 4x-y+\ z=3\end{cases}$；　　(2) $\begin{cases}x+3y+\ \ z=5\\ x+\ \ y+5z=-7\\ 2x+3y-3z=14\end{cases}$。

7. 按指定行展开并计算行列式：

(1) $\begin{vmatrix}x & y & z\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{vmatrix}$ 按第1行；　　(2) $\begin{vmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 2\\ x & y & z\end{vmatrix}$ 按第3行；

(3) $\begin{vmatrix}s & t & u & v\\ 2 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 4 & 1\end{vmatrix}$ 按第1行；　　(4) $\begin{vmatrix}0 & 1 & 1 & 1\\ s & t & u & v\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 0\end{vmatrix}$ 按第2行。

8. 根据行列式的展开法则计算行列式：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$；　　(2) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -3 \\ -3 & 2 & 4 & -1 \\ 4 & 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$；　　(4) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$。

9. 解下列线性方程组：

(1) $\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+3x_4=1 \\ 3x_1+x_2-x_3-2x_4=-4 \\ 2x_1-3x_2-x_3-x_4=-6 \\ x_1+2x_2+3x_3-x_4=-4 \end{cases}$；

(2) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=2 \\ 4x_1+x_2+2x_3+3x_4=2 \\ 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=2 \\ 2x_1+3x_2+4x_3+x_4=2 \end{cases}$。

第二节　矩阵的概念与运算

无论自然科学还是社会科学，矩阵的应用都是非常广泛的。因为我们总要和数据打交道，这些数据往往具有统一的运算法则，为了计算方便，我们引入矩阵的概念。

一、矩阵的概念

先看一个实例。

要从3个粮食生产基地 A_1 、 A_2 、 A_3 把粮食运送到4个销售地 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 ，其调运方案如表1-1所示。

表 1-1

生产基地＼销售地	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	80	75	50	90
A_2	36	95	65	78
A_3	45	85	57	69