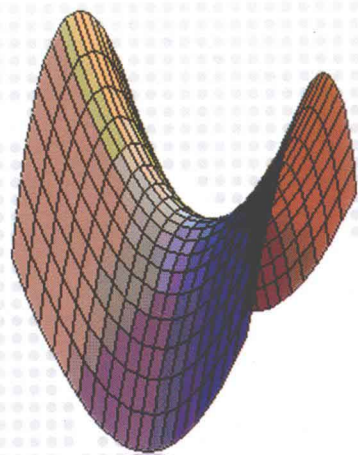


通高等学校“十二五”规划教材

概率论与数理统计 学习辅导与提高

苏敏邦 杨庚华 主编

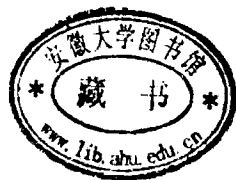


中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

普通高等学校“十二五”规划教材

概率论与数理统计 学习辅导与提高

主编 苏敏邦 杨庚华



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

本书是与主教材《概率论与数理统计》(苏敏邦主编、中国铁道出版社2011年出版)配套的同步学习辅导书,完全遵照主教材的体系编写,共8章,每章包括学习目标、内容提要、疑惑解析、补充例题、习题提示或解答、补充习题、补充习题提示或解答、自测题、自测题提示或解答等部分。

本书在例题和习题选取上力求代表性,由浅入深,深入浅出,力求让学生能够充分理解教材的知识点和基本公式。每个重要知识点都布置了一定量的习题,力求让学生看得懂,能理解,会做题,会应用。

本书适合作为普通高等学校非数学专业使用,尤其适合中等程度的学生使用,也可供成人、自考生使用。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学习辅导与提高/苏敏邦,杨庚
华主编. —北京:中国铁道出版社,2012.8
普通高等学校“十二五”规划教材
ISBN 978-7-113-14982-6

I. ①概… II. ①苏… ②杨… III. ①概率论—高等
学校—教学参考资料 ②数理统计—高等学校—教学
参考资料 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 192444 号

书 名: 概率论与数理统计学习辅导与提高
作 者: 苏敏邦 杨庚华 主编

策 划: 李小军
责任编辑: 李小军 徐盼欣
封面设计: 付 巍
封面制作: 刘 颖
责任印制: 李 佳

读者热线: 400-668-0820

出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)

网 址: <http://www.51eds.com>

印 刷: 三河兴达印务有限公司

版 次: 2012年8月第1版 2012年8月第1次印刷

开 本: 720mm×960mm 1/16 印张: 15.25

书 号: ISBN 978-7-113-14982-6

定 价: 28.00 元

字数: 288 千

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话:(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)63549504

前 言

本书是与主教材《概率论与数理统计》(苏敏邦主编、中国铁道出版社 2011 年出版)配套的同步学习辅导书,完全遵照主教材的体系编写。主要包括:

1. 学习目标

根据一般普通高等院校非数学专业《概率论与数理统计》的教学大纲要求编写。

2. 内容提要

概括本章的主要概念、定理和公式,以便快速查找。

3. 疑惑解析

对本章中容易产生疑惑的问题加以辨析,使学生能深入理解有关问题。

4. 补充例题

为了弥补教材中不宜列举过多的例题,我们在这里补充了一定量的例题,以利于学生更好地掌握相关知识。

5. 补充习题及提示或解答

由于主教材中只有解答题,所以在这里重点给出了一定量的选择题、填空题,以利于学生从不同的侧面理解各部分知识,并对某些易于混淆的概念及其法则加以辨析。

6. 自测题及提示或解答

每章都给出了一套自测题,以便学生和教师在学习或教学中随时检测本章知识的掌握情况。

7. 模拟试卷

由于不同院校对不同专业的要求不同,有的专业只学习概率论部分,而有的专业要学习全部内容,因此,我们在这里给出了两套概率论

模拟试卷,以及两套概率论与数理统计模拟试题,以方便教师与学生在复习中选用。

本书在编写过程中得到了佛山科学技术学院理学院、数学系众多领导和同事们的大力支持,许多人都付出了艰辛的劳动,特别是曲军恒老师给本书提供了一些的资料。戎海武博士仔细审读了本书书稿,作出了大量的修订,并给出了一些有益建议。佛山科学技术学院理学院王冬副院长、宋春玲博士对本教材出版给予了大力支持和帮助。在此向他们表示衷心的感谢!限于编者水平有限,且时间仓促,不当之处在所难免,恳请国内同行及广大读者批评指正。

编 者

2012年5月于佛山科学技术学院

目 录

第 1 章 随机事件与概率	1
1.0 学习目标	1
1.1 内容提要	1
1.1.1 随机事件	1
1.1.2 随机事件的概率	2
1.1.3 古典概率模型	3
1.1.4 条件概率	3
1.1.5 事件的独立性	4
1.2 疑惑解析	5
1.2.1 什么是统计规律性? 什么是随机现象?	5
1.2.2 样本空间与必然事件之间有什么关系?	6
1.2.3 如何区分互逆事件与互斥事件?	6
1.2.4 如何区分两事件独立与两事件互斥?	6
1.2.5 “频率”与“概率”之间有何关系?	6
1.2.6 如何区分条件概率 $P(A B)$ 与积事件概率 $P(AB)$?	7
1.2.7 如何理解全概率公式与贝叶斯(Bayes)公式?	7
1.3 补充例题	7
1.4 习题 1 提示或解答	13
1.5 补充习题 1	18
1.6 补充习题 1 提示或解答	22
1.7 自测题 1	27
1.8 自测题 1 提示或解答	29
第 2 章 离散型随机变量	32
2.0 学习目标	32
2.1 内容提要	32
2.1.1 随机变量	32
2.1.2 离散型随机变量	33
2.1.3 随机变量的分布函数	35

2.1.4	离散型随机变量函数的分布	36
2.1.5	二维随机变量	36
2.1.6	边缘分布函数	37
2.1.7	二维离散型随机变量函数的分布	38
2.2	疑惑解析	39
2.2.1	随机变量与普通函数有何不同? 引入随机变量有什么意义?	39
2.2.2	为什么分布函数 $F(x)$ 定义为右连续?	39
2.2.3	如何正确理解概率分布、分布律、概率密度、分布函数?	39
2.2.4	事件 $\{X \leq x, Y \leq y\}$ 表示事件 $\{X \leq x\}$ 与 $\{Y \leq y\}$ 的积事件, 为什么 $P\{X \leq x, Y \leq y\}$ 不一定等于 $P\{X \leq x\} \cdot P\{Y \leq y\}$?	40
2.2.5	二维随机变量 (X, Y) 的联合分布、边缘分布及条件分布之间存在什么样的关系?	40
2.2.6	两个随机变量相互独立的概念与两个事件相互独立是否相同? 为什么?	40
2.3	补充例题	40
2.4	习题 2 提示或解答	52
2.5	补充习题 2	55
2.6	补充习题 2 提示或答案	58
2.7	自测题 2	62
2.8	自测题 2 提示或解答	64
第 3 章	连续型随机变量	70
3.0	学习目标	70
3.1	内容提要	70
3.1.1	一维连续型随机变量	70
3.1.2	常见的连续型随机变量	71
3.1.3	一维连续型随机变量函数的分布	73
3.1.4	二维连续型随机变量的概率密度	73
3.1.5	条件分布与随机变量的独立性	75
3.1.6	二个连续型随机变量和的分布	75
3.2	疑惑解析	76
3.2.1	连续型随机变量的 $f(x)dx$ 与离散型随机变量的 p_k 在概率中的意义是否相同?	76
3.2.2	为什么 $P\{X=a\}=0$ 不能说明 $X=a$ 是不可能事件?	76
3.2.3	为什么正态分布是概率论中最重要的分布?	76

3.3	补充例题	76
3.4	习题 3 提示或解答	86
3.5	补充习题 3	88
3.6	补充习题 3 提示或解答	92
3.7	自测题 3	100
3.8	自测题 3 提示或解答	102
第 4 章	数字特征	106
4.0	学习目标	106
4.1	内容提要	106
4.1.1	随机变量的数学期望和方差	106
4.1.2	随机变量的期望与方差的性质	107
4.1.3	常用的随机变量的期望与方差	107
4.1.4	随机变量函数的数学期望	107
4.1.5	协方差	108
4.1.6	相关系数	108
4.1.7	矩	108
4.1.8	协方差矩阵	109
4.2	疑惑解惑	110
4.2.1	随机变量的数字特征在概率论中有什么意义?	110
4.2.2	在数学期望定义中为什么要求级数和广义积分绝对收敛?	110
4.2.3	如何理解方差、标准差的意义?	110
4.2.4	相关系数 ρ_{XY} 反映了随机变量 X 和 Y 之间的什么关系?	110
4.3	补充例题	111
4.4	习题 4 提示或解答	121
4.5	补充习题 4	124
4.6	补充习题 4 提示或解答	127
4.7	自测题 4	133
4.8	自测题 4 提示或解答	136
第 5 章	极限定理	140
5.0	学习目标	140
5.1	内容提要	140
5.1.1	切比雪夫不等式	140
5.1.2	大数定律	141
5.1.3	中心极限定理	141

5.2 疑惑分析	142
5.2.1 依概率收敛的意义是什么?	142
5.2.2 大数定律在概率论中有何意义?	142
5.2.3 中心极限定理有何实际意义?	142
5.2.4 大数定律与中心极限定理有何异同?	142
5.3 补充例题	142
5.4 习题 5 提示或解答	146
5.5 补充习题 5	147
5.6 补充习题 5 提示或解答	148
5.7 自测题 5	150
5.8 自测题 5 提示或解答	151
第 6 章 样本与统计量	153
6.0 学习目标	153
6.1 内容提要	153
6.1.1 总体与总体分布	153
6.1.2 样本与样本分布	153
6.1.3 统计量	154
6.1.4 分位数	154
6.1.5 χ^2 分布	155
6.1.6 t 分布	156
6.1.7 F 分布	157
6.1.8 抽样分布定理	158
6.1.9 单正态总体样本均值与样本方差的分布定理	158
6.1.10 单正态总体样本均值与样本方差的分布定理	158
6.2 疑惑解答	159
6.2.1 为什么要引进统计量? 为什么统计量中不能含有未知 参数?	159
6.2.2 什么是自由度?	159
6.2.3 什么是简单随机样本? 怎样抽样可以得到简单随机 样本?	159
6.3 补充例题	160
6.4 习题 6 提示或解答	162
6.5 补充习题 6	164
6.6 补充习题 6 提示或解答	167

6.7	自测题 6	169
6.8	自测题 6 提示或解答	170
第 7 章	参数估计	172
7.0	学习目标	172
7.1	内容提要	172
7.1.1	点估计的有关概念	172
7.1.2	矩估计	172
7.1.3	似然函数	173
7.1.4	估计量的评价准则	174
7.1.5	置信区间	174
7.2	疑惑解析	176
7.2.1	点估计与区间估计的区别与联系	176
7.2.2	怎样理解置信度 $1-\alpha$ 的意义?	176
7.2.3	矩估计法的基本思想是什么? 矩估计量是否唯一?	176
7.2.4	什么是极大似然估计? 其基本思想是什么?	177
7.2.5	对于未知参数的估计量为什么希望它具有无偏性和最小 方差性(优效性)?	177
7.2.6	样本方差 S^2 与样本二阶中心矩 S^{*2} 估计 σ^2 有何异同?	177
7.2.7	怎样处理区间估计中精度与可靠性之间的矛盾?	178
7.3	补充例题	178
7.4	习题 7 提示或解答	184
7.5	补充习题 7	188
7.6	补充习题 7 提示或解答	190
7.7	自测题 7	193
7.8	自测题 7 提示或解答	195
第 8 章	假设检验	198
8.0	学习目标	198
8.1	内容提要	198
8.1.1	假设检验的基本概念	198
8.1.2	单个正态总体的假设检验	199
8.1.3	两个正态总体的假设检验	200
8.2	疑惑解析	201
8.2.1	什么是显著性检验? 其基本思想是什么? 有什么缺陷?	201
8.2.2	对于实际问题的择一检验中,原假设与备择假设地位是否相等? 应如何选	

择原假设与备择假设?	201
8.2.3 参数的假设检验与区间估计之间有什么关系?	201
8.2.4 显著性检验的反证法思想与一般的反证法有何不同?	201
8.3 补充例题	202
8.4 习题8提示或解答	206
8.5 补充习题8	208
8.6 补充习题8提示或解答	210
8.7 自测题8	211
8.8 自测题8提示或解答	213
第9章 模拟试卷及参考答案	215
概率论模拟试卷一	215
概率论模拟试卷二	217
概率论与数理统计模拟试卷一	219
概率论与数理统计模拟试卷二	220
概率论模拟试卷一参考答案及评分标准	223
概率论模拟试卷二参考答案及评分标准	226
概率论与数理统计模拟试卷一参考答案及评分标准	228
概率论与数理统计模拟试卷二参考答案及评分标准	230

第 1 章

随机事件与概率

1.0 学习目标

1. 理解随机事件和样本空间的概念；
2. 掌握事件之间的关系与基本运算；
3. 了解概率的统计定义及概率的公理化定义；
4. 理解概率的古典定义；
5. 掌握概率的基本性质并能应用这些性质进行概率计算；
6. 理解条件概率的概念，掌握概率的乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式，并能应用这些公式进行概率计算；
7. 理解事件独立性的概念，掌握用独立性进行概率计算的方法。

学习重点：事件的关系及其运算，概率的公理化定义及性质，古典概型的概念及其计算，条件概率、乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式的理解及其应用。

学习难点：随机事件概率的性质的运用，全概率公式、贝叶斯公式、二项概率公式的应用。

1.1 内容提要

1.1.1 随机事件

1. 随机现象

必然现象：在一定条件下必然出现的现象。**随机现象：**在一定条件下可能出现也可能不出现的现象。**随机试验：**对随机现象的重复观察，简称试验，记为 E 。

随机试验的特征：

- (1) 可以在相同条件下重复进行；
- (2) 每次试验的结果不止一个，并且事先可以确定试验的所有可能的结果；
- (3) 进行试验之前不能确定哪一个结果会出现。

2. 样本空间与随机事件

随机试验的所有可能的结果组成的集合称为样本空间,记为 Ω . 样本空间的一个子集称为随机事件,简称为事件,常用大写字母 A, B, C 等表示.

只含一个试验结果(即样本空间中的一个元素)的事件为基本事件;否则为复合事件. 随机试验中包含在随机事件中的随机试验结果出现时,称为该事件发生.

在每次试验中一定发生的事件称为必然事件,用 Ω 表示. 每次试验中肯定不发生的事件称为不可能事件,记为 $\emptyset$.

3. 事件的关系与运算

事件 A 包含于事件 B : 若事件 A 发生必有事件 B 发生,则称事件 A 包含于事件 B , 记成 $A \subset B$.

事件的相等: 若 $A \subset B$, 且 $B \subset A$, 则称事件 A 与 B 相等, 记成 $A = B$.

事件 A 与 B 的并或和: 若事件 C 发生, 当且仅当事件 A 发生或 B 发生, 则称事件 C 为事件 A 与 B 的并或和, 记成 $A \cup B$ 或 $A + B$.

事件 A 与 B 的积或交: 若事件 C 发生, 当且仅当事件 A 与 B 同时发生, 则称事件 C 为事件 A 与 B 的积或交, 记成 $A \cap B$ 或 AB .

特别地, 当 $AB = \emptyset$ 时, 称 A 与 B 为互斥事件(或互不相容事件), 简称 A 与 B 互斥.

事件 A 与 B 的差: 若事件 C 发生当且仅当事件 A 发生且事件 B 不发生, 则称事件 C 为事件 A 与 B 的差, 记成 $A - B$.

特别地, 称 $\Omega - A$ 为 A 的对立事件(或 A 的逆事件、补事件)等, 记成 $\bar{A}$.

4. 事件的关系与运算的性质

基本性质:

$$\emptyset \subset A \subset \Omega; \quad A - B = A - AB = A\bar{B}; \quad \bar{\bar{A}} = A.$$

运算法则:

$$\text{交换律} \quad A \cup B = B \cup A, \quad AB = BA;$$

$$\text{结合律} \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C, \quad A(B \cap C) = (AB)C;$$

$$\text{分配律} \quad A(B \cup C) = AB \cup AC, \quad A \cup (BC) = (A \cup B)(A \cup C);$$

$$\text{对偶律} \quad \overline{A \cup B} = \bar{A} \bar{B}, \quad \overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B};$$

$$A - B = A\bar{B}, \quad A = AB \cup A\bar{B}.$$

1.1.2 随机事件的概率

1. 事件的频率

$$f_n(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{事件 } A \text{ 发生的次数}}{\text{试验的总次数}}.$$

2. 频率的性质

- (1) $0 \leq f_n(A) \leq 1$;
- (2) $f_n(\Omega) = 1, f_n(\emptyset) = 0$;
- (3) 若事件 $A_1, A_2, \dots, A_k$ 两两互斥, 则

$$f_n\left(\bigcup_{i=1}^k A_i\right) = \sum_{i=1}^k f_n(A_i)$$

3. 概率公理化

设 E 是一个随机试验, Ω 是它的样本空间. 对于 E 中的每一个事件 A 赋予一个实数 $P(A)$, 我们把满足下列条件的集合函数 $P(\cdot)$ 称为事件 A 的概率.

- (1) 非负性, 对于 E 中的每一个事件 A , 有 $P(A) \geq 0$;
- (2) 完备性, $P(\Omega) = 1$;
- (3) 可列可加性, 若事件 $A_1, A_2, \dots$ 两两互斥, 则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

4. 概率的性质

- (1) $P(\emptyset) = 0$;
- (2) 若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 两两互斥, 则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n);$$

- (3) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$;
- (4) 若 $A \subset B$, 则 $P(B - A) = P(B) - P(A)$, $P(B) \geq P(A)$;
- (5) 加法定理: $P(B \cup A) = P(A) + P(B) - P(AB)$;

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC).$$

1.1.3 古典概率模型

古典概率模型的假设:

- (1) 试验结果只有有限种;
- (2) 各种结果出现的可能性相同.

古典概型的计算公式

$$P(A) = \sum_{r=1}^k P(\omega_r) = \frac{k}{n} = \frac{A \text{ 中包含基本事件数}}{\text{基本事件总数}}$$

1.1.4 条件概率

1. 条件概率定义

设 $P(B) > 0$, 则称 $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ 为在事件 B 发生条件下, 事件 A 的条件

概率.

2. 条件概率的性质

$$(1) 0 \leq P(A|B) \leq 1;$$

$$(2) P(\Omega|B) = 1;$$

(3) 若 $A_1, A_2, \dots$ 互斥, 则

$$P((A_1 \cup A_2 \cup \dots)|B) = P(A_1|B) + P(A_2|B) + \dots.$$

3. 乘法公式

若 $P(B) > 0$, 则 $P(AB) = P(B)P(A|B)$. 若 $P(A) > 0$, 则 $P(AB) = P(A)P(B|A)$.

4. 全概率公式

设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为两两互斥的事件, 且 $P(A_i) > 0, i = 1, 2, \dots, n$; 另有一事件 B , 它总是与 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 之一同时发生, 则有公式

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i).$$

5. 贝叶斯公式

设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 是两两互斥的事件, 且 $P(A_i) > 0, i = 1, 2, \dots, n$; 另有一事件 B , 它总是与 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 之一同时发生, 则

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j)P(B|A_j)} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

1.1.5 事件的独立性

1. 两个事件的独立性

(1) 定义: 若两事件 A, B 满足 $P(AB) = P(A)P(B)$, 则称 A 与 B 相互独立, 简称 A, B 独立.

(2) 性质

① 若事件 A 与 B 独立, 且 $P(A) > 0$, 则 $P(A|B) = P(A)$;

② 若事件 A 与 B 独立, 则 $\bar{A}$ 和 B, A 与 $\bar{B}, \bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相互独立.

2. n 个事件的独立性

(1) 定义: 如果事件 A, B, C 满足

$$\begin{cases} P(AB) = P(A)P(B) \\ P(AC) = P(A)P(C) \\ P(BC) = P(B)P(C) \\ P(ABC) = P(A)P(B)P(C) \end{cases},$$

则称事件 A, B, C 相互独立.

推广 设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 是 n 个事件, 如果对任意 $k (1 < k < n)$, 任意 $(1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n)$, 等式

$$P(A_{i_1} A_{i_2} \cdots A_{i_k}) = P(A_{i_1}) P(A_{i_2}) \cdots P(A_{i_k})$$

成立, 则称 n 个事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立.

(2) 计算 n 个独立事件并的概率公式.

设事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立, 则

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = 1 - P(\overline{A_1}) P(\overline{A_2}) \cdots P(\overline{A_n});$$

(3) n 个相互独立事件具有如下两个重要结论:

① 若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立, 则其中任意 $k (k < n)$ 个事件 $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$ 也相互独立;

② 若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立, 则 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 也相互独立, 其中 B_i 或为 A_i , 或为 $\overline{A_i}, i=1, 2, \dots, n$.

1.2 疑惑解析

1.2.1 什么是统计规律性? 什么是随机现象?

现象在一定条件下发生, 其结果是多样的, 因而在现象发生前不能预知确切结果的不确定现象, 其结果在大量重复试验中呈现出一种规律性. 由于这种规律是根据统计分析出来的, 因而称为统计规律性.

例如, 两人射击. 甲是神枪手, 乙是普通射手. 如果打一发子弹, 甲可能打中也可能打不中, 乙也可能打中也可能打不中, 看不出什么规律.

如果两人比赛, 各打 10 组, 每组 100 发子弹, 结果是:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲	97	95	98	92	100	96	92	94	91	96
乙	50	52	47	56	45	54	44	43	48	47

我们可以看出规律性: 甲可说几乎每发必中, 乙只有大约一半的可能性打中. 这种规律性称为统计规律性. 在大量试验中才显示出来, 不是个别试验显示的特性.

在一次试验或观察中结果不能预先确定, 而在大量重复试验中结果具有统计规律性的现象称为随机现象. 随机现象是概率论与数理统计的主要研究对象.

1.2.2 样本空间与必然事件之间有什么关系?

样本空间是随机试验 E 的所有可能结果的集合,而必然事件是指随机试验中一定会出现的结果.虽然在一次试验中只有样本空间的一个元素发生,但在把样本空间视作一个整体时,我们说它在每次试验中都发生了.因此,可以说样本空间是必然事件.

1.2.3 如何区分互逆事件与互斥事件?

如果两个事件 A 与 B 必有一个事件发生,且至多有一个事件发生,则 A 、 B 为互逆事件;如果两个事件 A 与 B 不能同时发生,则 A 、 B 为互斥事件.

因而,互逆必定互斥,互斥未必互逆.

区别两者的关键是:当样本空间只有两个事件时,两事件才可能互逆,而互斥适用于多个事件的情形.作为互斥事件在一次试验中两者可以都不发生,而互逆事件必发生一个且只发生一个.

例如,掷一枚硬币结果只有两个,正面或反面,它们既是互逆事件也是互斥事件;而掷一枚骰子出现 1 点与出现 2 点是两个互斥事件但不是互逆事件.

1.2.4 如何区分两事件独立与两事件互斥?

两个事件相互独立,实质上是指事件 B 的出现对于事件 A 的出现没有影响,且事件 A 的出现对于事件 B 的出现也没有影响.而 A 、 B 互斥,则是指 A 和 B 在一次试验中不能同时出现,即 $AB = \emptyset$. 在通常情况下,相互独立与互斥是两个互不等价、完全不同的概念,读者不能混淆.但是这两个概念也有联系,因为在 $P(A) > 0, P(B) > 0$ 的条件下,若 A 、 B 相互独立,则 $P(AB) = P(A)P(B)$,而若 A 、 B 互斥,则 $P(AB) = 0$,说明在 $P(A) > 0, P(B) > 0$ 的情况下,相互独立不能推出互斥.

在实际问题中,对于事件的独立性,我们常常不是用定义来判断,而是由试验方式来判断试验的独立性,由试验的独立性来判断事件的独立性.或者说根据问题的实质,直观上看一事件发生是否影响另一事件的发生来判断.例如,甲乙两名射手在相同条件下进行射击,则“甲击中目标”与“乙击中目标”两事件是独立的.如果对实际问题中的事件还难以判断它们是否独立,则需要通过已知的统计资料进行分析,这是统计学中的内容.

1.2.5 “频率”与“概率”之间有何关系?

随机事件的频率,指此事件发生的次数与试验总次数的比值,它具有一定的稳定性,即稳定在某一常数附近,而偏离的可能性很小.为了说明这种规律,我们把这