



数学杂谈

*A Mathematical Medley:
Fifty Easy Pieces on Mathematics*

数学世界里的奇闻趣事

乔治·G·斯皮罗 著

郭婷玮 译

数学家与数学大斗智的有趣故事
课本里没有讲的 50 个数学大发现



上海科技教育出版社

数学杂谈..

数学世界里的奇闻趣事

◎ 乔治·G·斯皮罗 著

◎ 郭婷玮 译



A Mathematical Mystery
Fifty Easy Pieces on Mathematics

上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学杂谈:数学世界里的奇闻趣事/(瑞士)斯皮罗
著;郭婷玮译. —上海:上海科技教育出版社,2013.1
(大开眼界的数学)

书名原文:A Mathematical Medley

ISBN 978-7-5428-5556-5

I. ①数… II. ①斯…②郭… III. ①数学—普
及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 260882 号

目录

1 第一章 为数学而数学

- 3 1 面包师傅的一打=13?
- 14 2 小数点后第十五位数字之谜
- 17 3 消失的笔记本
- 20 4 迂回的数学证明
- 22 5 条条大路通罗马
- 25 6 数字背后的秘密
- 29 7 素数的秘密生命

33 第二章 数学的日常应用

- 35 8 邮票、硬币与麦乐鸡块
- 38 9 排队的(不)公平性
- 41 10 人行道上应该跑还是走?
- 44 11 数字9的奥秘
- 47 12 达尔文和爱因斯坦爱写信?
- 50 13 哪个桌子不摇晃?

53 第三章 性情中人

- 55 14 以数学之名
- 64 15 艾哈德教授不回答
- 67 16 雅痞数学家
- 74 17 手足恨深

- 77 18 热爱数学的外交官
80 19 485 次的名字
84 20 改正数学错误与修缮屋顶有关？

87 第四章 空中奇航

- 89 21 依爱因斯坦的公式登机
92 22 选好走的路一样堵？
95 23 班机飞巴黎……以及安克雷奇
98 24 虚拟的远程飞行

101 第五章 头脑体操

- 103 25 左脑计算
106 26 丧失语言本能
109 27 信息超载
112 28 废除分数学数学？！

115 第六章 游戏、礼物与娱乐

- 117 29 魔方转几下？
120 30 数独的数学原理
124 31 政治与方阵有啥关系？
128 32 数字冲过头！
131 33 用数学计算爱情
134 34 谁赢了井字游戏？
137 35 说谎者与半说谎者

140 36 人机大战谁称臣？

143

第七章 选择与分割

145 37 犹太经典是博弈论先驱

148 38 你的蛋糕比我的大？

152 39 多到难以抉择的烦恼

157 40 选出最佳教皇和最佳歌曲

161

第八章 钱，以及赚钱

163 41 跟着金钱走

166 42 地震、癫痫发作与股市崩盘

172 43 不要射杀信使

175

第九章 跨学科集锦

177 44 迷人的分形

180 45 概率多高才超越合理怀疑？

183 46 曾经有一道数学难题

187 47 除非我的手机铃声独一无二

190 48 强化自愿合作

192 49 是密码还是骗局？

196 50 对抗滥用数学运动



第一章

为数学而数学



1 面包师傅的一打=13 ?

◆ 摘要: 数字 6 必定有缺陷, 数字 12 必然是好的, 数字 13 只会招致灾难^①……任何无稽之谈都可以用数字命理学来佐证, 数字是理性科学的前身。

.....
3

有件众所周知的怪事, 就是不管你走到哪儿, 总会撞见 12 这个数字: 以色列分 12 个支派^②、耶稣有 12 个门徒、天空分黄道十二宫。因此, 有人自然而然地假设, 12 及所有与这个数字相关的事物都必然是好的。而 12 加上 1 得出的数字 13, 因为打破了这圆满的数字 12, 所以就会招致灾难。数字 7 表征了彩虹的颜色数、一周的天数, 以及八度音程的音阶数, 显然象征着和谐与完美。由此, 数字

① “面包师傅的一打”典故出自 13 世纪的英国, 当时政府规定售卖不足量的话将处以刑罚, 面包师傅担心计量不准而受罚, 宁愿顾客买一打而给 13 个。
——译者

② 《圣经·创世记》第 49 章第 28 节: “这一切是以色列的十二支派, 这也是他们的父亲对他们所说的话, 为他们所祝的福, 都是按着各人的福分, 为他们祝福。”以色列王国的 12 个支派分别由雅各 12 个儿子的后裔组成。——译者

6必定有缺陷:重复3个6可得到666,唉!恶魔数字^①出现了。任何无稽之谈都可以用数字命理学来佐证,然而数字很神秘也并非一派胡言,本书将告诉你,数字是理性科学的前身。

数字命理学家不厌其烦地诠释数字,预言描述其属性或某种程度上与数字相关的事件。虽然这种嗜好看起来有些古怪,比较适合涉足神秘学的人士,但数字命理学家仍然乐此不疲。如果不祥的数字经过他们快速的乘除运算,简单地重新加以诠释,把最负面的预言进行了180°的扭转,且确定性维持不变,他们会感到非常欣慰。

数学家对此嗤之以鼻。数学家承认12是一个重要的数字,但它的卓越性能主要不是来自它的神秘性,而是因为一项事实:12可以被2、3、4和6(1和12自身更不必提了)整除。12的因子数是10的因子数的两倍,后者除了1和自身之外,只能被2和5整除。这是盎格鲁—撒克逊地区盛行十二进制,以12为基数的原因。古罗马人偏好数字10,因为学童和算术能力较差的商人,用双手就能够算出总数。

到18世纪末,数学家波达(Charles de Borda)、拉格朗日(Joseph-Louis Lagrange)以及拉瓦锡(Antoine-Laurent Lavoisier)充分意识到十进制的优点,他们支持手指计算法,建议法国科学院以十进制作为度量长度和重力的唯一法定标准(波达进一步提出,应该把一天分为10小时,一小时分为100分钟,一分钟分为100秒,但这项提议没有广泛实行)。

让我们回到数字6。在古代,6被视为完美的数字,因为除了它

①《圣经·启示录》第13章第18节:“在这里有智慧。凡有聪明的,可以算计兽的数目,因为这是人的数目,它的数目是六百六十六。”666因此成为邪恶怪兽的象征,后人将其视为代表魔鬼、不幸、反基督的数字。——译者

自身之外的其他因子的总和,刚好等于它自己($1+2+3=6$)。7 和 13 又如何?就数学家的观点而言,与 6 或 12 相比,7 和 13 没有更好也没有更差,但较有趣。因为除了 1 和自身之外,它们没有其他因子。这样的数称为素数,它们是构成其余所有数字的“原子”。

坚信数字神奇性的数字命理学家和其他神秘主义者,通常将毕达哥拉斯(Pythagoras)尊为导师。这位希腊哲学家的确曾设法借助于整数和几何形状之力来了解宇宙。或许我们会觉得许多他所谓的发现过于简单化,但事实上毕达哥拉斯是一位先驱,他的名言“万物皆数”(all is number)是革命性的创新观念。不过毕达哥拉斯关于宇宙的概念仍然极为狭窄,仅限于自然数和分数。当他的学生发现正方形的对角线无法用两个整数之比来表示时,毕达哥拉斯学派的世界观被摧毁了。传说中,发现无理数的人后来被处死。

柏拉图和其后的新柏拉图学派不断尝试利用数字来了解自然和宇宙。3 世纪,哲学家扬布里柯(Iamblichus)将新柏拉图学派发展成为一种“算术神学”。从扬布里柯的作品中可以看出,他摇摆于毕达哥拉斯学派的观念与自由联想之间;数字成为神秘的象征符号——数字命理学由此诞生。

大概就在同一时期,名为卡巴拉(Kabbalah)的犹太神秘主义开始盛行。所有卡巴拉文字作品中最古老、最神秘的《创造之书》(Sefer Yetzirah)写于 3 世纪至 6 世纪间。它以数字 1—10 以及 22 个希伯来文的字母诠释宇宙的诞生和秩序。1 是神,2 是神圣智慧,3 是世界认知,接着依次是爱、力量、美等等。卡巴拉的第二本书《光辉之书》(Zohar)据说大约完成于 13 世纪,对犹太神秘主义亦产生重大影响。卡巴拉所用的工具之一是替换法(Gematria),这个词源自希腊语作品中的 geometry(几何),不过多数犹太祭司并未认真对

待这种方法。这种方法是指赋予希伯来文的字母以一定的数值,借以进行字母、单词和短语的计算。一个文本一旦被简化为一个数值,该数值可以重新扩展成不同的单词和短语。因此,替换法开启了诠释和预言、进而探索文句与思想之间关系的无穷可能性。

令人惊讶的是,科学家和神学家都直觉地认为,数字,而且只有数字才可以恰当地描述这个世界。15 世纪德国红衣主教尼古拉(Nikolaus von Kues)写道:“那些对数学无知的人无法真正了解上帝。”当然,他们的直觉如今已经转变为人们的信念,我们知道数学是理解自然的基础。和昔日的数字命理学家一样,现代的自然科学家不断思索观察到的现象,试图建立各类数据之间的联系。

数学向来是科学家必需的基本工具,对这一点自然科学家始终感到讶异。1963 年诺贝尔物理学奖得主威格纳(Eugene Wigner)在一篇被广为引用的文章中提到了“自然科学中数学的不合理有效性”。爱因斯坦(Albert Einstein)也扬弃毕达哥拉斯的世界观,问道:“数学是人类思想远远独立于经验之外的产物,怎么可能如此美妙地适用于现实事物呢?”对他来说,这个世界最令人费解之处就在于它是完全可理解的。

相较之下,对信奉神秘主义的数字命理学家而言,事情就简单多了。所有“似真”的事——许多信仰或迷信让人觉得好像真的一样——都可以当作是合理的。这些信奉神秘主义的数字命理学家缺少科学方法,他们认为没有必要利用严谨的实验来确认或驳斥某种理论。

伽利略(Galileo Galilei, 1564—1642)是率先反对仅根据自然现象的似真性、神学天启或早期权威的主张来解释自然现象的自然哲学家之一,他要求用实验、观察和推理来证明自然现象。他写道,

自然之书是用数学的语言写成的。如今,伽利略的方法被认为是理解我们周遭世界的唯一有效的方法,但在16世纪却被认为完全是异端邪说。

有一位与伽利略同时代的人认同观察的必要性和数学的普遍性,但却沉溺于神秘主义和占星学,这个人就是来自布拉格的开普勒(Johannes Kepler)。1594年,23岁的图宾根大学神学专业的毕业生开普勒,以研究当时所知的行星运动开始他的天文学研究生涯,这些所知的行星包括水星、金星、地球、火星、木星和土星。开普勒的目的是为这些行星轨道找出数字规律,这对当时年轻的他极为重要,因为他坚信占星学。终其一生,开普勒都坚信星体深具神奇的力量。因此,就像参加智力测验的学生努力弄懂一系列数字一样,开普勒设法找出他所拥有的数据的规律性。他将数字进行加、减、乘、除,使用因子和常数,并假设有看不见的行星。结果什么也没有得到,完全是徒劳无功。“我浪费了太多时间玩弄这些数字”,他后来后悔道。

顿悟的一刻出现在1595年,当时开普勒已是学校老师。他在黑板上画一个几何图形时,突然灵光乍现:行星沿着绕球面的轨道运行,柏拉图多面体^①外切于这些轨道球面。开普勒经过缜密计算,验证了闪现的领悟,确认自己的直觉是正确的。值得注意的是,他的误差小于10%,在当时的天文观察的精确度范围之内。一年后,他在《宇宙的奥秘》(*Mysterium Cosmographicum*)一书中发表了这项发现,该书广受专业人士的欢迎。天体之间和谐의交互作用充分证实了毕达哥拉斯的世界观,但有一个小问题:他的洞见其实是错的。

① 柏拉图多面体包括正四面体、正六面体(正立方体)、正八面体、正十二面体和正二十面体。——译者

几年后,真相大白。开普勒的死对头之一,奥匈帝国皇帝鲁道夫二世(Rudolph II)的皇家数学家第谷(Tycho Brahe),一直对他的结论持异议。由于开普勒无法获得第谷的那些显然较精确的数据,他没有办法解决这个问题。直到第谷去世,开普勒被指派为他的继任者之后,他才得以接触到这些观测数据。这时,开普勒终于能够分析第谷的行星观测数据,并完成他自己制作的表格。最终他意识到行星的轨道不是正圆,而是椭圆形的,因此,行星并不绕着球面运行。支持开普勒的都说他足够诚实,勇于坦白先前犯过的错误。1609年和1619年,开普勒出版了《新天文学》(*A New Astronomy*)和《世界的和谐》(*Harmony of the Worlds*),提出3个观点。这一次,这些观点是正确的,此后它们以他的名字命名为开普勒定律。

在开普勒第三定律中,开普勒将行星绕太阳运行所需的时间与其椭圆轨道轴长联系了起来。他卓有远见地认为,行星距太阳的距离与行星运行速度之间必定有某种数学关联,但是什么样的关联?这是另一项智力测验要解决的问题。数列58、108、150、228、778、1430(行星椭圆轨道半长轴的长度,单位为百万千米),与数列88、225、365、687、4392、10753(轨道周期,以天为单位)两者之间有什么关联?开普勒轻而易举地解决了这个问题。他证实轨道周期的平方除以半长轴的立方,几乎都等于0.04,所有六大行星都是如此。这一次同样未经过任何合理化的推导,他凭借直觉得出了自然界最基本的定律。

开普勒的直觉无论对错,都源自于他的深刻信念:上帝依循数字定律创造这个世界。相互套叠的柏拉图多面体,每一个都可以被纳入一个球体中,一个套一个。这样的概念对启蒙时代的自然科学家们来说,似乎就像一变量的平方应该与另一变量的立方成正比

一样似是而非。虽然开普勒的第一次假说被证明是其丰富的想象力所虚构出来的,但第二次假说却成为载入史册的重大发现。

很长一段时间,开普勒三大定律只被当作有关数字的珍奇现象。那个时代的自然哲学家都是虔诚的信徒,他们相信那些定律之所以成立的原因——如果确有原因的话,必是将永存于上帝永恒智慧之中的一个难解之谜。直到1687年,牛顿(Isaac Newton)巨著《自然哲学的数学原理》(*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*)问世,开普勒定律才有了坚实的理论基础。这位英国物理学家提供了数学证明,证实了行星运动不仅遵循神圣的法则,而且必然沿着椭圆形轨道运行。

与牛顿同时代的人没有欣然接受他的引力定律。虽然每个人都了解拖拉马车它就会动,但人们需要具有丰富的想象力才能接受不需碰触拖杆、马车也可以移动到远处这个事实。然而,牛顿的模型仍需要一种神圣的力量来扮演管理者,由他来处理诸如稳定性和能量耗损等问题。直到牛顿的法国后继者、理论力学先驱拉普拉斯(Pierre-Simon de Laplace),才废除了上帝制定世界秩序这个假说。

尽管牛顿似乎理性至上,但信仰虔诚的他却从未停止涉猎秘传科学、神秘学和数字命理学。开普勒的癖好是占星学,牛顿则沉迷于炼金术,而且后半生痴迷于此。他夜夜寻找传说中的“点金石”^①,结果当然徒劳。总之,他曾因混合和倾注有毒物质而导致化学中毒,原因可能是水银。不过,当时钻研炼金术被视为时尚之举,即使自然科学家也是如此。为了阅读《摩西五经》(*Five Books of Moses*)原

^① “点金石”是一种神奇物质,据说能使一般的非贵重金属变成黄金,也可以借此制取长生不老的灵药,也称“哲人石”。——译者

文,牛顿甚至自学希伯来文。据称上帝的秘密定律隐藏在《圣经》中,他进行了数千页深奥的数字命理学计算,试图从经文中得到科学信息。在花了数百个小时揭开那些定律后,牛顿得出不可避免的结论:世界会在 2060 年毁灭……而如果不是那时,那一定就在 2370 年。

与此同时,越过英吉利海峡,在汉诺威居住着莱布尼茨(Gottfried Wilhelm Leibniz),他与牛顿一样聪明,各方面旗鼓相当。莱布尼茨的智识超前那个时代几十年,在他众多的事例中,最著名的一项是提出了以二进制数字系统为基础的计算器概念。

说到神秘主义,莱布尼茨与他的英国对手也不相上下。对莱布尼茨来说,二进制的 0 与 1 数字不只是一种计算工具,它们完全就是了解万物起源的钥匙。1 代表上帝,0 代表虚无。数值 7 代表创世第七天,也就是安息日,用二进制法写就是 111,而这是三位一体的象征……诸如此类。“当上帝进行计算时,世界被创造出来”,他写道。莱布尼茨坚持认为二进制不是他发明的,他只是发现了它。他深深折服于二进制,认为借助于这种方法,他可以让已经拥有阴和阳二进制符号的中国人改信天主教。

1869 年,毕达哥拉斯世界观再度盛行,当时门捷列夫(Dmitri Ivanovich Mendeleev)提出了一张化学元素周期表,将元素按原子的质量排序。尽管当时少有迹象显示还有其他化学元素存在,门捷列夫高瞻远瞩,在他的周期表中给尚未发现的元素留下了一些空格。在两种人类已知甚久的元素,即原子量 30 的锌与原子量 33 的砷之间的空白处,一定存在原子量 31 和 32 的元素。门捷列夫坚信这些空白总有一天会被填补。门捷列夫被证明是对的,仅仅几年后镓和锗被发现了,它们的质量和门捷列夫预测的一致。

大约在同一时间,1885年,瑞士教师巴耳末(Johann Jakob Balmer)被卡巴拉完全吸引,在研究数字命理学后,他建立了氢光谱波长的简单公式。30年后,玻尔(Niels Bohr)利用量子力学对此作出了解释。

18世纪末及19世纪初最重要的“数学之光”、后来被称为“数学王子”的高斯(Carl Friedrich Gauss)从幼儿时期起就对数字深深着迷。关于青年高斯的数学能力流传着许多趣闻轶事,他甚至在会说话之前就能进行精确计算。3岁时,他订正了父亲薪资计算上的错误;8岁时,他能立刻解答出一个别人耗时费力的问题——求前一百个整数之和,让老师大吃一惊。当然,成年之后的他从事更重要的工作。1798年,高斯出版巨著《算术研究》(*Disquisitiones Arithmeticae*),凭借一己之力,将当时称为高等算术的数论研究推向了新高点。他著名的很多年后才公之于众的素数定理描述了素数在整数当中的分布情况。高斯终生都是虔诚的基督徒,他的数字研究与神秘主义毫不相干。对他来说,上帝和数论都是完满且完美的,并以“上帝会算术”表达这个信念。

19世纪末,康托尔(Georg Cantor)彻底改变了数学世界,他创立了集合论,假设无穷有不同的大小。耶稣会士利用他的概念衍生出上帝的存在,宣称唯有上帝才可达到超级无限。康托尔马上表示与这样的诠释保持距离。另一方面,他展开大胆的神学思考,思索所有集合的集合——这种概念甚至不合逻辑,因此他的研究成果得不到普遍好评就一点也不足为奇了。他的对手甚至想办法奚落集合论。柏林的克罗内克(Leopold Kronecker)总结说:“上帝创造了整数,其余的工作由人来做。”一位美国数学家补充说,集合论是上帝的理论,最好留给上帝。20世纪初最具影响力的数学家、哥廷根