

理 论 力 学

浙江大学力学教研組編

浙江大学教材科印刷厂印

1960年8月

理 論 力 学

浙江大学力学教研組編

浙江大学教材科印刷厂印

1960年8月

理論力學目錄

緒 論

第一篇 靜 力 學

第一章	靜力學的基本概念與公理	7
第二章	匯交力系	14
第三章	平行力，力偶理論	23
第四章	平面力系	32
第五章	空間力系	46
第六章	重心	56

第二篇 運 動 學

第七章	点的运动	64
第八章	剛体运动基本形式	77
第九章	点的合成运动	86
第十章	剛体平面运动	94

第三篇 動 力 學

第十一章	动力学基本定律	106
第十二章	运动微分方程式	112
第十三章	动量定理	127
第十四章	动量矩定理	135
第十五章	动能定理	152
第十六章	达朗伯原理	172

緒 論

1. 理論力学的对象

自然界中的各种物质，經常都在运动、变化、发展着。“就最一般的意义來說，运动是物质的存在形式、物质的固有属性，它包括宇宙中所发生的一切变化和过程，从简单的位置变动起直到思维止。”（恩格斯，自然辯証法，人民出版社，1955年，46頁）。因此，物质的运动不仅有物体在空間的位移（机械运动），而且还有热、化学过程、电磁现象以至最高级的运动形式——人們的知覺和思维。运动是物质不可分割的属性。“世界上除了运动着的物质外，沒有別的任何东西；而运动着的物质除了在空間与時間之內就不能运动。”（列宁，唯物主义与經驗批判主义，人民出版社，1956年，171頁）。“把运动跟物质割离，把我的感覺同外界世界割离，就是說轉移到唯心主义方面。”（列宁，唯物主义与經驗批判主义，人民出版社，1956年，272頁）。运动和物质一样永恒地存在，既不能被創造，也不能被消灭。

力学研究物质运动的最简单形态——机械运动。机械运动就是物体彼此間相对位置的变化（物体在空間的位移和本身的变形）。平衡是机械运动的一个特例，所以力学也研究物体平衡的規律。但必須認清绝对平衡是不存在的，“一切平衡都只是相对的和暫时的。”（恩格斯，自然辯証法，人民出版社，1955年，206頁）。

理論力学研究机械运动的一般規律（在这个意义上讲，把它称为一般力学更为恰当）。所以理論力学是力学其他部門（如材料力学，彈性力学，空气动力学等）的基础。本書又將理論力学分成三个部分来敘述：

- （1）靜力学——研究物体平衡和力的規律；
- （2）运动学——研究物体运动的几何規律；
- （3）动力学——研究物体运动和力的規律。

我們將研究的理論力学，也称为古典力学，它以伽利略和牛頓所表达的基本定律为基础。由于19世紀末和20世紀初物理学上的巨大成就，已弄清古典力学定律的应用范围是有限制的：当运动物体小到接近于原子或速度大到接近于光速时，这些定律就不能应用了。1905年，爱因斯坦在相对性原理的基础上，发表了相对論力学，使古典力学中空間、時間、質量与能量等概念引起根本性的变革。但是，古典力学仍保持着实际应用的价值，因为根据古典力学定律与相对論力学定律所得出結果間的差別，在日常情况下是異常微小而可以略去的。所以，工程計算都按古典力学定律进行，高等工业学校中学习的是古典力学。

因为力学研究物质运动的最简单形式，它是最基本和最早发生並发展的自然科学之一。恩格斯說：“一切运动都是和某种位置变化相联系的，……运动形态愈高級，这种位置变动就愈微小，位置变动决不能把有关的运动的性質包括无遺，但是却不能和运动分开，所以首先必須研究位置变动”（恩格斯，自然辯証法，人民出版社，1955年，46頁）。力学中的概念，規律和方法也应用于其他自然科学中，对其发展起了重大的作用。但是，由于力学只研

究机械运动，决不能要求以力学的规律来解释自然界所有的现象。否则我们就会走上机械唯物论的道路。

古典力学的最重要应用是在各种技术部门中。工程实际对力学提出了各种各样的问题，例如机器的设计，建筑结构的计算，车、船、飞机等的力学问题；炮弹的运动问题，以至于火箭、导弹和宇宙航行的问题，这些问题的提出，促进了力学的发展。从而，在理论力学中又分出了：机器与机构理论，外弹道学，回转仪理论，振动理论，运动稳定性理论等部门，并得到了独立的发展。反过来说，力学也曾经而且正在促进技术的进步。所以理论力学有着十分重要的实践意义。

2. 理论力学的方法

每一种科学与其所研究的客观世界现象的范围有关，而有它自己的方法以描述和研究这些对象。理论力学也有它自己的方法。

理论力学是依据于观察和实验的结果，并且利用数学工具对这些结果进行分析的自然科学。正如一切其他自然科学一样，力学研究的出发点是观察、实验和实践。在认识力学规律的过程中，实践具有决定性的意义。

在观察自然时，我们不可能立刻就掌握现象中多样性的各方面。所以必须在观察到的具体而丰富的材料中，抽出现象中主要的、本质的特征，而略去其他次要的东西。这就是所谓抽象化的方法。在理论力学中，为了简化研究，常常需要略去对象的某些次要性质，而得到某些经过简化的对象（简化模型），来代替真实的物理对象。例如，略去物体的变形而得出刚体的概念，略去物体间的摩擦而得出光滑约束的概念等等。这样就能得到问题的近似解决。当然，为了进一步接近实际，就有必要考虑以前所略去的性质的影响。例如，研究了刚体的力学问题后，就可以进行变形体力学问题的研究，研究了光滑约束下的力学问题后，就可以转入考虑摩擦的影响等等。这种从简单到复杂的研究方法，在理论力学中广泛地被应用着，由此可见，抽象化这一方法在理论力学中起着十分重要的作用。在观察和研究个别现象时，只有撇开一切特殊的、有条件的、孤立的、特有的性质，我们才有可能来建立普遍的规律性，而洞察现象的实质。所以列宁说：“当思维从具体的东西上升到抽象的东西时，它不是离开——如果它是正确的——真理，而是接近真理，……那一切科学的（正确的、郑重的、不是荒唐的）抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”（列宁：哲学笔记，人民出版社，1956年，135页）

人们用抽象化的方法，把多年来观察、实践中所得的结果加以归纳综合，而得出了某些简单的普遍原理或定律。这些基本定律或公理是全部力学的基础。

为了得出进一步的结论，仅利用抽象、归纳的方法是不够的，我们还必须从所得的基本定律中，推演出某些具体的结论来。这就是所谓演绎法。同在一切实科学中一样，归纳法和演绎法不是彼此排斥，而是相互补充，缺一不可的。由于理论力学中所注意的主要是量的关系，因此在推演时广泛地应用了严格的数学推导和计算，例如从普遍的万有引力定律，就可以推演出宇宙火箭的运动规律等。在理论力学中，数学演绎法有广泛的应用。

但是，无论利用归纳法或演绎法所得的结果，都必须在实践中加以验证。马克思说：人

的思維是否具有客觀真理性，這個問題並不是一個理論的問題，而是一個實踐的問題。譬如，理論力學中把物體的變形略去而作為剛體來研究，其所得結論是否正確，就要看它是否符合於客觀實際。人類認識真理性的唯一標準，就是實踐的標準。人類認識一件事物，總不能立刻完全無遺漏地接觸到所有各方面，在實踐中就會繼續暴露事物更深入，更本質的方面，從而提高了我們的認識，推進了科學的發展。所以理論力學的方法，正如一切科學一樣，是遵循着列寧所指出的正確道路：“從生動的直觀到抽象的思維，並從抽象的思維到實踐，這就是認識真理，認識客觀實在的辯證的途徑。”（列寧：“哲學筆記”人民出版社，1956年，155頁）；也就是毛澤東同志所指出的：“通過實踐而發現真理，又通過實踐而証實真理，發展真理，從感性認識而能動地發展到理性認識，而從理性認識又能動地指導革命實踐，改進主觀世界和客觀世界，……這就是辯證唯物論的全部認識論，這就是辯證唯物論的知行合一觀”。（毛澤東，毛澤東選集，卷1，人民出版社，1952年，265—296頁）。

3. 力學發展史

在力學的發展史上，完全証實了恩格斯的話：“科學之有賴於生產，更甚於生產之有賴於科學”。

力學是最古老的科學之一。自遠古以來，人類就開始在勞動中積累起力學上的知識。我們現在稱為“簡單機械”的那些裝置，很古時就已應用。古代許多復什的軍事工程及宏偉的建築，如埃及的金字塔，中國的長城等，給力學上各種知識積累了豐富的材料。

古代我國，在力學方面有許多創造，據考証我國約在夏代（公元前2033—1562）已發明了世界上第一輛車，到殷代（公元前1561—1123）已出現四馬拉的戰車。春秋戰國（公元前722—221）時已相當發達。例如利用槓桿原理的秤，天平，碓，桔槔，拋石機等在戰國時代都已發明，而且還發明了世界上最早的曲柄滑塊機構——碓。但是，在奴隸社會中生產力水平的十分低下，加上奴隸制的生產關係，不能促進科學的發展。力學和其他科學一樣，不可能迅速的發展。

值得一提的是，在公元前四世紀人類開始企圖解釋力學現象時，我們古代偉大的科學家墨翟（公元前460—376）著作了我国最早的科学典籍“墨經”。他首先提出了力的定义，並曾研究過槓桿問題。世界上最早出現力學理論的光榮應該歸於我們祖國。約一百年後，希臘力學家阿基米德（公元前281—212）也研究了槓桿問題。他總結了古時在靜力學方面的知識，奠定了靜力學的基础，給出了槓桿平衡問題的正确解答，並創造了關於重心的學說。

力學在中世紀的特征，象在其他科學部門一樣，几乎是完全停滯。這可以由封建制度生產关系的特征与神学在哲学与科学中的統治地位來解釋。但應該指出生產還是一直向前的，因此力學在生產上的應用還是有一定程度的發展。尤其值得注意的是我國古代的科學家在應用上取得了輝煌的成就。直至十四世紀以前，我國在這方面的成就還是超出西方而處於世界前列的。在封建社會的初期階段（公元前221—公元618，秦漢至唐，由於生產關係尚適合於生產力的性質。就在相當大的程度上推動了力學的發展，例如秦代水利學家李冰父子，領導人民修成都江堰，並科學地總結出“深淘灘、低作堰”六個字，作為以後修守則。都江堰，這是我國人民值得自豪的偉大的科學創造之一。在漢代，科學家張衡（公元70—139）

創造了“渾天儀”，“候風地動儀”。杜詩（公元30年左右）發明水排以冶鑄。畢嵐（公元108—189）發明了翻車和渴烏，前者是水車，後者是唧筒。在民間以滑車吊起重物和打水已廣泛應用。魏晉以後，在機械學方面有很大發展，尤其是齒輪方面，其代表作有“指南車”與“記里鼓車”。指南車據記載漢張衡已能製造，其法失傳。三國魏機械科學家馬鈞（235年左右）又獨立創造成功。馬鈞還發明了利用慣性原理的離心拋石機。在唐代以後至明末（618—1600），中國封建社會已進入中期。生產關係阻礙生產力的發展，統治階級對農民的殘酷剝削的經濟基礎與儒學、佛教的唯心主義思想都相當嚴重地扼制了科學的發展。但在這時間中還是有一定發展。在宋代又出現了火箭，其原理是利用火藥爆炸的反推力，就是現在火箭與噴氣飛機的原理。再如出現在當時民間的走馬燈，這實在是一種汽輪機的雛型。終因封建社會生產關係束縛，我國力學主要在應用方面發展，而未能發展成完善的理論。同時代中在西方情況也頗相似，甚至还比我國水平更低些，主要在“永動機”製造的嘗試中也相當地促進了關於機械觀念的發展。

到了文藝復興時代（15世紀後半期）由於商業資本、手工業、航海和軍事的发展，吸引着當代人們的注意和學者的研究，因而力學也隨之有了空前的發展，使力學推向更高的階段。正如恩格斯所說：“這是一個人類前所未有的最偉大的進步的革命，是一個需要而且產生了巨人——在思想能力上，熱情上和性格上、在多才多藝上和學識廣博上的巨人的時代”，（恩格斯，自然辯證法，人民出版社，1955年，5頁）。

著名的意大利藝術家物理學家與工程師達·芬奇（1452—1519）便是這個時期進行力學工作的傑出代表，他意識到實驗和運用數學解決力學問題的重要性。在力學範圍內研究了物體沿斜面運動和滑動摩擦，並研究了作用在滑輪上力的平衡，引用了力偶和力矩的概念。

接着，偉大的波蘭學者尼古拉·哥白尼（1473—1543）接受了人們長期對天體運動觀察的結果，加上自己對宇宙問題的考察和用數學方法的研究，創立了宇宙的太陽中心學說。這對“聖經”上所確定的宇宙概念是一個很大的打擊。儘管教會不斷的反對，燒殺了真理的追隨者卓爾達諾·勃魯諾，但殘暴的反動力量畢竟不能扼殺時代現實生活 and 社會經濟發展所產生的思想，因而引起了宇宙觀的根本變革。“從此，便開始了自然科學之從神學中的解放……”（恩格斯，自然辯證法，人民出版社，1955年，6頁）。這一發現，促使天體力學（研究天體運動的學問）的萌芽。由於人們對天體運動多年的觀察，積累了豐富的知識。德國學者約翰·刻卜勒（1571—1630）建立了行星運動的三大定律，後來成為牛頓萬有引力定律的基礎。

繼哥白尼之後，意大利科學家伽利略（1564—1642）開始了力學發展的新時代。他研究了落體、拋物體、單擺與物體在斜面上的運動，得出了一系列研究成果，發表了動力學第一定律——慣性定律。

荷蘭科學家惠更斯（1629—1695）等又繼續着對動力學的研究工作。直到牛頓的時代，就有條件把大量積累的豐富資料，加以系統的整理並提高成為一門嚴密完整的科學。牛頓（1643—1727）建立了古典力學的基本定律，並利用這些基本原理，研究得到萬有引力定律、月球理論、慧星運動理論、潮汐理論，創立了物體在阻力介質中的運動理論，這些都給以後力學輝煌的發展奠定了廣闊的基礎。所以也稱十七世紀是動力學的奠基時期。

但是在牛頓力學中，方法上有着古代幾何學和圓錐曲線理論帶來的缺點。因而在十八世紀，為了適應機械工業發展的需要，力學便沿着數學分析法的方向發展。俄國彼得堡科學院院士遼納多·歐勤（1707—1783）創立了解析動力學。法國數學家及力學家拉格朗日（1736—1813）的著作“解析力學”中達到了最高的成就。拉格朗日將虛位移原理與達朗伯原理結合起來，得到了動力學普遍方程式。特別是他的第二類方程式，對於解決非自由質點系動力學有着重大的意義，在機構動力學、在微振動的問題中、引用這些方程特別簡捷。

在十九世紀初，由於工程技術的需要，提出許多具體力學問題。從研究的經驗中，清楚的看到無論是固體、液體和氣體，用解析法進行研究往往太繁複，因而引起對某些問題應用力學幾何法的发展。到了法國學者布安索（1777—1859），力學的幾何方法上達到了極大的成就，在其著作“靜力學原理”中，引出了力偶概念，敘述了力偶的理論，並應用到力系合成的問題中。在運動學中也建立了剛體轉動的合成和分解理論，引入了剛體運動瞬時轉動中心概念，並且利用瞬時轉動中心軌跡與瞬時轉動軸軌面，給剛體運動以幾何的解釋。在動力學中，布安索引進了慣性橢球的概念，並利用它來對剛體繞定點的慣性運動加以幾何解釋。

由於生產技術水平的提高，電磁學的研究，新的測量和試驗水平的提高，推進了宇宙運動及電子運動的研究。適用於宏觀的低速（與光速比較）的牛頓力學，已不能正確反映以上問題的运动規律了。愛因斯坦根據前人無數次實驗，勇敢地否定了絕對空間和絕對時間的概念，從而創立了相對論。

十九與二十世紀中，由於工業建設的發展與現代航空技術的發達，力學向着專門方向發展。如彈性力學，流體力學，氣體動力學各方面都有了極大的進步。其中俄國與蘇聯的科學家們有着傑出的貢獻，各方面都有出色的代表：如契伯雪夫（Чебышев）（1821—1894）奠定了機構運動學的基础，建立了機構理論，里亞普諾夫（Ляпунов）（1851—1918）建立運動穩定性理論，在物理和現代自動控制技術方面獲得廣泛的應用。在人類向空間的發展中，俄國學者儒可夫斯基（Жуковский）為工程空氣動力學奠定了發展的基础，蘇聯政府在1920年授予他“俄羅斯航空之父”的光榮稱號，他的學生恰普雷庚（Чаплыгин）院士（1869—1942）建立了現代空氣動力學的基础。由於恰普雷庚的卓越的成就，蘇聯政府在1941年授予他“社會主義勞動英雄”的稱號。在船舶振動，彈道理論方面，克雷洛夫（Крылов），（1863—1945）有着巨大的貢獻，因而也獲得“社會主義勞動英雄”的稱號。

十月革命以後的四十年間，蘇聯科學技術以前所未有的速度向前發展。1957年10月4日，蘇聯成功地發射了世界上第一個人造地球衛星，開闢了人類進入宇宙空間的新紀元，將科學技術研究事業推向新的階段。接着在1957年11月3日和1958年5月15日發射了第二，第三個人造地球衛星。又在1959年1月2日，9月12日和10月4日發射了三個宇宙火箭，其速度已達到或接近第二宇宙速度。1960年5月15日，8月19日，蘇聯又發射了兩個瓦型宇宙飛船，而且第二個宇宙飛船還安全地返回地球。這一系列的成就表明蘇聯在火箭運行軌道的計算，發動機，火箭和導航系統的設計和製造等方面都解決了復雜而精細的力學問題。蘇聯在火箭技術，宇宙飛行上的一系列勝利，不僅標誌着蘇聯的力學居于世界第一位，還標誌着蘇聯在一系列科學技術部門已居于世界第一位。因此毛主席認為這是“東風壓倒西風”的標誌。

在偉大十月革命後，蘇聯科學技術之所以得到空前的發展和巨大的成就，是由於共產黨

的英明領導。只有共产党才能最正确地估計形势，掌握社会生产发展規律，从而在生产推动科学发展中指出正确的方向。党和政府在发展科学的各个方面給予大量的最有效的支持，使其获得一切必要的条件。更重要的是，共产党給广大科学队伍以馬克思列宁主义思想武器，把全国科学技术的力量組織成一个有高度效率的战斗集体。

1949年我国解放以后，在共产党的领导下，我国已进入新的历史阶段。在偉大的社会主义建設中，特别是1958年大跃进以来，象我們国家的全部生活一样，科学技术获得了巨大的发展和卓越的成就。在力学方面，也有了突飞猛进的发展。自1956年中国科学院成立力学研究所以来，十余个高等学校先后設立了力学专业，力学工作者的队伍正在不断扩大、加强，从而奠定了我国力学研究的基地。此外，我国已建成武汉长江大桥，噴气飞机，万吨輪船，十万吨汽輪机，佛子嶺等大、中型水庫，人民大会堂等宏偉建筑，这些都标志着我國力学正密切結合着生产技术的需要在飞跃发展。随着工农业生产的持續大跃进，不断出現新的力学課題，从而促使力学科学不断跃进。如长江三峡水利工程是世界最大的水利工程，就迫切地需要对稳定、热应力、坝体和閘門振动、空蝕等一系列問題进行理論和实验的研究。又如航空事业的发展，需要对超聲速，高超聲速飞行和宇宙航行技术进行研究。尤其在大跃进以来，由于政治挂帥，发动群众，破除迷信、土洋并举、广大工农群众在技术革新、技术革命中作出不少創造发明。我国的力学，与其他科学一样，正以惊人的速度沿着中国式的道路飞跃前进。

社会主义制度为科学技术的发展開闢了无限广寬的道路，社会主义工农业的持續跃进，給力学事业以巨大的动力。可以断言，在中国共产党的领导下，以馬列主义、毛澤东思想为指导，我国力学事业必将获得光輝的成就。

第一章 靜力学的基本概念与公理

在工程实际中，往往可以見到这种情况，如在車間內的吊車，相对于車間來講是靜止的，而其本身則是作等速直綫平移运动。固定在机座上的电动机是靜止的，而已運轉的电动机其轉子是在作等速轉動的，諸如此類的运动状态，我們說这些物体都是处于平衡状态的情况，由此我們可以認識到所謂一物体处于平衡，实际上是包括有这样两种情况：(1)所指的平衡是靜止不动的，即相对的講它的位置保持不变，這類問題一般是在靜力学这一部分里討論的，(2)从力学意义上講也是平衡的，即一部分物体作等速直綫运动和等角速轉動的情况。这些平衡的道理将在动力学部分加以闡明。所以在理論力学第一部分，剛体靜力学中，主要就是研究剛体在外力的作用下，处于平衡状态时外力所應該滿足的条件，亦即要研究以下两个主要問題：

1. 将作用于剛体上的已知力系代換为另一与之等效的而又較簡單的力系，即作用于剛体上的力系的簡化与合成。
2. 如剛体在已知力系作用下处于平衡状态，則这一力系的各力之間究竟应存在何种关系，也就是作用于剛体上力系的平衡条件的推証。

1-1 剛体質点的概念

剛体 乃是指物体中各点間的距离在任何情况下均保持不变者。換言之，如果有一物体在力的作用下永远保持其原有的几何尺寸与形状而不改变，則此物体称为剛体。然而，由經驗可知，任何物体在外力作用下，都或多或少的会发生变形的。因此，剛体事实上並非是絕對在力的存在的。但是在靜力学的研究中，我們仍是將某些物体看成为剛体，这是因为：(1)实际上絕大多數物体，在力的作用下虽有变形但都是极其微小的，在研究物体平衡的一般問題中，这种微小变形就属于次要因素，对于計算的精確程度並無多大影响，因而可以略去不計，(2)將所研究的物体看作剛体，能大大簡化力对物体的作用和力系的平衡条件問題的研究。只有在研究过剛体靜力学以后，才能进一步研究关于較更複雜的变形体平衡問題。

質点 任何物体有一定的大小和形状，但有的物体其本身的几何尺寸較大，有的則較小。質点的概念是将实际物体撤开它本身的几何尺寸而得到的簡化了的模型，因此“質点”可以理解为在任何方向的度量（尺寸）都極微小的物体，但質点仍是具有一定大小的質量。

在研究問題时，要将物体簡化为剛体或質点，是由物体的运动范围及所研究問題的性質來确定。如果物体的运动范围比物体本身的几何尺寸大很多，則可將本身的几何尺寸略去不計，而將此物体看作为質点，反之如运动范围很小，而本身的几何尺寸大，則应将物体視為剛体，此时物体本身尺寸不能略去不計。例如苏联在1958年5月15日发射的第三顆人造卫星其直徑为1731米，高3.57米，重1327公斤，这是巨大而又惊人的重量，当我们研究它的运动时（运动速度、軌道等），虽然它具有一定度量，但仍可將它看作为質点，这是因为人造卫星的大小比起

它的运动范围(苏联第三颗人造卫星轨道最远点距离地球1888公厘)来说,人造卫星的度量是极小的,同时,象研究行星绕太阳的运动时,行星可看作为质点,因为在整个问题中行星的大小对于它们与太阳的距离来说就显得是微不足道的渺小。但在研究行星的自转时,则应将地球视为刚体,由此知,一个物体究竟是简化为质点还是刚体,是要视所研究问题的性质来确定的。

1-2 力的概念

力的概念,是力学的基本概念之一,这个概念,是由于人们从事劳动而认识的,例如,当我们拿起一本书,或者要推动车子,也就是说,当我们使某一物体的运动状态发生改变时,我们就会感觉到有力的存在,实际上使物体发生运动状态的改变,并不仅仅依靠人施力作用的结果,其他物体作用,也同样可以产生这一效果,例如,由于地球对地面附近每个物体的作用,其结果使物体向地面下落,这样物体的速度逐渐在增加,车箱在制动时,它的速度逐渐减小,物体的速度通常不仅大小在改变,并且方向也在改变。对于其它物体的这种“作用”,我们也称为“力”。

由此,可得关于力的概念如下:两物体之间的相互作用,其结果使物体的运动状态发生改变,这种作用我们称之为力。

从上述,我们可以由力的概念得出两个最基本的观念,1)力是由物质产生的,而且在物体相互作用中得到表现;2)力的作用使物体的运动状态发生改变。

对于力的概念见之于文学记载的以中国最早,远在战国时期,我国伟大的哲学家墨子(公元前490—403),在其著的“墨经”中,就已经表现出他对力的概念有了很深刻的认识。如他说:“力、形之所以奋也”。用现在的话来说就是“力是使物体由静止开始运动的原因”。当然,墨子的这个关于力的定义,在现在看来还是不够十分完整与精确的。

由实验可知:力对已知物体之作用即由于它而引起物体运动状态的改变是完全决定于下面三个因素:

1. 力的作用点; 2. 力的方向; 3. 力的大小或其强度。

力的作用点是力所直接作用之物体部分,力的方向即为在此力作用下静止物体所产生之运动的方向;力所在的线称为此力的作用线。

力之大小是指此力与某一被定为单位之力比较而言。在工程单位制中,力的单位是公斤,因此,每一力的数值,大小均以若干公斤计算。

因为力对物体的作用,不仅决定于其大小,同时决定于其方向,而且以后我们会知道,力符合平行四边形合成法则,所以力是矢量。

表示力的方法。在图解中,力用一有向线段来表示,线段的始点表示力的着力点;线段的长度表示力的大小(按照某一比例);线段上的箭头则表示力的方向,以后,力(或其他矢量)则用阔体字(如 F)或加箭头之普通字(如 $\vec{F}$)表示之,如果不加箭头(如 F)则仅表示其横(即其大小)而不表示方向。

1-3 静力学基本定义及公理

作用于已知物体上的力群称为力系。如果物体在已知力系的作用下不改变原来运动状态

(例如保持静止)则此力系称为平衡力系。

如果作用于已知物体上的力系可以用另一力系来代替而不改变该物体原来的运动状态,则此两力系互等,称为等效力系,由此可知,如果两力系各与第三力系互等,则此两力系亦必互等。如已知力系与一力互等,则此力称为该力系的合力。

上面已经讲过,在静力学这一部分里,主要研究以下两个主要问题,即力系的合成与平衡,既然,静力学是研究客观物质在力作用下的平衡的规律,则我们当然应该从实际出发,亦即从观察与研究实际事物来作为我们的出发点,由于客观事物的表象是各式各样的,因此根据对于物体平衡的长期观察与研究,而得到的各种各样的现象中,加以概括与综合,而得出其最基本的共同规律,将这些规律表述成为公理的形式,以作为静力学这部分科学的理论基础。

公理1:欲使作用于绝对刚体上的两力平衡,其必要与充分条件为:此两力大小相等,并且在两作用点的联线上方向相反(图1-1)。

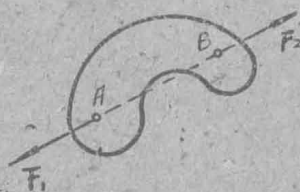


图1-1

公理2:在已知力系上附加以任意平衡力系,或从其中取出任意平衡力系,并不改变此力系对物体的作用。

系:可将已知力沿其作用线移至任何点而不改变此力对物体的作用。

[註1]:设力 F 作用于物体上(图1-2)。在这力的作用线上任取一点 B ,并在此点加上两个大小相等,方向相反并在与 F 之作用线为同一直线的平衡力 F_1 和 F_2 ,并让 $F_1 = F_2 = F$ 。因 F_1 与 F_2 两力互相平衡,同样, F_1 与 F 也互相平衡(公理1)根据公理2所得:

$$(F_1, F_1, F_2) \equiv F$$

及

$$(F_1, F_1, F_2) \equiv F_1$$

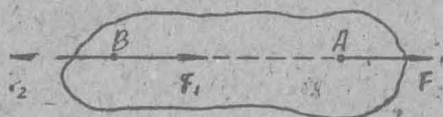


图1-2

由此可知 $F \equiv F_1$,即: F 力与 F_1 力互等,此即所需证明。

由上所得出力之性质称为力的可传性。

应该指出这里所说对物体的作用,只是指运动状态(平衡是运动的一个特例)至于

研究物体的变形或内力问题。本推论就不能适用,又应注意力只能在它的作用线上移动,不能移出作用线,这样只容许沿其作用线移动的矢量称为滑动矢量。

若作用于某物体上的力系的力数较多,物体是否平衡不易判断,为此常需将一个力数较多的力系归并为一个力数较少的互等力系,称为力的合成,1586年斯蒂芬研究物体在斜面上的平衡问题,得到相交两力的合成法则,现在作为公理叙述如下:

公理3作用于物体某点之两力,其合力之大小和方向由这两力所组成之平行四边形的对角线表示。如图1-3, R 即为 F_1 与 F_2 之合力,矢量表示式为: $F_1 + F_2 = R$



图1-3

系：如在同一平面内三个互不平行的力相互平衡，则其作用线必汇交于一点，这叫做三等平衡汇交定理。

〔証〕：设有三平衡力 F_1 、 F_2 与 F_3 作用于 A_1 、 A_2 与 A_3 点(图1—4)延长 F_1 与 F_2 之作用线至其交点 B ，将 F_1 与 F_2 移至此点并按平行四边形规则合成，将合力 R ，现在物体上只剩下两个作用力 R 与 F_3 ，根据已知条件，物体处于静止状态，故这两力必须大小相等，并作用在同一直线上而方向相反(公理1)因此力 F_3 的作用线重合于 R 的作用线并通过 B 点，证訖。

公理4：与任何作用同时，总是有与之大小相等，方向相反的反作用存在。此定律称为牛顿第三定律，或称作用与反作用相等定律。

应该指出，作用或反作用永远是作用于两个不同物体上的两个力，因此决不可与公理1混淆，说成作用与反作用互相平衡。

公理5：如变形体(非绝对刚体)在已知诸力作用下平衡则如将此物体变成绝对刚体，其平衡不受影响。也就是说：平衡的变形体，必然满足刚体的平衡条件。

例如一索 AB 受两力而平衡。它平衡的必要条件与刚体一样，必须两力相等而方向相反。但应注意刚体的平衡条件并非变形体平衡的充分条件。柔体的平衡，还必须有附加的条件。如绳索只能受拉力，液体只能受压力等。

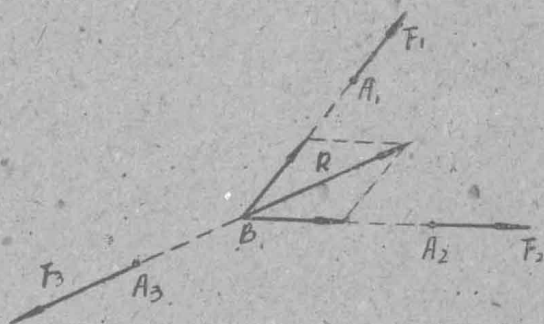


图1—4

1—4 约束及约束反作用力

如已知物体可以在空间作任意的位移，则此物体称为自由体。如物体处于某种限制下，由于这些限制，使物体在某些方向的运动变成不可能，则这种物体称为不自由体。这些阻碍着物体运动的限制在静力学中称为约束，在静力学中所碰到的约束，是由与该物体相联系或是相接触的物体所造成的，约束作用于物体，并阻碍着物体在某些方向运动的力称为此约束之反作用力。

约束反作用力的方向与约束所阻碍的物体运动方向相反。

在静力学的问题中几乎完全是研究不自由体的平衡。

这些不自由体所遭到的约束，最常见的有下列几种：

(a)光滑面的接触：

当物体与光滑的支承面接触时，物体可以自由地沿着面滑动或离开支承面。但决不能沿法线方向，侵入支承面中。因此可以推断：光滑的面与面接触或点与面接触，其约束反力必沿此面之法线方向而为压力。参阅图1—5，

1—6。

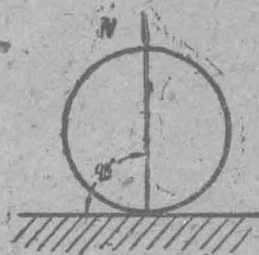


图1—5

(b)柔索(繩索、鏈條、皮帶等)柔索只能阻止物體沿中心綫離開繩索,而不能阻止這
點向繩索運動,或在垂直方向運動故柔索的反力必沿此索的方向而為拉力。(圖1-7)

(c)鉸鏈一如圖(1-8)所示是普通鉸鏈。若鉸鏈是光滑的,則反力必沿銷釘表面之法
綫,即通過銷釘中心。因此鉸鏈的約束反力可以在垂直鉸鏈軸的平面中沿任何方向作用,但
必定通過銷釘之中心。因方位不能確定,故用帶波紋的矢量表示。

如圖(1-9)所示為球鉸鏈。球鉸鏈的約束反力可沿空間任何方向,但必定通過球狀端
之中心。

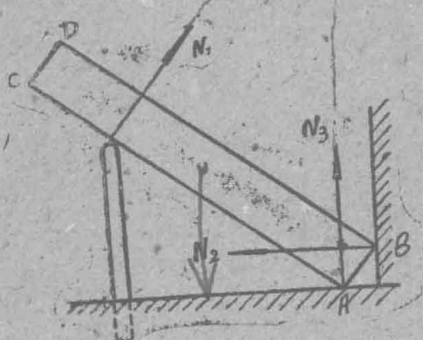


圖1-6

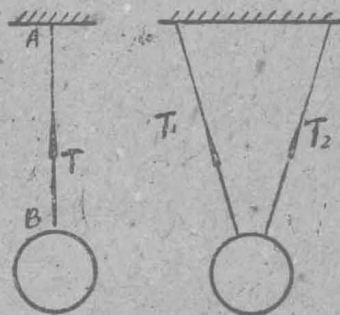


圖1-7

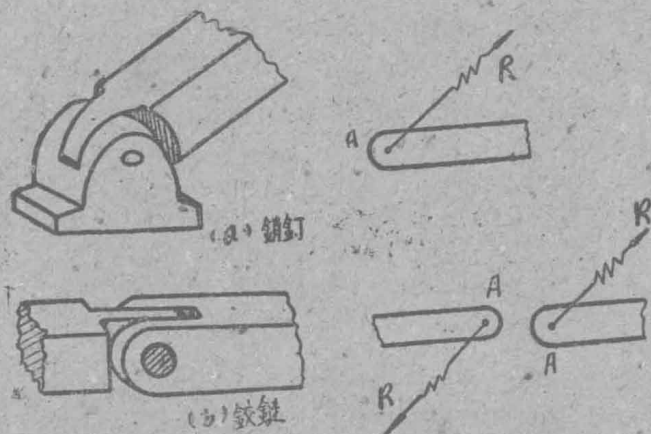


圖1-8

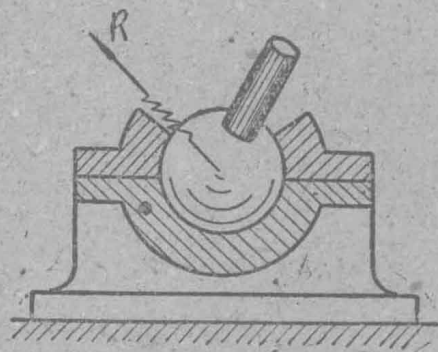


圖1-9

(d)支座:常見支座有兩種:

固定鉸鏈支坐(圖1-10之a)其構造與鉸鏈相似,因此固定鉸鏈支座的約束反力在垂直
銷釘軸平面內沿任何方向,但通過銷釘中心。

可動鉸鏈支坐(圖1-10之d)又稱輻軸支坐,其與前者之不同,只是其墊座由輻軸作成。
故允許支坐在支承面上沿輻軸方向移動,因此可動鉸鏈支座的約束及力方向垂直於支承面。

1-5 解除約束原理—解除約束圖

約束的作用既作用為約束反力,如假想將約束解除而代之以一相應之約束反力,並不影
響其對物體之作用。所謂解除約束原理就是,約束的作用可以用其約束反力來代替。這樣將

物体所有约束全部解除，而代之以相当的反力，就可以把物体看成是脱离体。在静力学中经常需要将一物体单独取出，而考察其受力情况。表示物体受力情况的图形称为：“解除约束图”又称“脱离图”。

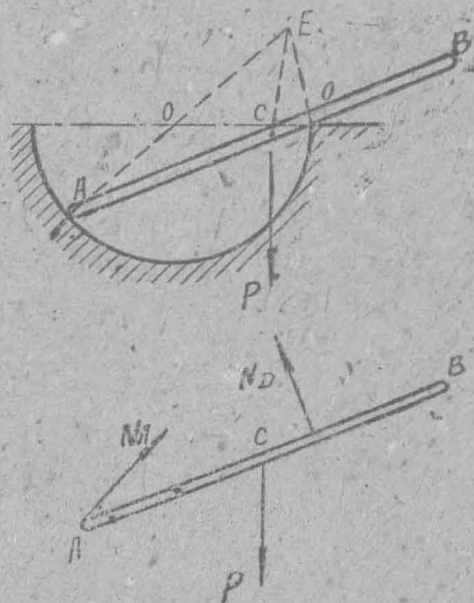
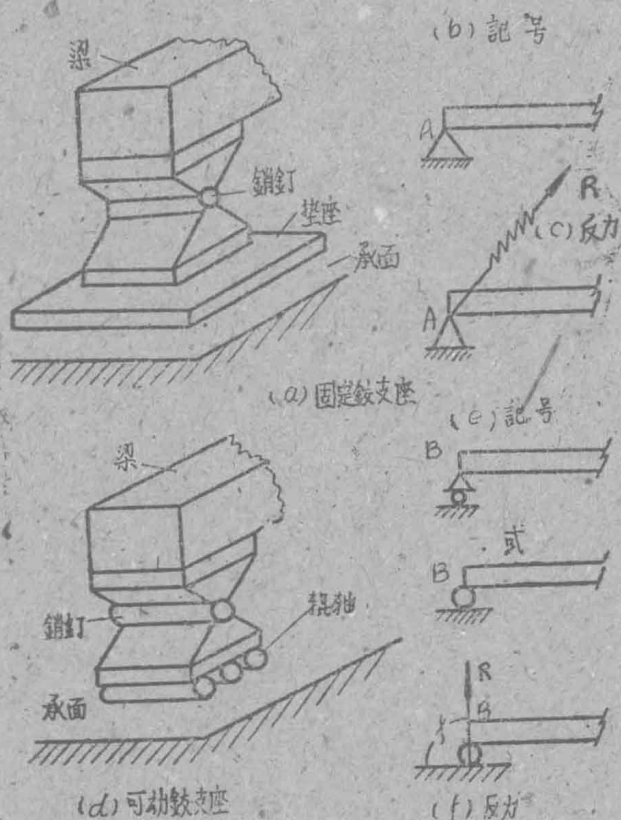


图 1-11

作脱离图是解决静力学问题的关键。不能省略，更不能容许有任何错误。作脱离图常按下列原则进行。(1)脱离图上必须包括所有外力(主动力及约束反力。)(2)物体内部相互作用的力，和施于其他物体的力不可加入。(3)脱离体各件，相互作用力与反作用力大小相等而方向相反。初学者在此往往易犯错误，应注意在实践将此原则反复体会，并牢记在心。

静力学中常遇的力有(1)重力(2)外力(亦称荷重)。(3)约束反力，其中除重力外都是接触力。这种力只须在脱离体与其它物体分开之处寻求，至于这些反力的方向，就应该按上节的原则加以分析。

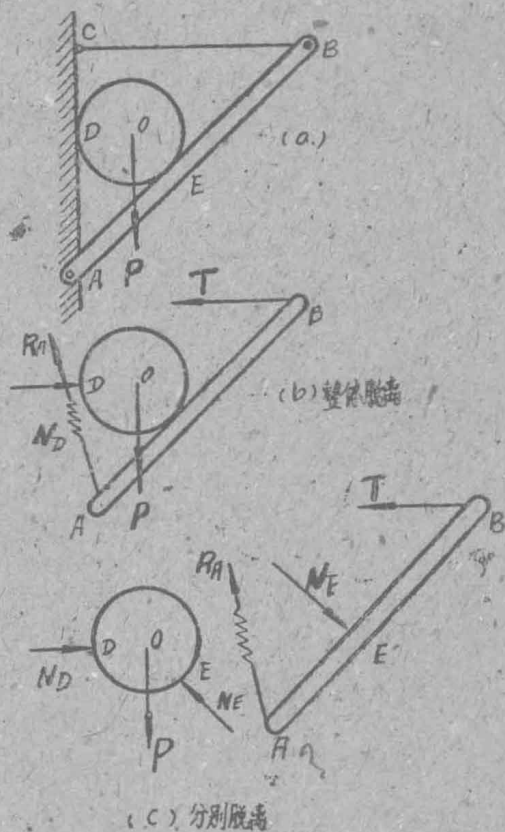


图 1-12

(例 1—1) 重 P 之桿 AB ，靜止于半徑 r 的半元形槽中(圖 1—11)試作其脫離圖。

解：此桿受到重力 P ，及 A 、 D 兩點的約束反力等三力而平衡，重力 P ，作用在 AB 桿中點 C 而方向鉛直向下，因為 A 點和 D 點是光滑面接觸，反力 N_A 沿着槽面的法綫方向，即通過槽的中心。其大小待定，反力 N_D 垂直 AB 桿，大小亦未定。

(例 1—2) 桿 AB 之重可以略去， A 端鉸接在光滑鉛直端上， B 端以水平繩 BC 拉住，桿與牆間夾入一重 P 之光滑元柱體，(圖 1—12)試分別作出元柱與桿的脫離圖。

解：元柱體受到三個力：(1)重力 P ，方向向下，(2)牆面反力 N_D ，方向垂直牆面而通過元心，大小未定，(3)桿的反力 N_E ，方向垂直桿亦通過元心。

桿亦受到三個力：(1)繩子張力 T ，方向沿 BC 大小未定，(2)鉸 A 的反力 R_A ，方向大小都未定，(3)元柱體的反作用力 N_E ，方向垂直桿大小未定，必須注意作第二個脫離圖(桿子)時 E 點反力 N_E 必須配合第一個脫離圖(元柱)在 E 點反力 N_E 之方向與大小，使滿足作用反作用定律，即 N_E 與 N_E 應相等相反，不作為兩個獨立的未知數。

如果將桿子與元柱體一起脫離， E 點的反力對於整個體系講是相互作用的內力，不應作在脫離圖上，因為 N_E 與 N_E 組成一最簡單的平衡力系，根據公理三，可以取去而對討論桿與柱為整體的平衡問題並無影響。

第二章 匯交力系

作用在同一点，或作用綫相交（或延長后相交）于同一点的諸力所組成的力系称为匯交力系。若此諸力在同一平面內，則称为平面匯交力系，若不在同一平面內，則称为空間匯交力系。

本章將研究匯交力系的合成与平衡問題。

2-1 匯交力系的合成与平衡条件

1. 設有 n 个力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 匯交于 O 点，組成一匯交力系。現按力的平行四边形法則，其中任两个力 F_1, F_2 可合成得一合力 R_1 ，此 R_1 必作用在 O 点，其大小与方向則等于以 F_1 和 F_2 所組成的平行四边形的对綫 OD 。由矢量概念可知，其合力 $R_1 = F_1 + F_2$ 。

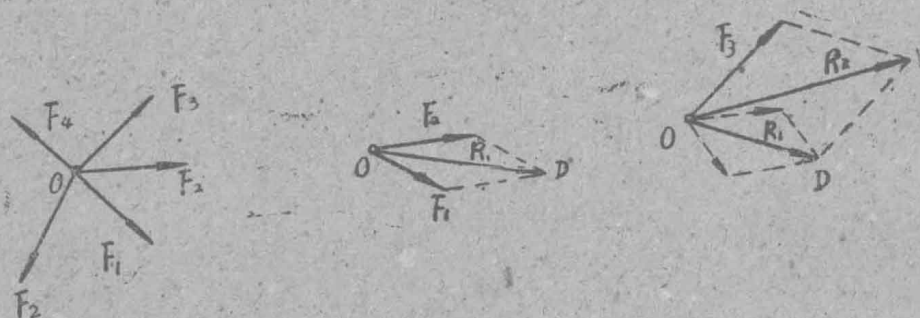


图 2-1

同样，可将 R_1 与 F_3 按平行四边形法則合成为合力 R_2 ， $R_2 = R_1 + F_3$ ，即 $R_2 = F_1 + F_2 + F_3$ 。 R_2 亦作用于 O 点。（見图2-1）

如此应用力的平行四边形法則，通过兩兩逐次合成，最后可得此匯交力系 $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ 的合力 R ，此合力 R 亦作用于 O 点， $R = R_{n-1} + F_n = F_1 + F_2 + \dots + F_n$ ，

$$\text{即 } R = \sum_{i=1}^n F_i \quad (2.1)$$

由此可得結論：匯交力系可合成为一合力，等于諸分力的矢量和，其作用綫通过系的匯交点。

2. 若此力系 $(F_1, F_2, \dots, F_n)$ n 个力中，由 $n-1$ 个力 F_1, F_2, F_{n-1} 合成的合力 R_{n-1} 与 F_n 力大小恰相等，方向相反。且在同一直綫上时，則 R_{n-1} 与 F_n 的合力必等于 0 ，

$$\text{即 } R = R_{n-1} + F_n, \text{ 即 } F_1 + F_2 + \dots + F_n = 0, \text{ 即 } \sum_{i=1}^n F_i = 0 \quad (2.2)$$