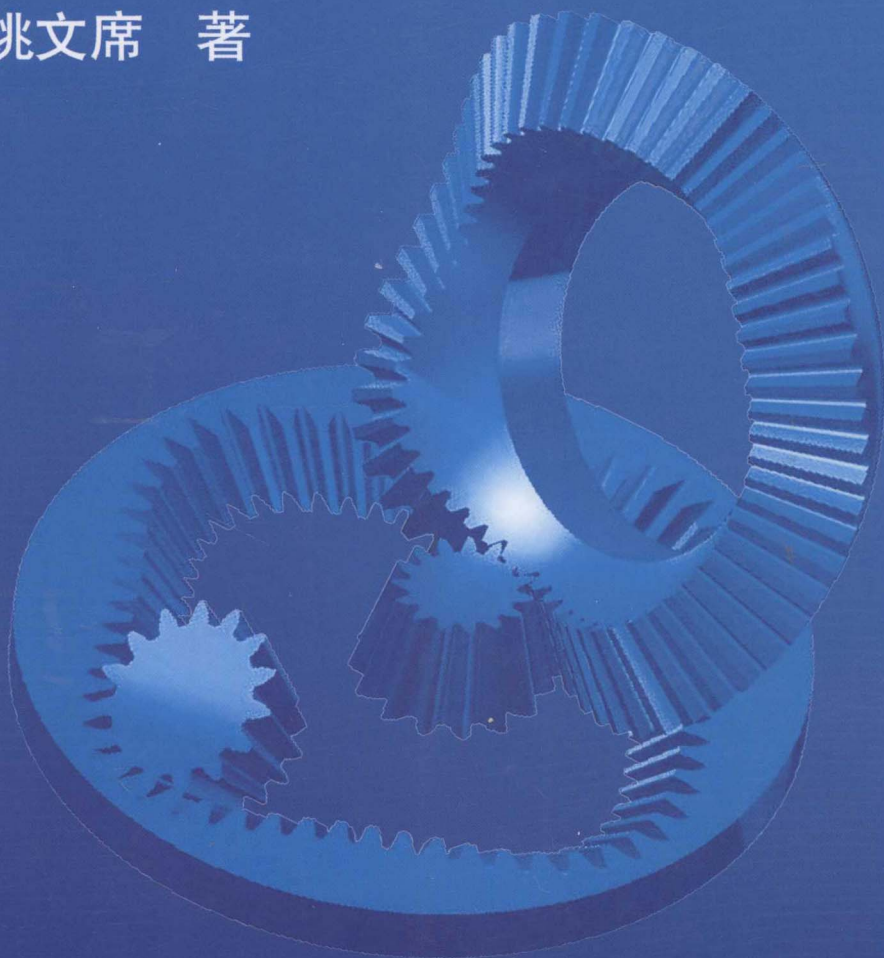


FEIYUAN CHILUN SHEJI

非圆齿轮设计

姚文席 著



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



本书主要论述非圆齿轮的设计问题,包括三个方面的内容:非圆齿轮的几何设计、非圆齿轮的动态设计和非圆齿轮的强度设计。

在非圆齿轮的几何设计中,研究了非圆柱面齿轮、非圆锥面齿轮和非圆谐波齿轮三种类型。其中第一种类型又包括非圆渐开线柱面齿轮和非圆摆线柱面齿轮。这些齿轮都是非圆直齿轮。

非圆齿轮的动态设计和强度设计是针对非圆渐开线柱面齿轮而言的,这是目前工程中业已应用的齿轮类型,也是人们通常所说的非圆齿轮。

对于非圆齿轮的加工制造、精度分析和技术测量等问题,本书有所涉及,但不完善。

由于节曲线或节曲面的多样性,非圆齿轮的样本不胜枚举。为了使读者有一个直观的了解,本书也列举了一些示例。对本书中的理论推导,著者基本上都进行了计算机仿真运算。

本书可供大专院校教师、研究生和从事非圆齿轮设计、制造的工程技术人员阅读。

图书在版编目 (CIP) 数据

非圆齿轮设计/姚文席著. —北京:机械工业出版社, 2012. 10
ISBN 978-7-111-39731-1

I. ①非… II. ①姚… III. ①非圆齿轮—设计 IV. ①TH132.424

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 215146 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:李万宇 责任编辑:李万宇 刘本明

版式设计:姜婷 责任校对:张媛

封面设计:马精明 责任印制:乔宇

北京机工印刷厂印刷 (三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2013 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·22 印张·541 千字

0 001—2 500 册

标准书号:ISBN 978-7-111-39731-1

定价:75.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

策划编辑:(010) 88379732

社服务中心:(010) 88361066

网络服务

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

机工官网:<http://www.cmpbook.com>

读者购书热线:(010) 88379203

机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

封面无防伪标均为盗版

前 言

渐开线圆柱齿轮或摆线齿轮的节曲面是圆柱面，节曲线是圆形。当齿轮的节曲面是一般柱面而且齿向与柱面的母线平行时，叫做非圆柱面直齿轮，简称非圆柱直齿轮。非圆柱直齿轮的节曲线是一般的平面曲线。

非圆柱直齿轮的齿廓可以通过产形齿轮进行设计。如果产形齿轮的齿形是标准直齿条或渐开线圆柱直齿轮，设计出来的非圆柱直齿轮是非圆渐开线直齿轮。如果产形齿轮的齿形是圆柱针齿轮，设计出来的非圆柱直齿轮是非圆摆线直齿轮。目前所说的非圆齿轮，是指非圆渐开线直齿轮。渐开线圆柱齿轮、摆线齿轮是非圆柱直齿轮的特例，非圆柱直齿轮是广义的渐开线齿轮、摆线齿轮。

当齿轮的节曲面是一般锥面时，叫做非圆锥面齿轮。如果非圆锥面齿轮的齿面是直纹面，简称非圆锥直齿轮。本书将非圆柱齿轮、非圆锥齿轮和非圆谐波齿轮统称为非圆齿轮。

各种圆柱、圆锥齿轮和谐波齿轮可以实现定传动比，非圆齿轮可以实现变传动比。定传动比是线性传动比，变传动比是非线性传动比。按照人们的一般认识规律，是先研究线性问题再研究非线性问题。非线性问题比线性问题要复杂得多，齿轮传动也是如此。

与圆柱、圆锥齿轮传动相比，非圆齿轮传动是特殊齿轮传动。特殊齿轮传动的应用面是较小的，所以非圆齿轮传动一般不被关注。另一方面，在没有计算机辅助设计和数控机床加工之前，非圆齿轮的设计和制造不易实现。

非圆齿轮传动在 20 世纪 20 年代就已出现。关于非圆齿轮的发展历史，文献 [31] 曾作过简要的叙述。在国内，吴序堂、王贵海在 1997 年编著的《非圆齿轮及非匀速比传动》一书，系统地论述过非圆齿轮传动的基本理论。虽然非圆齿轮出现的历史不短，但总的来看，直到目前，非圆齿轮的设计、制造水平还较低，有一些加工机床也没有研制。从测试技术来看，非圆齿轮还没有行业标准，也没有统一的测试仪器。有鉴于此，本人撰写此书，以期推动非圆齿轮行业更快发展。

一个产品的研发，应从设计入手，先要将设计理论搞清楚。本书的重点是非圆齿轮设计理论方面的探讨。为了检验本书推导的设计公式的正确性，通过设计示例进行了计算机仿真。这样，读者可通过计算机输出的图形对设计对象有一个直观的了解。

虽然任何科学技术都具有继承性，但为了节省篇幅，在非圆齿轮设计方面，其他文献业已研究过的、本人没有创新的内容，本书一般不再复述。

本书共分 9 章。第 1~4 章是研究非圆柱直齿轮的节曲线设计和齿廓设计，重点是对齿廓的研究。非圆齿轮的齿廓直接影响非圆齿轮的使用性能。齿廓的研究与非圆齿轮的精度分析与测试、非圆齿轮的强度计算等有重要的关系。在第 3 章中，推导了变中心距非圆柱直齿轮节曲线的曲率半径与齿廓的曲率半径之间的关系，仍然命名为欧拉-萨

瓦里公式。第4章是关于齿廓的干涉问题，分析得不一定全面。

第5章是关于非圆柱直齿轮的精度分析和测量问题。由于测量问题与公差标准有关，所以本书没有再作深入、全面的研究。

第6章是研究非圆锥面直齿轮的设计与制造。

第7章是研究非圆谐波齿轮的设计。非圆锥面直齿轮，目前有少量的研究文献，非圆谐波齿轮，还未见有相关的研究文章。

第8章是关于非圆渐开线直齿轮的振动分析。在节曲线的同一条曲边内，非圆齿轮的齿形是各不相同的。非圆齿轮传动时，其啮合刚度近似为一个随机变量。渐开线圆柱直齿轮的振动是非线性振动。非圆渐开线直齿轮的振动具有更强的非线性，很难求得解析解。由于非圆渐开线直齿轮的啮合刚度的离散性不是很大，所以本书仍应用摄动方法求解非圆渐开线直齿轮的振动响应，用啮合刚度系数等反映非圆柱直齿轮与圆柱直齿轮之间的差异。这种近似分析，对于一般的工程问题，能够满足使用要求。

第9章是非圆渐开线直齿轮承载能力的计算。渐开线圆柱直齿轮的接触、弯曲和胶合承载能力的计算已有国家标准。在计算项目方面，非圆渐开线直齿轮和渐开线圆柱直齿轮是一致的。如同振动分析一样，只要反映出它们之间的差异即可。本章对承载能力计算中的各个系数都从非圆齿轮的特点出发重新进行了考查，结合椭圆齿轮进行了计算。另外，本书对渐开线圆柱直齿轮胶合承载能力的计算公式重新进行了推导，发现与目前国标的计算结果不太一致。

本书的内容系以前一些零散的研究成果，原拟作为论文发表，近两年来将其连缀成书。限于本人的精力和能力，书中一定有不完善或不正确之处，敬请读者批评指正。

本书得到北京信息科技大学的出版资助，在此表示衷心的感谢。

姚文席

2012年3月

目 录

前言

第 1 章 非圆柱直齿轮的节曲线设计 1

- 1.1 定轴传动非圆柱直齿轮节曲线的基本方程 1
 - 1.1.1 非圆柱直齿轮节曲线的极坐标方程 2
 - 1.1.2 非圆柱直齿轮节曲线的直角坐标方程 3
 - 1.1.3 非圆柱直齿轮节曲线的弧长 4
 - 1.1.4 非圆柱直齿轮节曲线封闭的条件 4
 - 1.1.5 非圆柱直齿轮节曲线的曲率半径 5
- 1.2 定轴传动非圆柱直齿轮节曲线的设计 5
 - 1.2.1 设计步骤 5
 - 1.2.2 设计示例 9
- 1.3 定轴传动非圆柱直齿轮节曲线的修形 11
 - 1.3.1 阿基米德螺线节曲线的方程 11
 - 1.3.2 节曲线的直线修形 13
 - 1.3.3 节曲线的圆弧修形 14
 - 1.3.4 修形前后节曲线曲率半径的变化 16
 - 1.3.5 设计示例 17
- 1.4 行星轮系中非圆柱直齿轮节曲线的基本方程 20
 - 1.4.1 定中心距行星轮系 20
 - 1.4.2 变中心距行星轮系 20
- 1.5 内齿圈节曲线的设计举例 28
 - 1.5.1 内齿圈的节曲线是圆的短幅外摆线 28
 - 1.5.2 内齿圈的节曲线是高阶椭圆 29
 - 1.5.3 内齿圈的节曲线是高次谐波曲线 32
 - 1.5.4 内齿圈的节曲线由三段圆弧构成, 节曲线是中凹型 33
 - 1.5.5 使行星轮的中心作正弦加速(减速)运动的内齿圈的节曲线 37
 - 1.5.6 内齿圈曲边数和太阳轮曲边数

的搭配 39

- 1.6 太阳轮节曲线的设计举例 43
 - 1.6.1 太阳轮的节曲线是高阶椭圆 44
 - 1.6.2 太阳轮的节曲线是中凸状, 由三段圆弧构成 46
 - 1.6.3 太阳轮的节曲线是中凹状, 由三段圆弧构成 48
 - 1.6.4 太阳轮的节曲线是两段圆弧及其公切线 51
 - 1.6.5 内齿圈曲边数和太阳轮曲边数的搭配 54
- 1.7 根据传动比函数求节曲线 56
 - 1.7.1 运用变分法求解 56
 - 1.7.2 运用单形替换法求解 57
 - 1.7.3 设计示例 60
- 1.8 非圆齿轮液压马达的参数计算 61
 - 1.8.1 液压马达进液孔、排液孔的直径和位置 62
 - 1.8.2 排量的计算 63
 - 1.8.3 液压驱动力矩和额定功率的计算 64
 - 1.8.4 设计示例 65

第 2 章 非圆柱直齿轮的齿廓设计 71

- 2.1 渐开线圆柱直齿轮的齿廓设计 71
 - 2.1.1 可用齿廓的方程 71
 - 2.1.2 齿根过渡曲线的方程 72
 - 2.1.3 设计示例 73
- 2.2 非圆渐开线直齿轮的齿廓设计——产形齿条是标准直齿条 73
 - 2.2.1 可用齿廓的方程 74
 - 2.2.2 齿根过渡曲线的方程 77
 - 2.2.3 设计示例 78
- 2.3 非圆渐开线直齿轮的齿廓设计——产形齿轮是渐开线圆柱直齿轮 79
 - 2.3.1 非圆内齿轮(或内齿圈)的齿廓设计 80
 - 2.3.2 非圆外齿轮(或太阳轮)的齿

廓设计	86	干涉分析	152
2.3.3 关于非圆柱直齿轮的齿顶线	93	4.2.1 齿廓重叠干涉分析	153
2.4 非圆摆线直齿轮的齿廓设计	94	4.2.2 齿廓径向干涉分析	155
2.4.1 行星轮为圆针轮, 内齿圈和 太阳轮为非圆摆线直齿轮	95	4.2.3 齿顶干涉分析	156
2.4.2 内齿圈、太阳轮为非圆针轮, 行星轮为非圆摆线直齿轮	100	4.3 插齿加工中的齿廓干涉	157
第3章 非圆柱直齿轮齿廓的曲率		4.3.1 插齿加工中的让刀干涉	157
半径	106	4.3.2 插齿加工中的齿廓重叠干涉	160
3.1 非圆渐开线直齿轮可用齿廓的曲率 半径	106	4.3.3 插齿加工中的齿顶干涉	165
3.1.1 以标准直齿条做产形齿条生成 的非圆柱直齿轮	106	第5章 非圆柱直齿轮的精度分析	167
3.1.2 以渐开线圆柱齿轮做产形齿轮 生成的非圆柱直齿轮	109	5.1 插齿加工的精度分析	167
3.2 非圆渐开线直齿轮齿根过渡曲线的 曲率半径	117	5.1.1 已知非圆内齿圈的节曲线	168
3.2.1 以标准直齿条做产形齿条生成 的非圆柱直齿轮	117	5.1.2 已知非圆太阳轮的节曲线	172
3.2.2 以渐开线圆柱直齿轮做产形齿 轮生成的非圆柱直齿轮	118	5.1.3 设计示例	175
3.3 非圆摆线直齿轮的齿廓曲率半径	124	5.2 非圆齿轮行星轮系的齿侧间隙	179
3.3.1 行星轮为圆针轮, 内齿圈和太 阳轮为非圆摆线直齿轮	124	5.2.1 行星轮是渐开线圆柱直齿轮	180
3.3.2 内齿圈、太阳轮为非圆针轮, 行星轮为非圆摆线直齿轮	130	5.2.2 行星轮是针轮	182
3.4 欧拉-萨瓦里公式	132	5.3 非圆摆线行星齿轮的齿形误差 分析	183
3.4.1 非圆柱直齿轮定轴传动的欧拉 -萨瓦里公式	133	5.3.1 齿形误差的分析方法	186
3.4.2 非圆柱直齿轮变中心距传动的 欧拉-萨瓦里公式——极坐标形 式	134	5.3.2 设计示例	186
3.4.3 非圆柱直齿轮变中心距传动的 欧拉-萨瓦里公式——直角坐标 形式	138	5.4 非圆渐开线直齿轮齿廓的棒量法	188
3.4.4 欧拉-萨瓦里公式的工程应用	140	5.4.1 齿廓棒量法的测量原理	188
3.4.5 计算示例	142	5.4.2 测量示例	189
第4章 非圆柱直齿轮的齿廓干涉	146	第6章 非圆锥直齿轮传动	194
4.1 非圆柱直齿轮的齿廓根切	146	6.1 渐开线圆锥直齿轮的齿面方程	194
4.1.1 用滚刀加工非圆柱直齿轮	146	6.1.1 标准圆锥直齿轮齿面的球面 渐开线方程	194
4.1.2 用插齿刀加工非圆柱直齿轮	148	6.1.2 圆锥直齿轮的最小齿数及径 向变位系数	196
4.2 非圆柱直齿轮内啮合传动的齿廓		6.1.3 用平面齿轮原理加工圆锥直 齿轮	196
		6.1.4 用平顶齿轮原理加工圆锥直 齿轮	200
		6.1.5 设计示例	203
		6.2 非圆锥直齿轮的齿廓设计——用 平面齿轮做产形齿轮	204
		6.2.1 非圆锥直齿轮的节锥面方程	205
		6.2.2 非圆锥直齿轮的齿面方程	205
		6.2.3 设计示例	209
		6.3 非圆锥直齿轮的齿廓设计——用 标准圆锥直齿轮做产形齿轮	210
		6.3.1 产形齿轮与非圆锥直齿轮作 外啮合运动	212

6.3.2 产形轮与非圆锥直齿轮作内啮合运动	217	8.3.1 牛顿粘度定律及润滑油的本构方程	286
6.3.3 设计示例	220	8.3.2 润滑油的内摩擦力	287
6.4 非圆锥直齿轮的齿廓设计——用圆锥针轮做产形齿轮	222	8.3.3 齿轮的齿面摩擦力	289
6.4.1 产形齿轮与非圆锥直齿轮作外啮合运动	222	8.3.4 齿轮的滑动摩擦力矩	292
6.4.2 产形齿轮与非圆锥直齿轮作内啮合运动	223	8.3.5 齿轮的振动阻尼力矩	292
6.4.3 设计示例	223	8.3.6 设计示例	293
6.5 非圆锥直齿轮的当量齿轮	224	8.4 非圆渐开线直齿轮的振动激励	296
6.5.1 背锥的选择	225	8.4.1 非圆渐开线直齿轮传递的转矩	296
6.5.2 背锥的平面贴合	228	8.4.2 齿轮的加工误差	297
6.5.3 当量非圆锥直齿轮的齿廓坐标	231	8.4.3 齿轮的啮合冲击	298
6.5.4 设计示例	232	8.5 单级非圆渐开线直齿轮传动的振动响应	299
6.6 非圆锥直齿内齿轮的制造工艺系统分析	233	8.5.1 单级非圆渐开线直齿轮传动的非线性振动方程	299
6.6.1 渐开线齿形插齿刀的设计	234	8.5.2 非线性振动方程的渐近解	301
6.6.2 圆弧齿形插齿刀的设计	237	8.5.3 计算示例	305
6.6.3 圆弧齿形铣齿刀的设计	240	8.6 啮合刚度的慢变性及随机性对非圆渐开线直齿轮振动的影响	308
第7章 非圆谐波齿轮传动	244	8.6.1 慢变刚度对非圆渐开线直齿轮振动的影响	308
7.1 柔轮的齿形及柔轮的受力变形	244	8.6.2 啮合刚度的随机性对非圆渐开线直齿轮振动的影响	312
7.1.1 柔轮的齿形	244	8.7 非圆渐开线直齿轮振动测试系统及其分析	314
7.1.2 柔轮的受力变形	246	8.7.1 齿轮振动信号的发生和拾取系统	314
7.1.3 设计示例	253	8.7.2 传感器标定系统	317
7.2 刚轮的齿形设计	255	8.7.3 测试系统的可靠性检验	318
7.2.1 柔轮的瞬态齿廓方程	255	第9章 非圆渐开线直齿轮的承载能力计算	319
7.2.2 刚轮的齿廓方程	257	9.1 非圆渐开线直齿轮接触承载能力的计算	319
7.2.3 关于波发生器的设计	259	9.1.1 接触应力的基本值	319
7.2.4 非圆谐波齿轮传动的转角关系	259	9.1.2 接触应力的计算值	320
7.2.5 设计示例	259	9.1.3 许用接触应力	322
第8章 非圆渐开线直齿轮的动态设计	264	9.1.4 强度条件	323
8.1 弹性力学的边界元素法	264	9.2 非圆渐开线直齿轮弯曲承载能力的计算	323
8.1.1 边界元素法的理论基础	264	9.2.1 齿根应力的基本值	323
8.1.2 计算示例	270	9.2.2 齿根应力的计算值	328
8.2 非圆渐开线直齿轮的刚度计算	274	9.2.3 许用齿根应力	328
8.2.1 渐开线圆柱直齿轮的刚度	274		
8.2.2 椭圆齿轮的刚度	276		
8.3 非圆渐开线直齿轮的齿面摩擦力及振动阻尼分析	286		

9.2.4 强度条件	329	公式	334
9.3 非圆渐开线直齿轮胶合承载能力的 计算	329	9.3.4 关于齿面胶合承载能力计算公 式的讨论	334
9.3.1 齿面啮合点的瞬时温升	330	9.3.5 计算示例	336
9.3.2 齿面胶合承载能力的计算	333	参考文献	339
9.3.3 齿面胶合承载能力的简化计算			

第 1 章 非圆柱直齿轮的节曲线设计

渐开线圆柱直齿轮的节曲面是圆柱面，其端截形是圆形（扇形齿轮的端截形是圆弧形）。如果齿轮的节曲面是一般的柱面，端截形是封闭的或不封闭的平面曲线，应当称之为非圆柱面直齿轮，简称非圆柱直齿轮。目前所说的非圆齿轮就是指这种齿轮。端截形的平面曲线称为节曲线。

非圆柱直齿轮传动是变传动比传动，运动规律可以用传动比函数来描述。非圆柱直齿轮传动相当于两条平面曲线作无摩擦的滚动，节曲线的设计是非圆柱直齿轮设计的首要任务。

考虑到非圆柱直齿轮的制造工艺，特别是滚齿工艺，要求节曲线的形状是外凸的。当非圆柱直齿轮的节曲线是由多段平面曲线首尾相连时，在连接处不一定是外凸的，甚至可能是尖点连接。从加工工艺出发，要对节曲线进行修形。修形的原则一是要满足齿轮传动原理，二是要满足工程需要的精度。

非圆柱直齿轮行星轮系（简称非圆齿轮行星轮系）是变中心距齿轮传动的典型机构。本章列举了若干该机构的节曲线示例以供参考。

非圆齿轮液压马达是非圆齿轮行星轮系的重要应用，已有多项专利及研究文献。本书 1.8 节的排量计算、驱动力矩和额定功率的计算等对该产品的设计有所帮助。

1.1 定轴传动非圆柱直齿轮节曲线的基本方程

图 1.1-1 是两个非圆柱直齿轮外啮合传动的简图。 $O_1x_1y_1$ 是随同齿轮 1 回转的动坐标系， $O_2x_2y_2$ 是随同齿轮 2 回转的动坐标系，它们的转向相反（规定逆时针转向为正，顺时针转向为负）。

齿轮 1 的转角为 φ_1 ，齿轮 2 的转角为 φ_2 。在初始时刻，两个坐标系的 y 轴都在连心线 O_1O_2 上， $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。

角速度 $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = \dot{\varphi}_1$ ，角速度 $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \dot{\varphi}_2$ 。在变

传动比外啮合齿轮传动中， $i_{12}(\varphi_1) = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d\varphi_1}{d\varphi_2}$ 称为

传动比函数， $\varphi_2 = F(\varphi_1) = -\int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}(\varphi_1)} d\varphi_1$ 称为齿轮 2 的转角函数。

按照惯例，顶标加点表示变量对时间 t 求导数。工程中通常不用时间 t 而用位移量作为自变量。为不失一

般性，规定 $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = 1$ 。这样，变量对时间 t 的各阶导

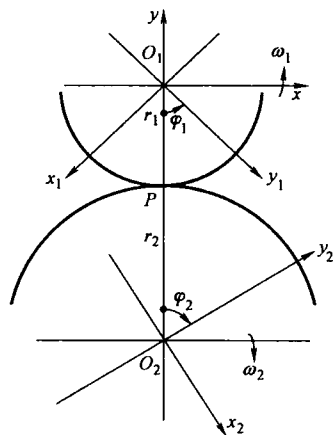


图 1.1-1 非圆柱直齿轮外啮合传动

数与变量对 φ_1 的各阶导数是一致的, 例如 $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \dot{\varphi}_2 = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$ 。在上述规定下, 今后对 φ_1 求各阶导数, 也采取顶标加点的形式。

可以用非圆柱直齿轮传动实现某一个传动比函数 $j_{12}(x) = \frac{dx}{dy}$ 。设 $y = f(x)$, $x \in [x_1, x_2]$, $y \in [y_1, y_2]$ 。令 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$, $\varphi_2 = k_2(y - y_1) = k_2[f(x) - f(x_1)]$, k_1 、 k_2 为量纲转换比例常数。为不失一般性, 规定 $\frac{dx}{dt} = 1$, $\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_1}{dx} = k_1$, $\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dx} = k_2 f'(x)$ 。 $i_{12}(\varphi_1) = -\frac{d\varphi_1/dt}{d\varphi_2/dt} = -\frac{k_1}{k_2 f'(x)} = -\frac{k_1}{k_2} j_{12}(x)$ 。 k_1 、 k_2 视两个齿轮的初始转角及转角范围而定。

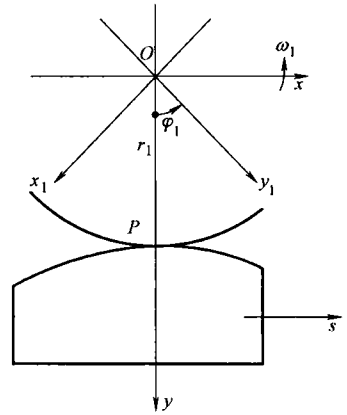


图 1.1-2 非圆柱直齿轮齿条传动

图 1.1-2 是非圆柱直齿轮 1 和齿条 2 的啮合传动简图。齿条的平移方向垂直于 Oy 轴, 位移 $s = f(\varphi_1)$ 。在节点 P ,

$$r_1(\varphi_1)\omega_1 = \frac{dS}{dt}。仍规定 \omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = 1, 则传动比函数 i_{12}(\varphi_1) = \frac{\omega_1}{\dot{s}} = \frac{1}{r_1(\varphi_1)}。$$

1.1.1 非圆柱直齿轮节曲线的极坐标方程

图 1.1-1 中, 齿轮副的中心距为 a 。 P 点是齿轮传动的节点, 也是齿轮传动的速度瞬心。 $\overline{O_1P} = r_1$, $\overline{O_2P} = r_2$ 。在 P 点, 两个齿轮的相对运动速度为零, $\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2 = 0$, $i_{12}(\varphi_1) = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{a - r_1}{r_1} = -\frac{1}{\dot{\varphi}_2}$, 由此解出

$$r_1(\varphi_1) = \frac{a}{1 - i_{12}(\varphi_1)} \quad (1.1-1)$$

$$\begin{cases} r_2(\varphi_1) = \frac{-a i_{12}(\varphi_1)}{1 - i_{12}(\varphi_1)} \\ \varphi_2 = -\int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}(\varphi_1)} d\varphi_1 \end{cases} \quad (1.1-2)$$

式(1.1-1)是齿轮 1 的节曲线在动坐标系 $O_1x_1y_1$ 中的极坐标方程。式(1.1-2)是齿轮 2 的节曲线在动坐标系 $O_2x_2y_2$ 中的极坐标方程。极角 φ_1 从纵轴 O_1y_1 算起, 极角 φ_2 从纵轴 O_2y_2 算起。

齿轮 2 的节曲线的极径 r_2 对极角 φ_1 的一阶导数 $\dot{r}_2 = -\dot{r}_1$, 二阶导数 $\ddot{r}_2 = -\ddot{r}_1$ 。齿轮 2 的节曲线的极角 φ_2 对极角 φ_1 的一阶导数 $\dot{\varphi}_2 = \frac{r_1}{a - r_1}$, 二阶导数 $\ddot{\varphi}_2 = \frac{a \dot{r}_1}{(a - r_1)^2}$ 。极径 r_2 对极角 φ_2 的一阶导数 $\frac{dr_2}{d\varphi_2} = -\frac{\dot{r}_1(a - r_1)}{r_1}$, 二阶导数 $\frac{d^2r_2}{d\varphi_2^2} = \frac{a \dot{r}_1^2 - r_1(a - r_1) \ddot{r}_1}{r_1^3} (a - r_1)$ 。它们都

是 φ_1 的函数。

对于非圆柱直齿轮内啮合传动, 齿轮 1 的节曲线的极坐标方程为

$$r_1(\varphi_1) = \frac{a}{i_{12}(\varphi_1) - 1} \quad (1.1-3)$$

齿轮 2 的节曲线的极坐标方程为

$$\begin{cases} r_2(\varphi_1) = \frac{ai_{12}(\varphi_1)}{i_{12}(\varphi_1) - 1} \\ \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}(\varphi_1)} d\varphi_1 \end{cases} \quad (1.1-4)$$

齿轮 1 和齿轮 2 的转向是相同的。

对于内啮合传动, 齿轮 2 的节曲线的极径 r_2 对极角 φ_1 的一阶、二阶导数为 $\dot{r}_2 = \dot{r}_1, \ddot{r}_2 = \ddot{r}_1$ 。极角 φ_2 对极角 φ_1 的一阶、二阶导数为 $\dot{\varphi}_2 = \frac{r_1}{a+r_1}, \ddot{\varphi}_2 = \frac{a\dot{r}_1}{(a+r_1)^2}$ 。极径 r_2 对极角 φ_2 的一阶、二阶导数为 $\frac{dr_2}{d\varphi_2} = \frac{\dot{r}_1(a+r_1)}{r_1}, \frac{d^2r_2}{d\varphi_2^2} = \frac{r_1(a+r_1)\ddot{r}_1 - a\dot{r}_1^2}{r_1^3}(a+r_1)$ 。它们都是 φ_1 的函数。

1.1.2 非圆柱直齿轮节曲线的直角坐标方程

在动坐标系 $O_1x_1y_1$ 中, 齿轮 1 的直角坐标方程为

$$\begin{cases} x_1 = r_1 \sin\varphi_1 \\ y_1 = r_1 \cos\varphi_1 \end{cases} \quad (1.1-5)$$

对 φ_1 的一阶导数为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{r}_1 \sin\varphi_1 + r_1 \cos\varphi_1 \\ \dot{y}_1 = \dot{r}_1 \cos\varphi_1 - r_1 \sin\varphi_1 \end{cases} \quad (1.1-6)$$

对 φ_1 的二阶导数为

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = \ddot{r}_1 \sin\varphi_1 + 2\dot{r}_1 \cos\varphi_1 - r_1 \sin\varphi_1 \\ \ddot{y}_1 = \ddot{r}_1 \cos\varphi_1 - 2\dot{r}_1 \sin\varphi_1 - r_1 \cos\varphi_1 \end{cases} \quad (1.1-7)$$

在动坐标系 $O_2x_2y_2$ 中, 齿轮 2 的直角坐标方程为

$$\begin{cases} x_2 = r_2 \sin\varphi_2 \\ y_2 = r_2 \cos\varphi_2 \end{cases} \quad (1.1-8)$$

对 φ_1 的一阶导数为

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -\dot{r}_1 \sin\varphi_2 + r_1 \cos\varphi_2 \\ \dot{y}_2 = -\dot{r}_1 \cos\varphi_2 - r_1 \sin\varphi_2 \end{cases} \quad (1.1-9)$$

对 φ_1 的二阶导数为

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 = -\ddot{r}_1 \sin\varphi_2 + \dot{r}_1 \cos\varphi_2 - (\dot{r}_1 \cos\varphi_2 + r_1 \sin\varphi_2) \dot{\varphi}_2 \\ \ddot{y}_2 = -\ddot{r}_1 \cos\varphi_2 - \dot{r}_1 \sin\varphi_2 + (\dot{r}_1 \sin\varphi_2 - r_1 \cos\varphi_2) \dot{\varphi}_2 \end{cases} \quad (1.1-10)$$

式(1.1-5)~式(1.1-10)对于内啮合传动和外啮合传动都是适用的。

对于非圆柱直齿轮、齿条传动,在图1.1-2的静坐标系 Oxy 中,齿条节曲线的方程为

$$\begin{cases} x = s \\ y = r_1 = \dot{s} \end{cases} \quad (1.1-11)$$

设计齿轮的节曲线时,可以从转角函数或传动比函数出发求解,也可以根据工程技术要求直接给出节曲线的方程。

1.1.3 非圆柱直齿轮节曲线的弧长

弧长 s 对 φ_1 的导数 $\dot{s}_1 = \dot{s}_2 = \sqrt{\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2} = \sqrt{\dot{r}_2^2 + r_2^2 \dot{\varphi}_2^2}$ 。弧长

$$s = \int_0^{\varphi_1} \sqrt{\dot{r}_1^2 + r_1^2} d\varphi_1 \quad (1.1-12)$$

1.1.4 非圆柱直齿轮节曲线封闭的条件

如果非圆柱直齿轮是一个扇形齿轮,其节曲线不是首尾相接的,应用时非圆柱直齿轮只能正、反向摆动。如果非圆柱直齿轮要实现连续的回转,其节曲线应该是首尾相接的。

正多边形是边长和内角都相等的直线边多边形,其边数大于等于3。按照这一定义,可以构造一个正多曲边形,简称正曲边形。正曲边形是由相同的平面曲线依次首尾相接而形成的多边形。在一条曲边内,曲线的始端极径和末端极径相等。在正曲边形中,二边形是存在的,椭圆就是正二曲边形。在正曲边形中,甚至一边形也是存在的。下列方程表示一边形:

$$\begin{cases} r = r_0 + b \sin k_1 \varphi, & 0 \leq \varphi < \frac{2\pi}{k_1} \\ r = r_0 + b \sin k_2 \left(\varphi - \frac{2\pi}{k_1} \right), & \frac{2\pi}{k_1} \leq \varphi < 2\pi \end{cases} \quad (1.1-13)$$

式中 k_1 、 r_0 、 b 为常数, $k_1 > 2$;

$$k_2 = \frac{k_1}{k_1 - 1}。$$

图1.1-3所示的一边形是一个薯形。图1.1-3a中, $r_0 = 40\text{mm}$, $b = 10\text{mm}$, $k_1 = 2.5$ 。图1.1-3b中, $r_0 = 40\text{mm}$, $b = 10\text{mm}$, $k_1 = 4.5$ 。

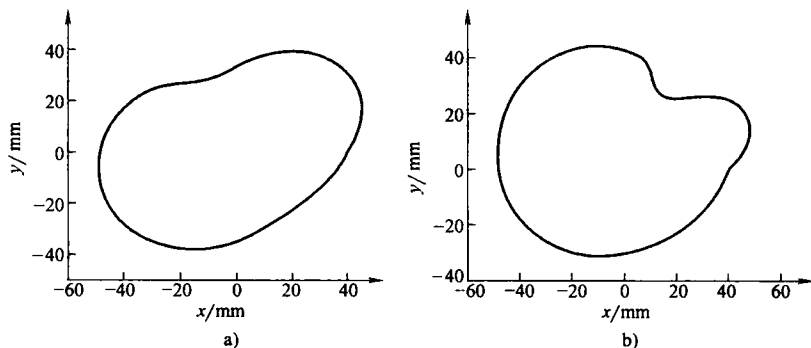


图 1.1-3 薯形线

如果两个非圆柱直齿轮的节曲线都是正曲边形, 边数是 n_1 、 n_2 , 则节曲线封闭的条件是

$$\frac{2\pi}{n_2} = \mp \int_0^{\frac{2\pi}{n_1}} i_{21} d\varphi_1 = \int_0^{\frac{2\pi}{n_1}} \frac{r_1}{a \mp r_1} d\varphi_1 \quad (1.1-14)$$

式中 “-”号用于外啮合传动, “+”号用于内啮合传动。

节曲线的形式反映了机构的使用要求。

1.1.5 非圆柱直齿轮节曲线的曲率半径

曲率半径的计算公式为

$$\rho = \frac{(r^2 + \dot{r}^2)^{3/2}}{r^2 + 2\dot{r}^2 - r\ddot{r}} \quad (1.1-15)$$

由 $\rho > 0$, 得齿轮 1 节曲线外凸的条件是

$$r_1^2 + 2\dot{r}_1^2 - r_1\ddot{r}_1 > 0 \quad (1.1-16)$$

齿轮 2 节曲线外凸的条件是

$$r_2^2 + 2\left(\frac{dr_2}{d\varphi_2}\right)^2 - r_2 \frac{d^2 r_2}{d\varphi_2^2} > 0 \quad (1.1-17)$$

当非圆柱直齿轮的节曲线是正曲边形时, 还要观察在曲边的衔接点处节曲线是否外凸。

假定一个衔接点在 x 轴的正方向, 节曲线的切线与 x 轴的夹角为 θ , 则当 $\cos\theta = \frac{dx/d\varphi}{ds/d\varphi} \leq 0$

时, $\theta \geq \frac{\pi}{2}$, 节曲线是外凸的。

节曲线外凸是非圆柱直齿轮能用滚刀加工的条件。

1.2 定轴传动非圆柱直齿轮节曲线的设计

1.2.1 设计步骤

下面以变性椭圆齿轮的节曲线设计为例说明非圆柱直齿轮节曲线的设计步骤。

一个正曲边形, 曲边数为 n , 每条曲边对应的中心角为 $\frac{2\pi}{n}$ 。坐标原点在正曲边形的几何中心, 曲边的极径为 r , 极角为 φ 。当极角为 0 和 $\frac{2\pi}{n}$ 时, 极径有最大值 r_{\max} ; 当极角为 $\frac{2\pi}{mn}$ ($m > 1$), 极径有最小值 r_{\min} 。

当 $0 \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{mn}$ 时, $\cos \frac{nm}{2}\varphi$ 由 1 变为 -1; 当 $\frac{2\pi}{mn} \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{n}$ 时, $\cos \frac{nm}{2(m-1)}\left(\frac{2\pi}{n} - \varphi\right)$ 由 -1 变为 1。

椭圆方程 $r = \frac{p}{1 - e\cos\varphi}$ 。当 $0 \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{mn}$ 时, 用 $\cos \frac{nm}{2}\varphi$ 替换椭圆方程中的 $\cos\varphi$; 当 $\frac{2\pi}{mn} \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{n}$ 时, 用 $\cos \frac{nm}{2(m-1)}\left(\frac{2\pi}{n} - \varphi\right)$ 替换椭圆方程中的 $\cos\varphi$ 。这样所得到的图形称之为变性椭

圆。变性椭圆可以作为非圆柱直齿轮的节曲线。以下给出变性椭圆的方程。

设齿轮 1 节曲线的曲边数为 n_1 ，齿轮 2 节曲线的曲边数为 n_2 。齿轮 1 节曲线的极坐标方程为

$$\begin{cases} r_1^{(1)} = \frac{p}{1 - e \cos k_1 \varphi_1}, & 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{k_1} \\ r_1^{(2)} = \frac{p}{1 - e \cos k_2 \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right)}, & \frac{\pi}{k_1} < \varphi_1 < \frac{2\pi}{n_1} \end{cases} \quad (1.2-1)$$

式中 $m_2 = \frac{m_1}{m_1 - 1}$;

$$k_1 = \frac{m_1 n_1}{2};$$

$$k_2 = \frac{m_2 n_1}{2};$$

e 为偏心率;

$$p > 1。$$

r_1 对 φ_1 的一阶导数为

$$\begin{cases} \dot{r}_1^{(1)} = \frac{-pk_1 e}{(1 - e \cos k_1 \varphi_1)^2} \sin k_1 \varphi_1, & 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{k_1} \\ \dot{r}_1^{(2)} = \frac{pk_2 e}{\left[1 - e \cos k_2 \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right) \right]^2} \sin k_2 \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right), & \frac{\pi}{k_1} < \varphi_1 < \frac{2\pi}{n_1} \end{cases} \quad (1.2-2)$$

r_1 对 φ_1 的二阶导数为

$$\begin{cases} \ddot{r}_1^{(1)} = \frac{k_1^2 e p}{(1 - e \cos k_1 \varphi_1)^3} (2e - \cos k_1 \varphi_1 - e \cos^2 k_1 \varphi_1), & 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{k_1} \\ \ddot{r}_1^{(2)} = \frac{-k_2^2 e p}{\left[1 - e \cos k_2 \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right) \right]^3} \left[2e - \cos k_2 \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right) - e \cos^2 k_2 \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right) \right], & \frac{\pi}{k_1} < \varphi_1 < \frac{2\pi}{n_1} \end{cases} \quad (1.2-3)$$

齿轮 2 节曲线的极坐标方程为

$$\begin{cases} r_2^{(1)} = a \mp r_1^{(1)}, & 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{k_1}, \\ r_2^{(2)} = a \mp r_1^{(2)}, & \frac{\pi}{k_1} < \varphi_1 < \frac{2\pi}{n_1} \\ \varphi_2^{(1)} = \frac{2p}{k_1 \sqrt{(p \mp a)^2 - a^2 e^2}} \arctan \left(\sqrt{\frac{p \mp a \mp a e}{p \mp a \pm a e}} \tan \frac{u_1}{2} \right), & 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{k_1} \\ \varphi_2^{(2)} = \frac{2p}{k_2 \sqrt{(p \mp a)^2 - a^2 e^2}} \left[\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\sqrt{\frac{p \mp a \mp a e}{p \mp a \pm a e}} \tan \frac{u_2}{2} \right) \right] + \varphi_{20}, & \frac{\pi}{k_1} < \varphi_1 < \frac{2\pi}{n_1} \end{cases} \quad (1.2-4)$$

式中 $u_1 = k_1 \varphi_1$;

$$u_2 = k_2 \left(\frac{2\pi}{n_1} - \varphi_1 \right);$$

$$\varphi_{20} = \frac{p\pi}{k_1 \sqrt{(p \mp a)^2 - a^2 e^2}}.$$

r_2 对 φ_2 的一阶导数为

$$\frac{dr_2}{d\varphi_2} = \mp \frac{\dot{r}_1 (a \mp r_1)}{r_1} \quad (1.2-5)$$

r_2 对 φ_2 的二阶导数为

$$\frac{d^2 r_2}{d\varphi_2^2} = \frac{\pm a \dot{r}_1^2 + r_1 (r_1 \mp a) \ddot{r}_1}{r_1^3} (a \mp r_1) \quad (1.2-6)$$

对于各式中的“ \pm ”和“ \mp ”，上面的符号用于外啮合传动，下面的符号用于内啮合传动。

当 $m_1 = 2$ 时， $\frac{n_1}{2}$ 等于几就称之为几阶椭圆。0.5 阶椭圆是卵形，一阶椭圆就是通常所说的椭圆，它们都是变性椭圆的特例。

变性椭圆在 $\varphi_1 = 0$ 、 $\frac{2\pi}{m_1 n_1}$ 、 $\frac{2\pi}{n_1}$ 处，导数 $\dot{r}_1 = 0$ ，所以曲线可以光滑连接，不存在尖点。

椭圆齿轮是常用的非圆柱直齿轮。中心距为焦距的两个相同的椭圆齿轮可以实现啮合传动。如果将坐标原点放在椭圆的一个焦点上，椭圆的极坐标方程为

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi} = \frac{a_1 (1 - e^2)}{1 + e \cos \varphi} \quad (1.2-7)$$

式中 a_1 是椭圆的长轴；

e 是椭圆的偏心率。

设椭圆齿轮的模数为 m ，齿数为 z ，齿距为 πm ，节曲线的周长为 $\pi m z$ 。由式(1.1-12)，得

$$p = \frac{\pi m z}{\int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{1 + e^2 \sin^2 \varphi}}{1 + e \cos \varphi} d\varphi} \quad (1.2-8)$$

r 对 φ 的一阶导数为

$$\dot{r} = \frac{pe \sin \varphi}{(1 + e \cos \varphi)^2} \quad (1.2-9)$$

r 对 φ 的二阶导数为

$$\ddot{r} = \frac{pe}{(1 + e \cos \varphi)^3} (2e - \cos \varphi - e \cos^2 \varphi) \quad (1.2-10)$$

r 对 φ 的三阶导数为

$$\dddot{r} = \frac{pe \sin \varphi}{(1 + e \cos \varphi)^4} (4e \cos \varphi - e^2 \cos^2 \varphi - 1 + 6e^2) \quad (1.2-11)$$

变性椭圆齿轮节曲线的设计步骤如下：

1) 给出曲边数 n_1 、 n_2 ，曲边的内分割数 m_1 ，齿轮的模数 m ，每条曲边内包含的齿数 z

和齿轮的中心距 a 。

2) 选择偏心率 e 。偏心率 e 的选择不是唯一的。先预选一个 e_1 。

3) 计算 p 。每条曲边的长度是 $\pi m z$ 。由式(1.1-12), 得

$$\int_0^{\frac{2\pi}{k_1}} \sqrt{r_1^2 + r_1^2} d\varphi_1 = \int_0^{\frac{\pi}{k_1}} \sqrt{(\dot{r}_1^{(1)})^2 + (r_1^{(1)})^2} d\varphi_1 + \int_{\frac{\pi}{k_1}}^{\frac{2\pi}{k_1}} \sqrt{(\dot{r}_1^{(2)})^2 + (r_1^{(2)})^2} d\varphi_1 = \pi m z$$

$$\text{令 } p_3 = \frac{\sqrt{1 + e_1^2(k_1^2 - 1)}}{k_1(1 - e_1^2)} p, k_3 = \frac{k_1^2 e_1^2}{1 + e_1^2(k_1^2 - 1)}, p_3' = \frac{\sqrt{1 + e_1^2(k_2^2 - 1)}}{k_2(1 - e_1^2)} p, k_3' = \frac{k_2^2 e_1^2}{1 + e_1^2(k_2^2 - 1)}, \text{得}$$

$$p_3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{1 - k_3 \sin^2 \psi} d\psi + p_3' \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sqrt{1 - k_3' \sin^2 \psi} d\psi = \pi m z$$

这是一个关于 e_1 和 p 的椭圆积分方程。将选定的偏心率 e_1 代入此式, 可求得 p 。

4) 计算中心距 a 。根据节曲线封闭的条件式(1.1-14), $\int_0^{\frac{\pi}{k_1}} i_{21}^{(1)} d\varphi_1 + \int_{\frac{\pi}{k_1}}^{\frac{2\pi}{k_1}} i_{21}^{(2)} d\varphi_1 = \frac{2\pi}{n_2}$, 将

$$i_{21}^{(1)} = \frac{r_1^{(1)}}{a \mp r_1^{(1)}}, i_{21}^{(2)} = \frac{r_1^{(2)}}{a \mp r_1^{(2)}} \text{ 代入, 得}$$

$$a = \frac{\sqrt{e_1^2 + (1 - e_1^2) \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \pm 1}{1 - e_1^2} p \quad (1.2-12)$$

对于各式中的“ \pm ”和“ \mp ”, 上面的符号用于外啮合, 下面的符号用于内啮合。

5) 将 p 、 e_1 代入上式求得 a 。如果 a 值与所要求的中心距不符, 应重选 e_1 。

偏心率 e 的最大值与模数、齿数无关。曲边的内分割数 m_1 加大时, 偏心率减小。

取 $m_1 = 2$ 并满足曲边内及曲边衔接点处节曲线外凸的条件, 偏心率 e 的最大值与曲边数 n_1 、 n_2 的关系见表 1.2-1。

表 1.2-1 偏心率的极大值与曲边数的关系

曲边数		$n_1 = 2$			
		$n_2 = 3$	$n_2 = 4$	$n_2 = 5$	$n_2 = 6$
偏心率极大值		0.04	0.12	0.10	0.08
e_{\max}					
曲边数		$n_1 = 3$			
		$n_2 = 4$	$n_2 = 5$	$n_2 = 6$	$n_2 = 7$
偏心率极大值		0.08	0.06	0.04	0.04
e_{\max}					
曲边数		$n_1 = 4$			
		$n_2 = 5$	$n_2 = 6$	$n_2 = 7$	$n_2 = 8$
偏心率极大值		0.04	0.04	0.02	0.02
e_{\max}					

6) 曲率的校验。变性椭圆的各段曲线是外凸的并不能保证整个变性椭圆是外凸的, 只有极少数的例子(如椭圆曲线)是全部外突的。椭圆齿轮的齿廓可以用滚刀加工。一般的变

性椭圆齿轮齿廓只能用插齿刀加工，而且还不是全部。

如果两个非圆柱直齿轮能同时与一个渐开线齿轮进行啮合传动，则这两个非圆柱直齿轮也能进行啮合传动。这个渐开线齿轮称为产形齿轮。在齿轮加工时，产形齿轮就是一把插齿刀。两个非圆柱直齿轮外啮合传动时，产形齿轮与一个非圆柱直齿轮呈外啮合状态，与另一个非圆柱直齿轮呈内啮合状态。呈内啮合状态的非圆柱直齿轮是无法用插齿刀加工的。两个非圆柱直齿轮内啮合传动时，产形齿轮和两个非圆柱直齿轮可以呈外啮合状态，也可以呈内啮合状态，但也只能用插齿刀加工一个非圆柱直齿轮。

当用滚刀加工非圆柱直齿轮时，如前所述，要满足节曲线外凸的条件及节曲线衔接点处外凸的条件，即 $r_1^2 + 2\dot{r}_1^2 - r_1\ddot{r}_1 > 0$, $r_2^2 + 2\left(\frac{dr_2}{d\varphi_2}\right)^2 - r_2\frac{d^2r_2}{d\varphi_2^2} > 0$, $\dot{x}_1 = \dot{r}_1\cos\varphi_1 - r_1\sin\varphi_1 \leq 0$,

$$\frac{dx_2}{d\varphi_2} = \frac{-r_2(\dot{r}_1\cos\varphi_2 + r_1\sin\varphi_2)}{r_1} \leq 0。$$

当用插齿刀加工非圆柱直齿轮时，设插齿刀的节圆半径为 r_d ，则应满足

$$\frac{(r_1^2 + \dot{r}_1^2)^{3/2}}{r_1^2 + 2\dot{r}_1^2 - r_1\ddot{r}_1} \geq r_d, \quad \frac{\left[r_2^2 + \left(\frac{dr_2}{d\varphi_2}\right)^2\right]^{3/2}}{r_2^2 + 2\left(\frac{dr_2}{d\varphi_2}\right)^2 - r_2\frac{d^2r_2}{d\varphi_2^2}} \geq r_d。$$

对于内啮合传动，在节点处，内齿轮节曲线的曲率半径要大于外齿轮节曲线的曲率半径。通过计算机作图可以观察到节曲线是否会发生干涉。

7) 如果不满足曲率校验的条件，应返回步骤2)重选 e_1 。

1.2.2 设计示例

设计示例1：变性椭圆齿轮外啮合传动。

图1.2-1画出了两个变性椭圆外切的情形。曲边数 $n_1 = 3$ 、 $n_2 = 5$ ，曲边的内分割数 $m_1 = 1.8$ ， $m = 2\text{mm}$ ，一条曲边内的齿数 $z = 18$ ， $e = 0.06$ ， $p = 53.4653\text{mm}$ ， $a = 142.9863\text{mm}$ ，满足曲边内和曲边衔接点处节曲线外凸的条件。

设计示例2：变性椭圆齿轮内啮合传动。

通过改变偏心率 e 能排除节曲线干涉的现象。图1.2-2画出了两个变性椭圆内切的情形，曲边数 $n_1 = 5$ 、 $n_2 = 6$ ， $m = 2\text{mm}$ ， $z = 22$ 。

图1.2-2a中 $m_1 = 1.8$ ， $e = 0.08$ ， $p = 105.4767\text{mm}$ ， $a = 21.1066\text{mm}$ 。图1.2-2b中 $m_1 = 1.8$ ， $e = 0.04$ ， $p = 108.8182\text{mm}$ ， $a = 21.7665\text{mm}$ 。图1.2-2c中 $m_1 = 1.8$ ， $e = 0.02$ ， $p = 109.7003\text{mm}$ ， $a = 21.9408\text{mm}$ 。

通过改变曲边的内分割数 m_1 也能排除节曲线干涉的现象。图1.2-3示出了两个变性椭圆内切的情形，曲边数 $n_1 = 4$ 、 $n_2 = 6$ ， $m = 2\text{mm}$ ，一条曲边内的齿数 $z = 22$ 。

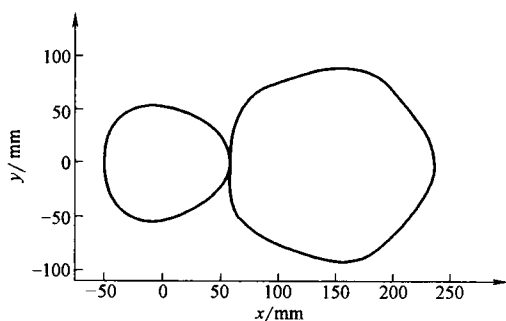


图1.2-1 变性椭圆齿轮外啮合传动的节曲线