

高 等 学 校 教 材



数学实验与 数学建模案例

王泽文 乐励华 颜七笙 张 文 等 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校教材

数学实验与数学建模案例

Shuxue Shiyān yu Shuxue Jianmo Anli

王泽文 乐励华 颜七笙 张 文 等 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书主要分为两个部分：第一部分是数学软件与数学实验，主要是结合高等数学内容及其实验教学介绍 MATLAB 和 Mathematica 软件及其数学实验，结合数学建模教学介绍 LINGO 软件及其数学实验；第二部分是数学建模与建模案例，主要是概述数学建模及全国大学生数学建模竞赛，根据多年数学建模的教学经验，结合老师的部分科研成果，给出了若干数学建模案例。

本书可作为高等学校数学实验与数学建模课程的教材，也可作为参加全国大学生数学建模竞赛的辅导材料。

图书在版编目(CIP)数据

数学实验与数学建模案例/王泽文等编著. -- 北京：
高等教育出版社，2012.9

ISBN 978-7-04-036010-3

I. ①数… II. ①王… III. ①高等数学-实验-高等学校-教材②数学模型-高等学校-教材 IV.
①O13-33②O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 182678 号

策划编辑 胡 颖 责任编辑 马 丽 兰莹莹 杨 波 封面设计 张申申 版式设计 杜微言
插图绘制 尹 莉 责任校对 殷 然 责任印制 赵义民

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	大厂益利印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印 张	17.75	版 次	2012 年 9 月第 1 版
字 数	320 千字	印 次	2012 年 9 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	26.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 36010-00

前 言

数学应用的实质是数学和所研究的实际问题相结合的结果,数学知识的准确应用往往会帮助我们对所研究问题的认识达到更深的层次。数学模型就是架构于数学理论和实际问题之间的桥梁,而数学建模是应用数学解决实际问题的的重要手段和途径。通过数学建模运用数学理论与方法解决实际问题,是当代大学生需要具备的数学素质和技能,是培养具有竞争力的高素质人才必不可少的途径。为适应这一需要,我们编写了这本本、专科生适用的《数学实验与数学建模案例》教材。

本书是在我校大学数学教学改革与实践的基础上编写的,主要分为两个部分:一部分是数学软件与数学实验,另一部分是数学建模与建模案例。数学实验就是运用现代计算机技术和数学软件包对数学问题、数学模型进行求解,同时将计算结果可视化;数学建模就是用数学的语言和方法,通过抽象、简化等近似地刻画实际问题,并加以解决的全过程。开设数学实验和数学建模课程,对于推进高等学校大学数学课程教学内容和课程体系的进一步改革,激发学生学习数学的兴趣,促进学生主动学好数学、用好数学,让学生掌握常用的数学软件与工程计算软件,提高学生运用数学的理论、方法和思想建立数学模型并用计算机进行计算求解的能力,培养学生解决实际问题的能力和创造精神,均会起到积极的作用。

本书第一章、第二章和第三章分别介绍了 MATLAB, Mathematica, LINGO 三大数学软件,并在入门基础上设计了相应的数学实验和习题;第四章介绍了数学建模的基本常识,给出一些建模案例和习题;最后是附录。

本书由王泽文、乐励华、颜七笙、张文、王兵贤、温荣生、刘唐伟、杨志辉等共同编写,其中第一章、第二章、第三章由张文、王兵贤、温荣生、王泽文负责编写,第四章第一节、案例4与案例9由颜七笙负责编写,案例1和案例2由刘唐伟负责编写,案例3和案例8由乐励华负责编写,案例5、案例6与案例7由王泽文负责编写,案例10由杨志辉负责编写,案例11由张文负责编写。全书由王泽文、乐励华、颜七笙、张文进行统稿。在本书的编写过程中,得到了东华理工大学教务处、理学院的大力支持和帮助,理学院童怀水、邬国根、邱淑芳、虞先玉、阮周生、何杰、黄涛、樊继秋、胡彬等老师在本书的编写和试用过程中提出了许多宝贵的意见和建议,在此一并致谢。同时,要感谢李小霞同学,也向所有参考文献的

作者、编者表示谢意。感谢高等教育出版社的编辑在本书出版过程中所付出的辛勤劳动。本书得到了东华理工大学重点资助教材项目、国家自然科学基金(No. 41001320)的资助。

由于编者水平有限,加之时间也比较仓促,不足之处在所难免,恳请读者提出宝贵的意见和建议,以便今后改进。

编著者
2012年5月

目 录

第一章 MATLAB 软件介绍及其实验	1
第一节 认识 MATLAB	1
第二节 简单运算与函数基础	7
第三节 微积分基本运算	12
第四节 向量代数与矩阵运算	23
第五节 MATLAB 图形功能	33
第六节 MATLAB 程序设计	48
第七节 MATLAB 中的概率统计	54
第八节 MATLAB 基础数学实验	66
第二章 Mathematica 软件及其实验	82
第一节 Mathematica 软件初步	82
第二节 Mathematica 作图	93
第三节 Mathematica 微积分基本计算	102
第四节 Mathematica 过程编程	112
第五节 Mathematica 数学实验	114
第三章 数学优化软件 LINGO 及其实验	124
第一节 LINGO 软件入门	124
第二节 LINGO 数学实验	136
第四章 数学建模与建模案例	143
第一节 数学建模概论	143
第二节 数学建模案例	152
案例 1 人口增长的微分方程模型	152
案例 2 pH 测定中的回归分析模型	160
案例 3 钢管订购和运输	175
案例 4 基于灰色神经网络的农业机械化水平预测	185

案例 5	血管的三维重建	195
案例 6	泄洪设施修建计划的数学模型	205
案例 7	基于灰色模型的棉花产量预测	214
案例 8	企业退休职工养老金问题的数学分析	224
案例 9	资产投资收益与风险	238
案例 10	彩票中的数学	247
案例 11	事故工矿下衰变热排放的源项反演问题	257
附录		264
附录一	MATLAB 实验报告模板	264
附录二	Mathematica 实验报告模板	266
附录三	案例 3 的 LINGO 程序	269
附录四	案例 7 的 MATLAB 程序	271
附录五	案例 11 的 MATLAB 程序	276

第一章 MATLAB 软件介绍及其实验

第一节 认识 MATLAB

一、引言

MATLAB 是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的简称,是美国 MathWorks 公司出品的商业数学软件,是用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级计算语言和交互式环境,主要包括 MATLAB 和 Simulink 两大部分.目前,MathWorks 公司已经推出最新版本 MATLAB7.10,但本书将使用 MATLAB7.01 版进行介绍.

在数学类应用软件中,MATLAB 在数值计算方面可谓首屈一指.它可以进行矩阵运算、绘制函数和数据、实现算法、创建用户界面、连接其他编程语言的程序等,主要应用于工程计算、控制设计、信号处理与通信、图像处理、信号检测、金融建模设计与分析等领域.如今,MATLAB 已经成为许多学科开展科学研究的基本计算工具.

MATLAB 的基本数据单位是矩阵,它的指令表达式与数学、工程中常用的形式十分相似,故用 MATLAB 来解算问题要比用 C、FORTRAN 等语言简捷得多,并且 MATLAB 也吸收了 Maple 等软件的优点,在新的版本中也加入了对 C、FORTRAN、C++、JAVA 的支持.用户可以直接调用,也可以将自己编写的实用程序导入到 MATLAB 函数库中方便自己以后调用.此外,许多的 MATLAB 爱好者都编写了一些经典的程序,用户下载后可以直接使用.

二、MATLAB 的操作界面

当计算机中成功安装了 MATLAB7.01 版后,在 Windows 桌面上就会出现 MATLAB7.01 的图标,双击此图标进入 MATLAB7.01 的操作界面,如图 1-1 所示.

MATLAB 操作界面上铺放着四个最常用的窗口:命令窗口(Command Window)、历史命令窗口(Command History)、当前目录浏览器(Current Directory)、工作空间浏览器(Workspace),各个窗口通过点击左键进行切换.

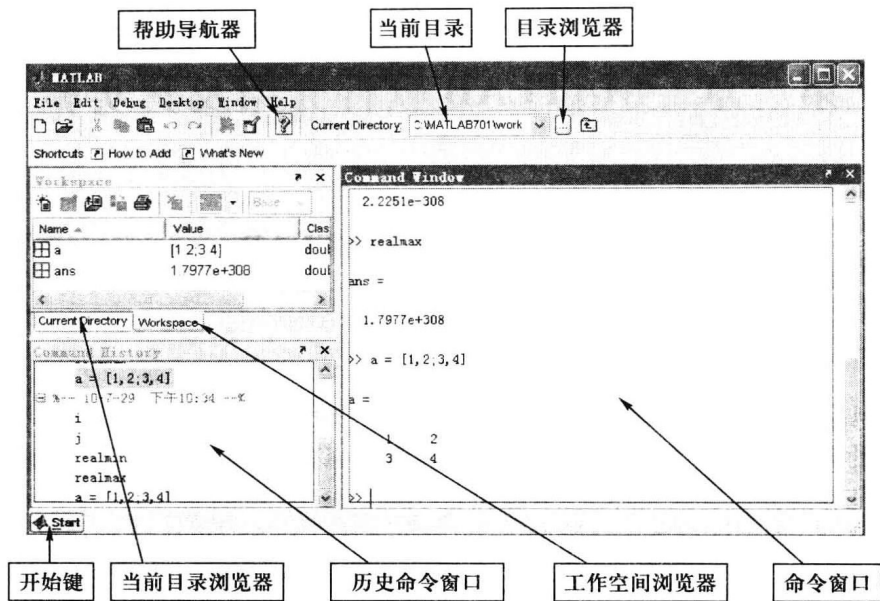


图 1-1 MATLAB 操作界面的默认外貌

1. 命令窗口 (Command Window)

该窗口是直接进行各种 MATLAB 操作的最主要窗口. 在该窗口内, 可键入各种送给 MATLAB 运作的指令、函数、表达式; 显示除图形外的所有运算结果; 运行错误时, 给出相关的出错提示.

2. 历史命令窗口 (Command History)

该窗口将记录已经运行过的命令、函数、表达式, 及它们运行的日期、时间. 该窗口中的所有命令、文字都允许复制和再次运行.

3. 当前目录浏览器 (Current Directory)

在该浏览器中, 显示当前目录中的子目录、M 文件、MAT 文件、FIG 文件、MDL 文件等. 对该界面上的 M 文件, 可直接进行复制、编辑和运行; 该界面上的 MAT 数据文件, 则可直接送入 MATLAB 工作内存. 此外, 对该界面上的子目录, 可进行 Windows 平台的各种标准操作.

4. 工作空间浏览器 (Workspace)

该窗口罗列出 MATLAB 工作空间中所有的变量名、大小、字节数; 在该窗口中, 可对变量进行观察、图示、编辑、提取和保存.

5. 开始按钮 (Start)

点击 MATLAB 开始按钮, 可调出 MATLAB 所包含的各种组件、模块库、图形用户界面、帮助分类目录、演示算例等, 以及向用户提供自建快捷操作的环境.

【提示】在“命令窗口”中,结合使用方向键:“上键↑”和“下键↓”,可依次回调出运行过的命令。

“命令窗口”、“历史命令窗口”等均为可活动窗口,当这些常用窗口“消失”后,可按照图 1-2 所示,将 MATLAB 的操作桌面恢复为默认状态。

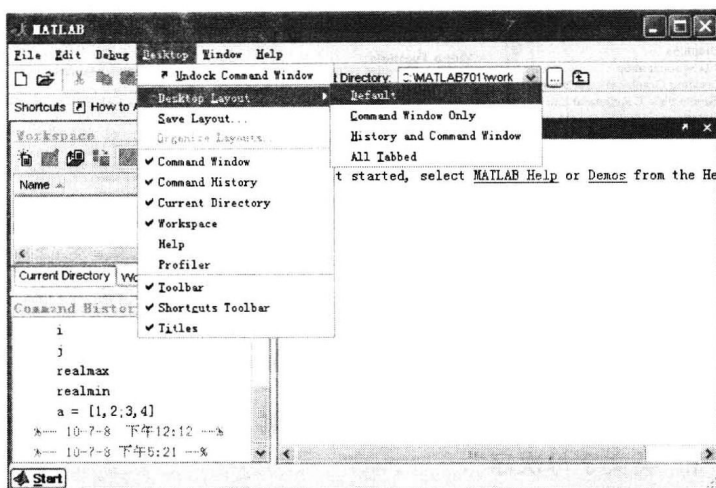


图 1-2 MATLAB 的操作桌面恢复为默认状态的方法

三、MATLAB 的帮助系统(Product Help)

读者接触、学习 MATLAB 的起因可能不同,借助 MATLAB 所想解决的问题也可能不同,从而会产生不同的求助需求。MATLAB 作为优秀的科学计算软件,其帮助系统考虑了不同用户的不同需求,构成了一个比较完备的帮助体系。并且,这种帮助体系随着 MATLAB 版本的重大升级,其完备性和友善性都有较大的进步。

帮助系统是 MathWorks 公司专门编写的,它的内容来源于所有的 M 文件,但更详细,它的界面友善、方便,是用户寻求帮助的最主要资源。调出帮助系统的方法有:在命令窗口中运行 helpbrowser 或 helpdesk 或敲击键盘“F1”或点击工具条上的 ? 图标。帮助系统窗口如图 1-3。

整个帮助系统窗口由分列于左、右两侧的帮助导航器(Help Navigator)和帮助浏览器(Help Browser)组成。帮助导航器有四个“导航窗口”:内容分类目录(Contents),命令检索(Index),词条搜索(Search)和实例演示(Demos)。

1. 目录窗口(Contents)

该窗口列出“节点可展开的目录树”。用鼠标点击目录条,即可在 Help Browser 帮助浏览器中显示出相应标题的帮助文件。该窗口是向用户提供全方位系统

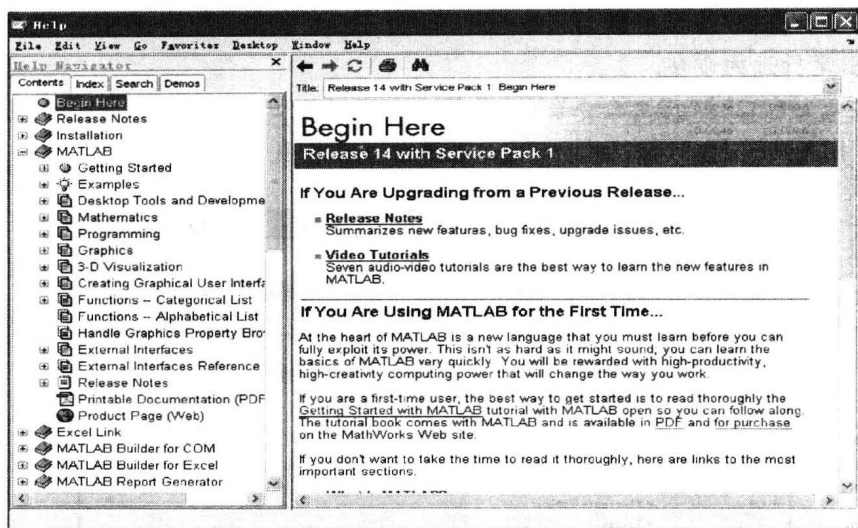


图 1-3 帮助系统窗口

帮助的“向导图”. 该向导图的构造贯穿四个原则, 即“深浅层次”、“功能划分”、“帮助方式”和“英文字母次序”.

2. 检索窗口 (Index)

MATLAB 有一个事先制作的命令, 即函数列表文件. 该文件专供“Index”窗口 (如图 1-4) 使用. 当用户在“Index”窗口上方“待查栏 (Search index for)”中填入某词汇时, 其下白板上就列出与之最匹配的词汇列表.

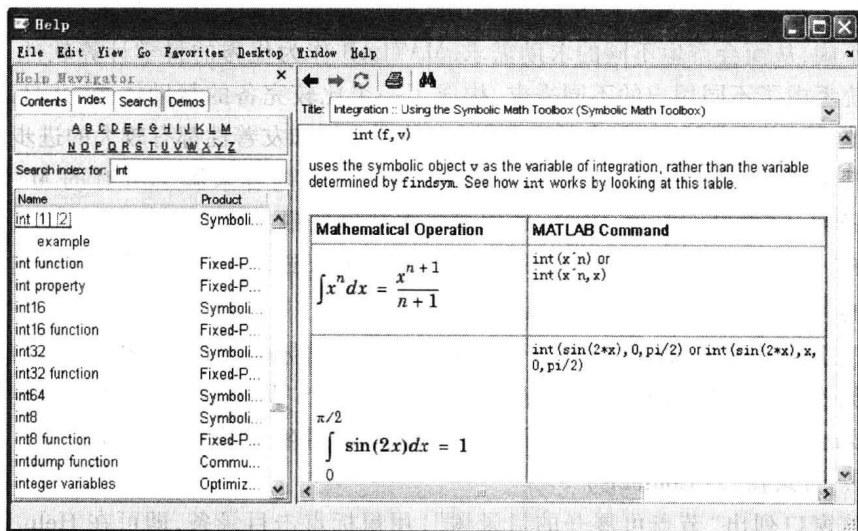


图 1-4 检索窗口

3. 搜索窗口(Search)

“Search”窗口(如图1-5)是利用关键词查找全文中与之匹配章节条目的交互窗口.这是电子读物所特有的最大优点之一.它与Index搜索有两点主要区别:

(1) Index搜索只在专用命令表中查找,Search搜索是在整个页面文件中进行的,因此其覆盖面更广.

(2) Index搜索只能进行单命令名搜索,而Search搜索可以采用多词条的逻辑组合搜索,功能更强,搜索效率更高.

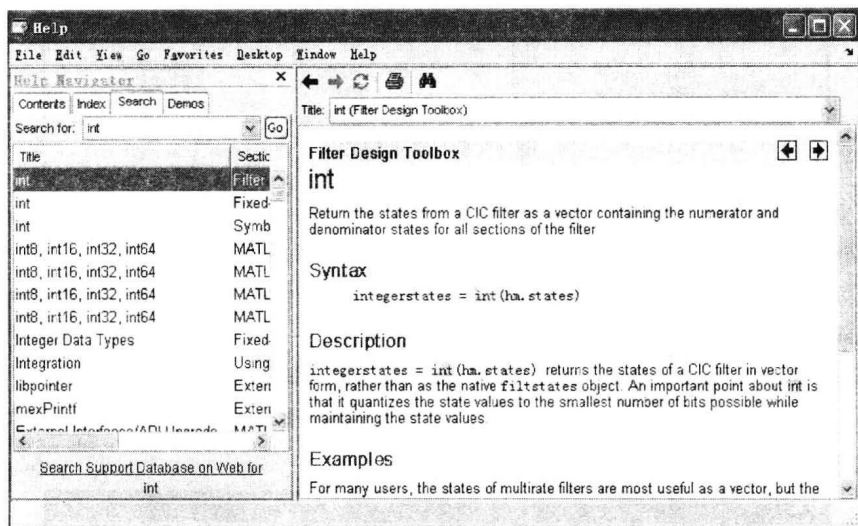


图1-5 搜索窗口

4. 演示系统(Demos)

与以前版本相比,MATLAB 7.01版的Demos显得更为系统和完善.它以算例为载体,由HTML、GUI界面、显示M文件的编辑器组合而成.该演示系统,分布在matlab\toolbox的各个分类子目录中.该系统可以综合演示为解决一个具体算例,各命令间如何配合使用.无论是对MATLAB新用户还是老用户来说,都是十分有益的.该演示程序的示范作用是独特的,是包括MATLAB用户指南在内的有关书籍所不能代替的.用户若想学习和掌握MATLAB,不可不看这组演示程序.但对初学者来说,不必急于求成去读那些太复杂的程序.

在命令窗口中运行Demos命令,或点击帮助导航器中的“Demos”窗口,就可调出如图1-6的Demos演示系统.该界面左侧采用标准的Windows目录树结构,清晰地展示各分类内容的多层次演示结构.

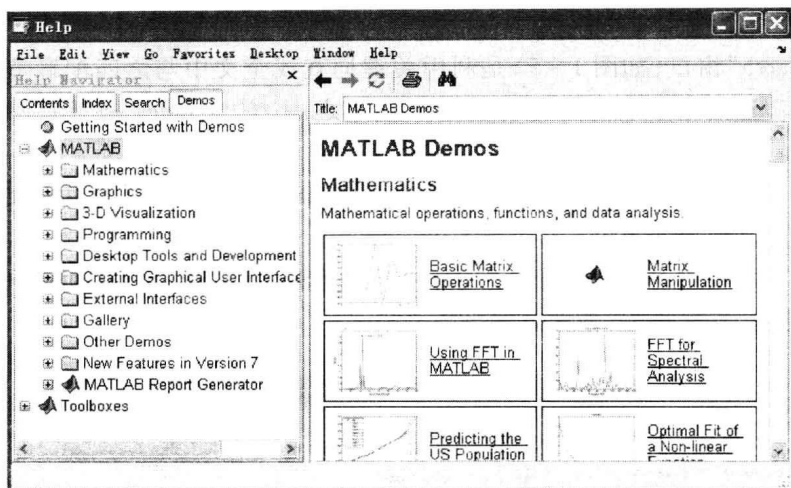


图 1-6 演示窗口

【提示】在 MATLAB 的 Demos 系统里还提供一种新的视频帮助资料,专门介绍新特点,非常形象、生动、直观,便于用户了解和掌握新版的功能. 进入 VIDEO 演示系统最方便的途径是:选择帮助导航器 Demos 窗口中的“New Features in Version 7”,直接导出视频演示“点播台”,如图 1-7. 根据需要,点中“点播台”上所需栏目,就导出如图 1-8 的视频播放器. 通过眼看鼠标操作和界面图像变化,耳听相配的英语解释,用户很容易学会各种操作之间的关系和 MATLAB 各种新功能的使用.

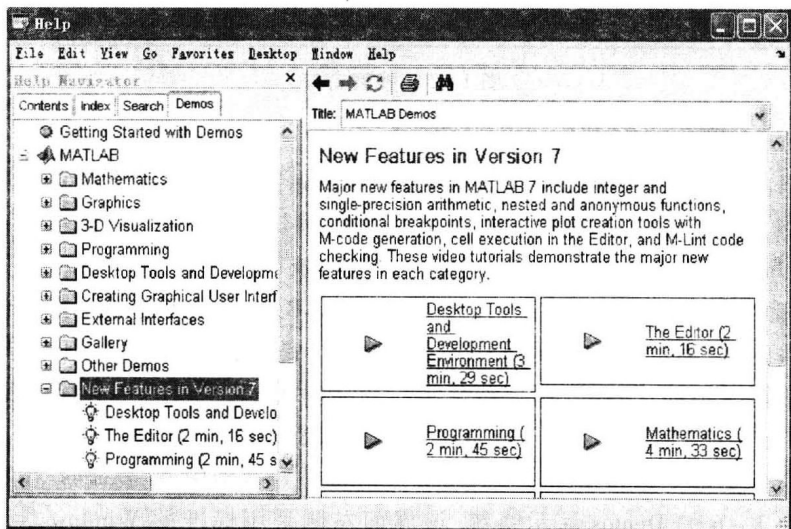


图 1-7 视频演示点播台

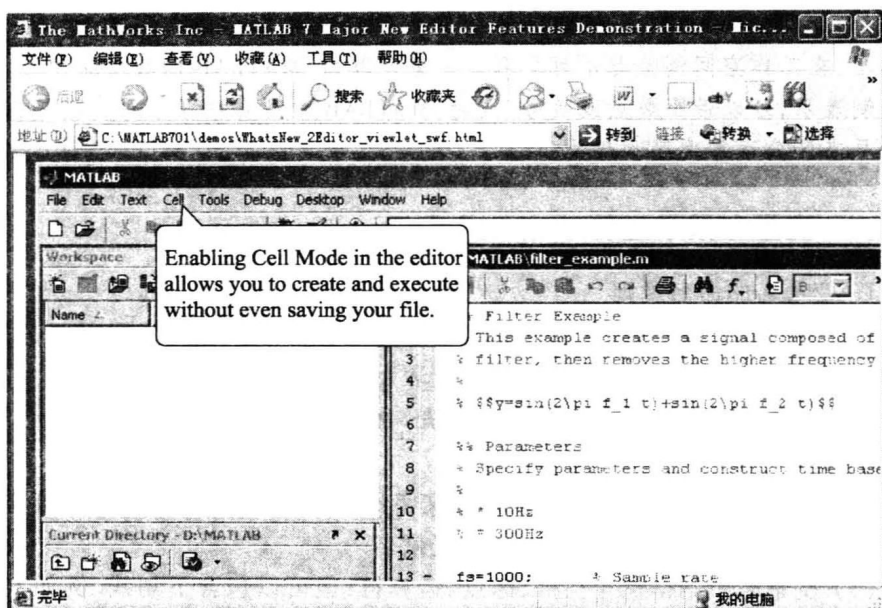


图 1-8 视频播放器

第二节 简单运算与函数基础

一、“计算器”功能

“计算器”功能,仅是 MATLAB 全部功能中的小小一角.为易于学习,我们以算例方式叙述与归纳一些 MATLAB 最基本的运算规则和语法结构.

例 1-1. 求 $[15 + 3 \times (7 - 3)] \div 3^2$ 的算术运算结果.

第一步.在 MATLAB 命令窗口中输入以下内容

```
>> (15 + 3 * (7 - 3)) / 3^2
```

第二步.在上述表达式输入完后,按 [Enter] 键,该指令被执行并显示如下结果.

```
ans =
```

```
3
```

【提示】符号“>>”为 MATLAB 系统自动生成的“命令输入提示符”;为简单起见,下文均将其省略,而用中文“输入:”提示需输入的命令、变量或字符串

等,且均省略“按[Enter]键”的描述.由于本例输入指令是“不含赋值号的表达式”,所以计算结果被赋给 MATLAB 的一个默认变量“ans”,它是英文“answer”的缩写,在工作空间浏览器中可见到此变量及其值. MATLAB 的数值采用习惯的十进制表示,可以带小数点或负号.同时, MATLAB 中没有中括号与大括号,均用小括号来区分运算次序和层次.

二、变量和数学运算

1. 变量名的命名规则

(1) MATLAB 中变量、函数的命名对字母大、小写是敏感的,即需要区分字母的大、小写.例如,变量 myvar 和 MyVar 表示两个不同的变量;sin 是 MATLAB 预定义的正弦函数名,但 SIN,Sin 等都不是.注意 MATLAB 中的固有函数名均为小写字母.

(2) 变量名的第一个字符必须是英文字母,最多可包含 63 个字符(英文、数字和下划线).例如,myvar201 是合法的变量名.

(3) 变量名中不得包含空格、标点、运算符,但可以包含下划线.例如,变量名 my_var_201 是合法的,且读起来更方便.而 my,var201 由于逗号的分隔,表示的就不是一个变量名.

2. 默认的预定义变量

在 MATLAB 中有一些预定义变量(Predefined Variable),见表 1-1.每当 MATLAB 启动,这些变量就自动产生.这些变量都有特殊含义和用途.

表 1-1 MATLAB 中的预定义变量

变量名	含义	变量名	含义
ans	计算结果的默认变量名	NaN 或 nan	非数值,如:0/0,∞/∞.
eps	系统的浮点精确度	Inf 或 inf	无穷大,如:1/0
i 或 j	虚单位 $i=j=\sqrt{-1}$	realmax	最大正实数
pi	圆周率 π	realmin	最小正实数

【提示】用户在编写指令和程序时,应尽可能不对表 1-1 所列预定义变量名重新赋值,以免产生混淆.当用户对表中任何一个预定义变量进行赋值时,则该变量的默认值将被用户新赋的值“临时”覆盖.所谓“临时”是指:假如使用 clear 指令清除 MATLAB 内存中的普通变量,或 MATLAB 命令窗口被关闭后重新启动,那么所有的预定义变量将被重置为默认值,不管之前这些预定义变量被

用户赋过什么值.在每一次使用变量前,必须清楚地知道我们赋给变量的值,否则会产生混乱.

因此,在编写程序前,常常使用四条命令来消除这方面的隐患:clear,close,clc 与 clf.

命令 clear,close,clc 与 clf 的基本用法详见 MATLAB 帮助.在 MATLAB 命令窗口或 M 文件中单独使用 clear 命令表示仅清除掉工作空间中的所有变量;clear name1 name2 则表示清除变量 name1 与 name2;clear all 用来清空 MATLAB 的工作空间、清除 M 文件的调试断点等.单独使用 close 命令表示清除当前图形窗口,close all 则用来清除全部图形窗口.clc 命令仅用来清除 MATLAB 命令窗口中的输入、输出信息,使得命令窗口“洁净如初”.clf 命令用来清除图形窗口中的图形内容.

3. 基本的算术运算(+、-、*、/、^)

在 MATLAB 中,符号“+”、“-”、“*”、“/”、“^”分别表示“加”、“减”、“乘”、“除”、“幂”运算.

例 1-2. 求 $x = \frac{(5 \times 2 + 1.3 - 0.8) \times 10^2}{25}$ 的值.

输入:

```
x = (5 * 2 + 1.3 - 0.8) * 10^2 / 25
```

输出:

```
x =  
42
```

【提示】MATLAB 中算术运算的优先级规定为:指数幂运算级别最高,乘、除运算次之,加减运算级别再次之,赋值运算“=”的级别最低;赋值运算“=”的运算方向为由右向左;括号可以改变运算的次序.若在表达式末尾加上分号“;”,MATLAB 将不显示运算结果.这对有大量输出数据的程序特别有用,因为写屏(即将结果不断显示在屏幕上)将花费大量的系统资源来进行十进制和二进制之间的转换,用分号关闭不必要的输出将会使程序的运行速度得到成倍甚至成百倍的提高.

例 1-3. 在命令窗口中输入:

```
x = 2;  
y = x^3;
```

若要显示变量 y 的值,在命令窗口中直接键入 y 即输出结果,或者输入“y = x^3”时,末尾不输入分号“;”,回车后即得到结果:

y =
8

4. MATLAB 中的逻辑运算(&、|、~)

在 MATLAB 中,逻辑运算符“&”、“|”、“~”分别表示“逻辑与”、“逻辑或”和“逻辑非”.逻辑运算的规则为:① 逻辑值只有 0 和 1;② 非 0 的数字都视为 1.

例 1-4. 在命令窗口中输入:

```
a = ~ 0;      % 此时 a 的值为 1
a = ~ 2;      % 此时 a 的值为 0
a = 2 | 0;     % 此时 a 的值为 1
a = 1 & 0;     % 此时 a 的值为 0
```

【提示】在 MATLAB 环境下,“%”表示“注释说明”,以“%”为首的字符行均不参与编译或运算,并以绿色显示表达注释意义.

5. MATLAB 中的关系运算(>、<、==、>=、<=、~=)

在 MATLAB 中,关系运算符所表达的含义与习惯表达类似,见表 1-2. 关系运算的结果为逻辑值 1 或 0.

表 1-2 关系运算符表

符号	含义	符号	含义	符号	含义
>	大于	>=	大于或等于	==	恒等于
<	小于	<=	小于或等于	~=	不等于

例 1-5. 演示关系运算功能.

输入:

```
a = 5 < 6      % 此时 a 的值为 1
a = 5 == 6     % 此时 a 的值为 0
a = 5 ~= 6     % 此时 a 的值为 1
```

【提示】“=”表示“赋值运算”,即将右边的值赋给左边的变量.两个等号“==”表示关系运算符“恒等于”.“赋值运算”的级别最低,所以是将“=”右边的关系运算结果赋值给左边的变量.