新世纪小学数学活动丛书

六年级数学活动课

刘京友 主编

北京师范大学出版社

新世纪小学数学活动丛书

六年级
数学活动课

主　　编　刘京友

本书作者　梁北援　余文熊

北京师范大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

六年级数学活动课/刘京友主编;梁北援,余文熊编 —北京:北京师范大学出版社，1998.7
(新世纪小学数学活动丛书)
ISBN 7-303-04809-X

Ⅰ.六… Ⅱ.①刘… ②梁… ③余… Ⅲ.数学课-小学-课外读物 Ⅳ.G623.504

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 21669 号

北京师范大学出版社出版发行
（北京市新街口外大街 19 号　　邮政编码：100875）
出版人：谢维和
北京东晓印刷厂印刷　　全国新华书店经销
开本：850mm×1168mm　1/32　印张：6.625　字数：155 千字
1998 年 8 月第 1 版　1998 年 8 月第 1 次印刷
印数：1～10 100 册
定价：8.50 元

前　言

这套书定名为《新世纪小学数学活动丛书》。开宗明义，是为21世纪的孩子们编写的数学课外读物。

小学生正处在学知识、长身体的阶段。他们需要主动、和谐、富有朝气的课堂学习，也需要轻松、愉快、丰富多彩的课外活动。好的教科书重要，好的课外读物同样重要。

好的课外读物应当是生动的、趣味性的。读来有趣就会产生兴趣，对于小学生，兴趣就是学习的动力。本丛书以通俗的语言、流畅的文笔讲述古今中外的数学名题、趣题和智力游戏，展示出数学的神奇智慧和艺术般的魅力，激发孩子们的数学兴趣和探索求知的欲望，在不知不觉中将孩子们引进深奥有趣的数学世界之中。

好的课外读物应当是科学的、知识性的，虽然以课本之外的内容为主，却不离开小学数学教学的核心内容。本丛书是一个数学百宝园，+，-，×，÷的来历，完全数、勾股数、亲和数……样样都有，孩子们的课外知识就靠这样一点一滴积累起来。各年级的数学活动课本，使孩子们循序渐进地学到更多的数学知识和数学思想，既巩固了课堂知识，又给孩子们的数学能力提供了一个发展空间。

好的课外读物还应当具有历史性和时代感。每一代人都是历史长河中的一个阶段，是社会发展中的一个链条。本丛书通过“四色定理”、“哥德巴赫猜想”等著名数学问题的发现、探索和求证过程，通过阿基米德、高斯、欧拉等伟大数学家的成长过程，向孩子们展示一个富于挑战性的数学世界，使孩子们知道，数学发展到今天，是多少代数学家不懈努力的结果。历史就要进入

21 世纪，接力棒就要传到我们手中，我们怎么办？从而激励孩子们从小爱数学，从小学数学，不怕困难，勇攀高峰的精神。

有了好的课外读物，还有一个怎样读的问题。看数学书不同于看小说，不能读得太快，要边阅读边思考。当把一个问题的题意弄清后，最好不要立刻就看下面的分析解答，而是自己独立思考一下，看看自己能不能解这道题，必要时手头准备好铅笔和纸，写写算算画画，进行一些必要的计算和推导，然后将自己想的方法与书上的分析解答进行比较，看看各有哪些优缺点。这样把眼、脑、手结合起来，边读边想边算，比单纯的阅读收获更大。如果能和同学们一起讨论书中的问题，集思广益，那么大家都会得到更多的收获。

数学并不难，只要有信心，有兴趣，多动脑筋，多思考，多练习，每个孩子都能把数学学好。

3～6 年级数学活动课可供学有余力，希望进一步提高数学素质和准备参加各级小学数学竞赛的学生作教材使用。

本丛书作为向新世纪的献礼工程，由北京竞赛数学研究所策划。自 1995 年底开始，历时近三年，马传渔、魏有德、周应斌、继承、朱华伟、齐世荫、梁北援、余文熊、翁丽丽、章明等作者，以极其严肃认真的态度，查阅了大量文献资料，分类、整理、编撰，并几易其稿，为本丛书付出大量心血。北京师范大学出版社自始至终给予本丛书大力支持。在此，对参予本丛书编写的所有作者及北京师范大学出版社表示诚挚的感谢。

刘京友

1998 年 8 月 8 日

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.co

目　录

第1讲 比较分数的大小

同学们从一开始接触数学，就有比较数的大小问题。比较整数、小数的大小的方法比较简单，而比较分数的大小就不那么简单了，因此也就产生了多种多样的方法。

对于两个不同的分数，有分母相同，分子相同以及分子、分母都不相同三种情况，其中前两种情况判别大小的方法是：

分母相同的两个分数，分子大的那个分数比较大；

分子相同的两个分数，分母大的那个分数比较小。

第三种情况，即分子、分母都不同的两个分数，通常是采用通分的方法，使它们的分母相同，化为第一种情况，再比较大小。

由于要比较的分数千差万别，所以通分的方法不一定是最简捷的。下面我们介绍另外几种方法。

1. “通分子”。

当两个已知分数的分母的最小公倍数比较大，而分子的最小公倍数比较小时，可以把它们化成同分子的分数，再比较大小，这种方法比通分的方法简便。例如，$\frac{12}{17}$与$\frac{15}{22}$，分母的最小公倍数是三位数，分子的最小公倍数是60，把$\frac{12}{17}$化为$\frac{60}{85}$，$\frac{15}{22}$化为$\frac{60}{88}$，因为$\frac{60}{85}>\frac{60}{88}$，所以$\frac{12}{17}>\frac{15}{22}$。

如果我们把课本里的通分称为“通分母”，那么这里讲的方法可以称为“通分子”。

2. 化为小数。

有时把已知分数化为小数后再比较大小，比通分等方法更简便。例如$\frac{2}{3}$与$\frac{13}{20}$，一看就知道$\frac{2}{3}=0.66\cdots$，$\frac{13}{20}=0.65$，所以$\frac{2}{3}>\frac{13}{20}$。

这种方法对任意的分数都适用，因此也叫万能方法。但在比较大小时是否简便，就要看具体情况了。

3. 先约分，后比较。

有时已知分数不是最简分数，可以先约分。

例如，$\frac{7171}{8383}$与$\frac{717171}{838383}$，约分后两个分数都等于$\frac{71}{83}$，所以它们是相等的。

4. 根据倒数比较大小。

对于分数 m 和 n，如果$\frac{1}{m}<\frac{1}{n}$，那么 $m>n$。

例如，$\frac{19}{20}$与$\frac{20}{21}$，因为$\frac{21}{20}=1\frac{1}{20}<1\frac{1}{19}=\frac{20}{19}$，所以$\frac{20}{21}>\frac{19}{20}$。

5. 若两个真分数的分母与分子的差相等，则分母(子)大的分数较大；若两个假分数的分子与分母的差相等，则分母(子)小的分数较大。也就是说，

如果 $a>b$，$k>0$，那么$\frac{b+k}{a+k}>\frac{b}{a}$；

如果 $a<b$，$k>0$，那么$\frac{b}{a}>\frac{b+k}{a+k}$。

例如，$\frac{7}{9}$与$\frac{11}{13}$，因为 $9-7=13-11$，所以$\frac{11}{13}>\frac{7}{9}$；又如，$\frac{111}{554}$与$\frac{1111}{5541}$，因为$\frac{111}{554}=\frac{1110}{5540}$，$5540-1110=5541-1111$，所以$\frac{1111}{5541}>\frac{111}{554}$。

类似地，对于$\frac{9}{8}$与$\frac{12}{11}$，因为 $9-8=12-11$，所以$\frac{9}{8}>\frac{12}{11}$。

6. 借助第三个数进行比较。有以下几种情况：

(1) 对于分数 m 和 n，若 $m>k$，$k>n$，则 $m>n$。

例如，$\frac{5}{11}$与$\frac{7}{13}$，因为$\frac{5}{11}<\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}<\frac{7}{13}$，所以$\frac{5}{11}<\frac{7}{13}$。这里借助于$\frac{1}{2}$。

又如，$\frac{23}{30}$与$\frac{22}{31}$，因为$\frac{23}{30}>\frac{23}{31}$，$\frac{23}{31}>\frac{22}{31}$，所以$\frac{23}{30}>\frac{22}{31}$。

由这个例子我们发现，对于分数$\frac{b}{a}$与$\frac{d}{c}$，如果 $b>d$，$a<c$，我们可以借助于$\frac{d}{a}$或$\frac{b}{c}$，由

$$\frac{b}{a}>\frac{d}{a}>\frac{d}{c} \quad 或 \quad \frac{b}{a}>\frac{b}{c}>\frac{d}{c},$$

断定$\frac{b}{a}>\frac{d}{c}$。

(2) 对于分数 m 和 n，若 $m-k>n-k$，则 $m>n$。

例如，$m=\frac{218191}{654321}$，$n=\frac{152347}{456789}$，两个分数都比$\frac{1}{3}$ 略大，于是可以借助于$\frac{1}{3}$。

$$m-\frac{1}{3}=\frac{84}{654321}, \quad n-\frac{1}{3}=\frac{84}{456789},$$

前一个差比较小，所以 $m<n$。

(3) 对于分数 m 和 n，若 $k-m<k-n$，则 $m>n$。

例如，$\frac{16}{19}$与$\frac{14}{17}$，因为 $1-\frac{16}{19}=\frac{3}{19}$，$1-\frac{14}{17}=\frac{3}{17}$，$\frac{3}{19}<\frac{3}{17}$，所以$\frac{16}{19}>\frac{14}{17}$。这里借助于 1。

注意，(2)与(3)的差别在于，(2)中借助的数 k 小于原来的

两个分数 m 和 n;(3)中借助的数 k 大于原来的两个分数 m 和 n。

(4) 把两个已知分数的分母、分子分别相加,得到一个新分数。新分数一定介于两个已知分数之间,即比其中一个分数大,比另一个分数小。

例如$\frac{2}{3}$与$\frac{4}{7}$,新分数$\frac{2+4}{3+7}=\frac{6}{10}$,$\frac{2}{3}>\frac{6}{10}>\frac{4}{7}$。

利用这一点,当两个已知分数不容易比较大小,新分数与其中一个已知分数容易比较大小时,就可以借助于这个新分数。

例如,$\frac{16}{11}$与$\frac{5}{9}$不容易比较,新分数$\frac{6+5}{11+9}=\frac{11}{20}$,一看就知道它等于 0.55, 而$\frac{5}{9}=0.555\cdots$, 由$\frac{11}{20}<\frac{5}{9}$, 推知一定有$\frac{11}{20}>\frac{16}{11}$, 即$\frac{16}{11}<\frac{11}{20}<\frac{5}{9}$,所以$\frac{16}{11}<\frac{5}{9}$。

比较分数大小的方法还有很多, 同学们可以在学习中不断发现总结,但无论哪种方法,均来源于:“分母相同,分子大的分数大;分子相同,分母小的分数大”这一基本方法。

练习 1

1. 比较下列各组分数的大小:

(1) $\frac{3}{11}$, $\frac{4}{15}$;　(2) $\frac{32}{66}$, $\frac{36}{75}$;　(3) $\frac{17}{69}$, $\frac{15}{67}$;

(4) $\frac{661}{998}$, $\frac{6661}{9998}$;　(5) $\frac{117}{448}$, $\frac{207}{808}$;　(6) $\frac{103}{116}$, $\frac{217}{240}$。

2. 将下列各组分数用“<”连接起来:

(1) $\frac{7}{19}$, $\frac{6}{23}$, $\frac{6}{19}$, $\frac{7}{13}$;　(2) $\frac{18}{49}$, $\frac{41}{111}$, $\frac{47}{129}$, $\frac{51}{139}$。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.co

第 2 讲　巧求分数

我们经常会遇到一些分数的分子、分母发生变化的题目,例如分子或分母加、减某数,或分子与分母同时加、减某数,或分子、分母分别加、减不同的数,得到一个新分数,求加、减的数,或求原来的分数。这类题目变化很多,因此解法也不尽相同。

例 1　有一个分数,分子加 3 可约简为$\frac{5}{6}$,分子减 3 可约简为$\frac{1}{3}$,求这个分数。

分析:$\frac{5}{6}$比原分数多 3 个分数单位,$\frac{1}{3}$比原分数少 3 个分数单位,所以$\frac{5}{6}$与$\frac{1}{3}$的和正好是原分数的 2 倍,即原分数是$\frac{5}{6}$与$\frac{1}{3}$的平均数。

解:$\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\right)\div 2=\frac{7}{12}$。

例 2　有一个分数,它的分母加 1,可约简为$\frac{1}{2}$;分母减 1,可约简为$\frac{2}{3}$。这个分数是多少?

分析:若把这个分数的分子、分母调换位置,原题中的分母加、减 1 就变成分子加、减 1,这样就可以用例 1 求平均数的方法求出分子、分母调换位置后的分数,再求倒数即可。

解:$\left(\frac{2}{1}+\frac{3}{2}\right)\div 2=\frac{7}{4}$,$\frac{7}{4}$的倒数是$\frac{4}{7}$。

例 3　有一个分数,分子加上 2 可约简为$\frac{5}{8}$,分子减去 1 可

约简为$\frac{1}{2}$,求这个分数。

分析与解：因为加上和减去的数不同，所以不能用求平均数的方法求解。$\frac{5}{8}$比原分数多 2 个分数单位，$\frac{1}{2}$比原分数少 1 个分数单位，说明$\frac{5}{8}$和$\frac{1}{2}$相差(2+1)个分数单位，我们先求出这个分数的一个分数单位，

$$\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{2}\right)\div(2+1)=\frac{1}{8}\div3=\frac{1}{24}。$$

这个分数为$\frac{5}{8}-\frac{1}{24}\times2=\frac{13}{24}$或$\frac{1}{2}+\frac{1}{24}=\frac{13}{24}$。

例 4 一个分数，它的分母加上 3 可约分为$\frac{3}{7}$，它的分母减去 2 可约分为$\frac{2}{3}$,这个分数是多少?

分析与解：如果把这个分数的分子与分母调换位置，问题就变为：

一个分数,它的分子加上 3 可约分为$\frac{7}{3}$,它的分子减去 2 可约分为$\frac{3}{2}$,这个分数是多少?

于是与例 3 类似,可以求出

$$\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{2}\right)\div(3+2)=\frac{5}{6}\div5=\frac{1}{6},$$

$$\frac{7}{3}-\frac{1}{6}\times3=\frac{11}{6}\text{或}\frac{3}{2}+\frac{1}{6}\times2=\frac{11}{6},$$

$$\text{原分数}=1\div\frac{11}{6}=\frac{6}{11}。$$

在例 1～例 4 中，两次改变的都是分子，或都是分母，如果

分子、分母同时变化,那么会怎样呢?

例 5 将分数$\frac{29}{43}$的分子加上 a, 分母减去 a, 则分数约分后变为$\frac{3}{5}$, 求自然数 a。

分析与解: 分子加上 a, 分母减去 a, (约分前)分子与分母之和不变, 等于 $29+43=72$。约分后的分子与分母之和变为 $3+5=8$, 所以分子、分母约掉的因子是 $72\div 8=9$, 约分前的分数是$\frac{3\times 9}{5\times 9}=\frac{27}{45}$。由此求出 a 是 $29-27=2$ 或 $45-43=2$。

例 6 分数$\frac{44}{89}$的分子和分母都减去同一个自然数, 新的分数约分后是$\frac{2}{7}$, 求这个自然数。

分析与解: 分数$\frac{44}{89}$的分子与分母的差是 $89-44=45$, 分子和分母都减去同一个自然数, 得到的新分数如果不约分, 那么差还是 45, 新分数约分后变成$\frac{2}{7}$, 分子与分母的差变成 $7-2=5$, 由 $45\div 5=9$ 知, 分子与分母约掉了 9, 约分前为$\frac{2}{7}=\frac{2\times 9}{7\times 9}=\frac{18}{63}$, 所以分子、分母同时减去的数是 $89-63=26$ 或 $44-18=26$。

例 7 一个分数的分子与分母之和是 23, 分母增加 19 后得到一个新分数, 把这个分数化为最简分数是$\frac{1}{5}$, 求原来的分数。

分析与解: 新分数分子与分母的和是 $23+19=42$, 化为最简分数$\frac{1}{5}$后, 分子与分母的和是 $1+5=6$, 是由新分数的分子、分母同时除以 $42\div 6=7$ 得到的, 所以新分数是$\frac{1\times 7}{5\times 7}=\frac{7}{35}$, 原分数是$\frac{7}{35-19}=\frac{7}{16}$。

例8 将$\frac{5}{8}$的分子加上10,要使分数的大小不变,分母应加多少?

分析与解:分子加10,等于分子增加了$10\div5=2$(倍),为保持分数的大小不变,分母也应增加相同的倍数,所以分母应加

$$8\times2=16。$$

例9 将$\frac{24}{25}$的分母减去10,要使分数的大小不变,分子应减去多少?

分析与解:分母减去10,等于分母减少了原来的$10\div25=\frac{2}{5}$,为保持分数的大小不变,分子也应减少相同的倍数,所以分子应减去$24\times\frac{2}{5}=9.6$。

在例8中,分母应加的数是

$$8\times(10\div5)=10\times(8\div5)=10\div\frac{5}{8};$$

在例9中,分子应加的数是

$$24\times(10\div25)=10\times(24\div25)=10\times\frac{24}{25}。$$

由此,我们得到解答例8、例9这类分数问题的公式:

分子应加(减)的数=分母所加(减)的数×原分数;

分母应加(减)的数=分子所加(减)的数÷原分数。

例10 有一个分数,它的分子加5,可以约简为$\frac{3}{4}$;它的分母减2,可以约简为$\frac{1}{2}$,求这个分数。

分析与解:这道题的分子、分母分别加、减不同的数,可以说是这类题中最难的,我们用设未知数列方程的方法解答。

设这个分数的分子为 x，由“分子加 5，可以约简为$\frac{3}{4}$”，得到分母为$(x+5)\div\frac{3}{4}$。再由“分母减 2，可以约简为$\frac{1}{2}$”，得到分母为 $2x+2$。于是得到方程

$$2x+2=(x+5)\div\frac{3}{4},$$

$$(2x+2)\times 3=(x+5)\times 4,$$

$$6x+6=4x+20,$$

$$2x=14,$$

$$x=7。$$

分母是 $2x+2=16$，所求分数是$\frac{7}{16}$。

练习 2

1. 有一个分数，分子加 1 可约简为$\frac{1}{2}$，分子减 1 可约简为$\frac{1}{3}$，求这个分数。

2. 有一个分数，分母加 3 可约简为$\frac{1}{5}$，分母减 3 可约简为$\frac{1}{2}$，求这个分数。

3. 一个分数，分子加上 2 可约简为$\frac{3}{5}$，分子减去 1 可约简为$\frac{2}{5}$，这个分数是多少？

4. 一个分数，分母加上 1 可约简为$\frac{2}{3}$，分母减去 2 可约简

为$\frac{4}{5}$,这个分数是多少?

5. 将分数$\frac{53}{79}$的分子减去a,分母加上a,新的分数约分后等于$\frac{4}{7}$,求自然数a。

6. 分数$\frac{22}{67}$的分子、分母都加上同一个自然数,新的分数约分后等于$\frac{7}{16}$,求这个自然数。

7. 一个分数的分母比分子大13,分子减少1后可约简为$\frac{2}{9}$,求原来的分数。

8. 将$\frac{6}{17}$的分子减去3,要使分数的大小保持不变,分母应减去多少?

9. 将$\frac{5}{12}$的分母加上9,要使分数的大小保持不变,分子应加上几?

10. 有一个分数,它的分子减去2可约简为$\frac{1}{2}$,它的分母加上1可约简为$\frac{5}{9}$,求这个分数。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.co