

普通高等教育基础课规划教材 ●

大学物理实验

主编 / 邓玲娜 章世暄
主审 / 潘小青



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

主 编 邓玲娜 章世暄
参 编 李 迎 周 琦 李 雄 何娟美
吕 波 方 诚 谭嘉进 姜碧芬
廖培林 陈宏伟 李 群 王爱星
饶黄云 刘红兵 蔡伟群
主 审 潘小青



西南交通大学出版社



北航

C1632868

04-33
592.

876259210

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 邓玲娜, 章世暄主编. —成都:
西南交通大学出版社, 2013.1
普通高等教育基础课规划教材
ISBN 978-7-5643-2049-2

I. ①大… II. ①邓… ②章… III. ①物理学—实验
—高等学校—教材 IV. ①04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 273231 号

普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

主编 邓玲娜 章世暄

责任编辑	孟苏成
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm × 260 mm
印 张	17.625
字 数	440 千字
版 次	2013 年 1 月第 1 版
印 次	2013 年 1 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-2049-2
定 价	35.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本实验教材是结合当前东华理工大学物理实验教学的实际情况而编写的。在教材编写过程中,我们吸取了近几年出版的许多优秀物理实验教材的优点,根据多年的物理实验教学经验,在校内物理实验讲义和以往编写的实验教学用书的基础上编写、修改完成。

本教材在内容选择和编写过程中,主要考虑以下几个方面:

(1) 将物理实验的基本理论和方法集中进行归纳总结,编写在第1章、第2章和第4章中。这些理论包括测量误差与不确定度及数据处理、基本物理实验方法、基本物理实验技术、设计性实验的方法等。其中对不确定度的简化处理方法进行了较好的介绍。

(2) 在实验项目分类上,根据当前实验教学的实际,按实验训练的性质和层次分为基础性实验、近代和综合性实验及设计性实验3个层次,按照由基础到综合、由浅入深、逐步提高的原则进行编排。

(3) 在编写实验内容的过程中,从实验全过程出发,按照实验进行的顺序介绍实验内容,便于学生规范地实验,即按预习要求和实验目的撰写预习报告,阅读实验原理、实验内容,了解仪器结构和原理,实验后进行数据处理和思考题回答及实验讨论。

(4) 在设计性实验的选题上,既考虑了学校的实际也兼顾了教学基本要求的满足,既有设计操作的内容也有原理性设计的内容,这种选题有利于拓展学生的创造性思维。

(5) 在一些实验项目的编写中,考虑到相同的实验内容可通过不同的实验方法加以实现,对部分实验项目我们列举了不同的实验方法进行描述,使本书可有不同的适用对象。

(6) 本书在编写实验项目时,比物理实验教学基本要求所规定的最低学时多选编了一些实验内容,以适应不同的专业选择。

实验教学是一项集体合作的教学工作,本书的内容是我校物理系许多教师和实验室工作人员集体智慧的结晶。参加本书编写的人员有:邓玲娜、章世暄、李迎、周琦、李雄、何娟美、吕波、方诚、谭嘉进、姜碧芬、廖培林、陈宏伟、李群、王爱星、饶黄云、刘红兵、蔡伟群。

大学物理实验课程独立设课已历经20余年,随着新技术、新方法不断引入实验教学,以及实验教学改革的逐步深入,书中难免有不完善和不妥当之处,真诚地希望各位同行和使用本教材的教师和学生提出宝贵意见和建议,以便我们今后进一步修改、完善本书。

编 者

2012年11月

目 录

绪 论	1
第 1 章 物理实验基本知识	3
1.1 测量与误差	3
1.2 随机误差及其估算	5
1.3 仪器误差	8
1.4 间接测量的误差传递	10
1.5 不确定度	12
1.6 有效数字及其运算	15
1.7 实验数据处理	20
习 题	24
第 2 章 物理实验的基本测量方法	26
2.1 基本实验方法	26
2.2 基本物理实验仪器	32
2.3 基本操作技术	52
2.4 基本物理实验技术	56
实验一 基本测量	68
实验二 气垫导轨	71
实验三 刚体转动惯量的测定	78
实验四 落球法测量液体的黏滞系数	90
实验五 杨氏弹性模量	93
实验六 液体表面张力系数的测定	104
实验七 液固体比热容的测定	109
实验八 固体线膨胀系数的测定	113
实验九 电桥法测量电阻	116
实验十 用电流场模拟静电场	129
实验十一 太阳能电池伏安特性的研究	136
实验十二 阴极射线示波器	139
实验十三 伏安特性的研究	148
实验十四 霍尔效应测磁场	152
实验十五 磁场描绘	155
实验十六 薄透镜焦距的测定	159
实验十七 分光计	164
实验十八 等厚干涉 —— 牛顿环、劈尖	170

第3章 近代与综合性物理实验	176
实验十九 声速的测定	176
实验二十 电子荷质比的测定	181
实验二十一 铁磁材料的磁滞回线	183
实验二十二 光电效应	191
实验二十三 夫兰克-赫兹实验	196
实验二十四 迈克尔逊干涉仪	200
实验二十五 衍射光栅	205
实验二十六 光强测定	208
实验二十七 密立根油滴实验	212
实验二十八 照相技术	218
第4章 设计性实验	223
4.1 设计性实验的性质与任务	223
4.2 系统误差的一般知识	224
4.3 实验方案的选择与实验仪器的配套	226
4.4 设计性实验的要求	231
实验二十九 转动惯量的测量研究	232
实验三十 重力加速度的研究	233
实验三十一 简谐振动的研究	234
实验三十二 杨氏模量的测量	236
实验三十三 RLC 串联电路暂态特性的研究	238
实验三十四 变阻器的分压与限流电路	241
实验三十五 非线性电阻特性研究	245
实验三十六 非平衡电桥温度计的设计	246
实验三十七 电位差计的应用	248
实验三十八 电桥应用研究	255
实验三十九 电表改装与校正	255
实验四十 分光计的应用	260
实验四十一 迈克尔逊干涉仪的应用	263
实验四十二 基尔霍夫定律和电位的研究	265
实验四十三 电源特性研究	266
附 录	267
附录 A 国际单位制	267
附录 B 常用的物理常量	269
附录 C 希腊字母表	273
附录 D 几种单位的换算	273
参考文献	276

绪 论

1. 物理实验的地位和作用

科学实验是人们根据科学研究的目的,运用科学仪器,人为地控制、创造或纯化某种自然过程,使之按预期的进程发展,同时在尽可能减少干扰的情况下进行定性的或定量的观测,以探求该自然过程变化规律的一种科学活动。科学实验是整个自然科学的基础。

物理实验是科学实验的重要组成部分之一,物理实验在推动自然科学、工程技术的发展中起着至关重要的作用。历史上每次重大的技术革命都源于物理学的发展。热力学、分子物理学的发展,促使了热机、蒸汽机的发明,带来了第一次工业革命;电磁学理论和实验的发展,使人类进入了电气化时代,实现了第二次工业革命;原子物理学、量子力学的发展,促进了半导体、激光、核技术、电子计算机的迅猛发展,引发了第三次浪潮。物理实验是物理学的两大支柱之一,一切物理概念的建立、物理规律的发现和物理理论的形成都有赖于物理实验,并接受实验的检验。

物理实验反映了各个自然科学科学实验的共性和普遍性问题,它在培养学生严谨的科学思维能力和创新能力,培养学生理论联系实际,特别是与科学技术发展相适应的综合能力,适应新世纪人才培养目标方面有着不可替代的重要作用。

2. 大学物理实验课的目的与任务

大学物理实验课是高等理工科院校对学生进行科学实验基本训练的必修通识教育课程,是大学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。大学物理实验课覆盖了广泛的学科领域,具有多样化的实验方法和手段,以及综合性很强的基本实验技能训练,它是培养学生创新意识和创新能力,引导学生确立正确科学思想和科学方法,提高学生科学素质的重要基础。

(1) 通过对物理实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验的思想、原理和方法,加深对物理学原理和物理实验创意的理解。

(2) 培养与提高学生的科学实验基本素质,其中包括:

① 能够通过阅读实验教材或资料,基本掌握实验原理及方法,为进行实验作准备。

② 能够借助教材或仪器说明书,在老师指导下,正确使用常用仪器及辅助设备,加深对实验设计思想的理解。

③ 能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断,逐步学会提出问题、分析问题和解决问题的方法。

④ 能够正确记录和处理实验数据,绘制实验曲线,分析实验结果,撰写合格的实验报告。

⑤ 能够完成符合规范要求的具有设计性内容的实验。

⑥ 在老师指导下,能够查阅相关的科技文献,能够用实验原理、方法进行简单的具有研究性或创新性内容的实验。

(3) 培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风, 严肃认真的工作态度, 主动研究的探索精神, 以及遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

3. 大学物理实验课程的 3 个主要教学环节

1) 实验预习

在进行实验前必须预习, 明确实验目的, 理解实验原理和内容, 了解测量仪器和测量方法, 了解实验过程和注意事项。预习报告是实验工作的前期准备, 是写给自己参考用的, 故要求简单明了。实验前应清楚本次实验应达到什么目的, 通过什么实验方法和测量哪些数据才能实现实验的目的。

在预习的基础上撰写预习报告, 内容包括: 实验名称、原理简图(必要的理论公式和电路图或光路图)、列出记录数据的表格(写出已知量、指定量、待测量和各量的单位)。

2) 实验操作

进入实验室后, 按照编组号使用相应的实验仪器。实验过程中要遵守实验室规则, 了解实验仪器的使用及注意事项, 正式测量之前可作试验性探索操作。实验过程中应仔细观察和认真分析实验现象, 如实记录实验数据和现象(用钢笔或圆珠笔记录数据, 原始数据不得改动!)。实验完毕后, 有条件的应上机处理实验数据或经指导教师核准数据并签字认可后, 方可整理仪器, 离开实验室。

3) 实验报告

实验报告必须充分反映自己的工作收获和结果, 反映自己的能力水平, 具有自己的特色。实验报告要有条理性, 并注意运用科学术语; 必须要有实验的结论和对实验结果的讨论、分析或评估; 实验原理要简明扼要, 要有必要的电路图或光路图和主要的数据处理过程, 一定要正确表示实验结果, 尤其是利用作图求得的一些物理量。

实验报告内容为: 实验名称、实验目的、主要实验仪器设备、原理简述(原理图、电路图或光路图, 以及主要计算公式等)、实验的主要过程、实验数据表格、数据处理计算主要过程、作图及实验结论、实验现象分析、误差评估与不确定度计算、小结和讨论等。

第 1 章 物理实验基本知识

1.1 测量与误差

科学实验是人们根据研究的目的,创造一定的条件,使自然过程在实验场所再现,并运用科学仪器、方法,探求其变化规律的实践活动。科学实验一般包含定性分析与定量研究两个层面,定量研究要进行测量,而测量绝不可能绝对准确,所以需要测量结果的可靠性作出评价,对其误差范围作出估计。本章主要介绍测量误差和数据处理的基本知识。

1.1.1 测量

在物理实验中,一切物理量都是通过测量得到的,测量是人们对自然现象和实体进行数量描述的一种认识过程,就是用一定的工具或仪器,通过一定的方法,直接或间接地与被测对象进行比较。物理测量的内容很多,大至日、月、星辰,小到分子、原子。现在人们能观察和测量的范围,在空间方面已小到原子核内部($10^{-15} \sim 10^{-14}$) m,大到整个宇宙,大小为百亿光年,数量级相差在 10^{40} 倍以上。在时间方面某些粒子寿命已短到($10^{-24} \sim 10^{-23}$) s 的瞬间,而宇宙的年龄长达百亿年,两者数量级相差也在 10^{40} 倍以上。在定量地验证理论方面,也需要进行大量的测量工作。因此可以说,测量是进行物理实验必不可少的极其重要的一环。

为确定被测对象的测量值,首先要选定一个单位,用它与被测对象进行比较,得到被测对象与它的比值——倍数,即为数值。显然数值的大小与所选用的单位有关,对同一对象测量时,选用的单位越大,数值越小,反之亦然。因此,一个测量数据不同于一个数值,它是由数值和单位两部分组成的,一个数值有了单位,才具有特定的物理意义,这时它才可以被称之为一个物理量。所以,测量所得的值(数据)应包括数值(大小)和单位,两者缺一不可。

目前,物理学上各物理量的单位都采用中华人民共和国法定计量单位,它是以国际单位制(SI)为基础的单位。国际单位制以米(长度)、千克(质量)、秒(时间)、安培(电流)、开尔文(热力学温度)、摩尔(物质的量)和坎德拉(发光强度)为基本单位,其他物理量的单位均由这些基本单位导出,称为国际单位制的导出单位。

1.1.2 直接测量与间接测量

测量分直接测量和间接测量两大类。直接测量是指把待测物理量直接与预先标定好的仪器、量具进行比较,直接从仪器、量具上读出量值的大小。例如用直尺测量长度,用天平称衡物体质量,用秒表计量时间等。间接测量是指按一定的函数关系,由一个或多个直接测量量计算出另一个物理量。例如测形状规则的物体的密度时,先测出该物体的几何尺寸和质量,再用公式计算出物体的密度。在物理实验中进行的物理量测量,大多要通过间接测量得到。

测量方式又可分为等精度测量和非等精度测量。等精度测量是同一测量者在相同的条件

下,用同样的方法和同样的仪器对同一物理量进行的多次测量。等精度测量中各次测量的结果可能不同,但没有理由认为哪一次或哪几次的测量更可靠或更不可靠。而一旦上述测量条件中任一项发生变化,导致明显影响测量结果,则为非等精度测量。而一般所说的测量都是指等精度测量。

1.1.3 测量误差

测量的目的是为了得到待测物理量的值。在一定条件下,任何物理量的大小都有一个客观存在的真实值,称为真值。被测量的真值是一个理想的概念,一般而言是不知道的。

从测量的要求来说,人们总希望测量的结果能很好地符合客观实际。但在实际测量过程中,由于测量仪器、测量方法、测量条件和测量人员的水平以及种种因素的局限,不可能使测量结果与客观存在的真值完全相同,我们所测得的只能是某物理量的近似值。也就是说,任何一种测量结果的量值与真值之间总会或多或少地存在一定的差值,这一差值称为该测量值的测量误差,简称“误差”。误差的大小反映了测量的准确程度。测量误差的大小可以用绝对误差表示,也可用相对误差表示:

$$\text{绝对误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}}$$

绝对误差反映了测量值偏离真值的大小和方向,相对误差则表示绝对误差对测量结果影响的程度。

测量总是存在着一定的误差,但实验者应该根据要求和误差限度来制订或选择合理的测量方案和仪器。不能不切实际地要求实验仪器的精度越高越好;环境条件总是恒温、恒湿、越稳定越好;测量次数总是越多越好。一个优秀的实验工作者,应该是在一定的要求下,以最低的代价来取得最佳的实验结果。要做到既保证必要的实验精度,又合理地节省人力与物力。误差自始至终贯穿于整个测量过程之中,为此必须分析测量中可能产生各种误差的因素,尽可能消除其影响,并对测量结果中未能消除的误差做出评价。

1.1.4 误差的分类

误差的产生有多方面的原因,从误差的来源和性质上可分为“随机误差”和“系统误差”两大类。

1. 系统误差

在相同条件下,多次测量同一物理量时(等精度测量),测量值对真值的偏离(包括大小和方向)总是相同或以可以预知的方式变化,这类误差称为系统误差。系统误差的来源大致有以下几种:

(1) 实验方法的不完善或依据的理论本身的近似性。例如,用天平称质量时未考虑空气的浮力;用伏安法测电阻时未考虑电表的内阻影响等。

(2) 仪器结构不完善。例如,温度计的刻度不准;砝码质量不准;仪器零点没有调准;仪器未调整好水平或铅直等。

(3) 环境条件的改变。例如,标准电池是以 20°C 条件下的电动势值为标准值,若不在这一温度环境中使用,且不加以修正,就会引入系统误差。

(4) 测量者生理心理因素的影响。例如,记录某一信号时有滞后或超前的倾向,对准标志线读数时总是偏左或偏右、偏上或偏下等。

系统误差的特点是恒定性,不能用增加测量次数的方法使它减小。在实验中发现和消除系统误差是很重要的,因为它常常是影响实验结果准确程度的主要因素。能否用恰当的方法发现和消除系统误差,是测量者实验水平高低的反映,但是又没有一种普遍适用的方法去消除误差,主要靠对具体问题作具体的分析与处理,要靠实验经验的积累。

能否识别和消除系统误差与实验者的经验和实际知识有着密切关系。因此,对实验初学者来说,应该从一开始就逐步地积累这方面的感性知识,在实验时要分析采用这种实验方法、使用这套仪器、运用这种操作技术会不会给测量结果引入系统误差。

2. 随机误差

随机误差是指在相同条件下,多次测量同一物理量,其测量误差的绝对值和符号以不可预知的方式变化的测量误差。这种误差是由实验中多种因素的微小变动而引起的,例如,实验装置和测量机构在各次调整操作上的变动,测量仪器指示数值的变动,以及观测者本人在判断和估计读数上的变动,等等。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生涨落,其变化量就是各次测量的随机误差。随机误差的出现,就某一测量值来说是没有规律的,其大小和方向都是不能预知的,但对一个量进行足够多次的测量,则会发现它们的随机误差是按一定的统计规律分布的,常见的分布有正态分布、均匀分布、 t 分布等。

最典型的分布是正态分布,它的特点是:正方向误差和负方向误差出现的次数大体相等,数值较小的误差出现的次数较多,数值很大的误差在没有错误的情况下通常不出现。这一规律在测量次数越多时表现得越明显。

3. 系统误差和随机误差的关系

系统误差和随机误差的区别不是绝对的,在一定条件下,它们可以相互转化。比如,前面曾经提到的砝码误差,对于制造厂家来说,它是随机误差,对于使用者来说,它又是系统误差。又如,测量对象的不均匀性(如小球直径、金属丝的直径等),既可以当作系统误差,又可以当作随机误差。有时系统误差和随机误差混在一起,也难以严格加以区分。例如,测量者使用仪器时的估读误差往往既包含有系统误差,又包含有随机误差。这里的系统误差是指测量者读数时总是有偏大或偏小的倾向,随机误差是指他每次读数时偏大或偏小的程度是互不相同的。

1.2 随机误差及其估算

1.2.1 随机误差的统计规律

随机误差是实验过程中各种随机或不确定因素的微小变动引起的。如实验仪器在各次调整操作过程中的变动性,实验环境中的温度、湿度、电源电压、杂散电磁场的起伏变化,等

等。这些因素的综合影响使测量结果的随机误差时大时小, 时正时负, 既不可预测又无法控制。但是, 在测量次数相当多的情况下, 随机误差仍服从一定的统计规律。在物理实验中, 多次独立测量得到的数据一般可近似看作为正态分布。正态分布的特征可以用正态分布曲线形象地表示出来, 如图 01.1 所示。测量值 x 的正态分布函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (01-1)$$

式中, μ 表示 x 出现概率最大的值, 在消除系统误差后, μ 为真值; σ 称为标准误差, 它反映了测量值的离散程度。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (01-2)$$

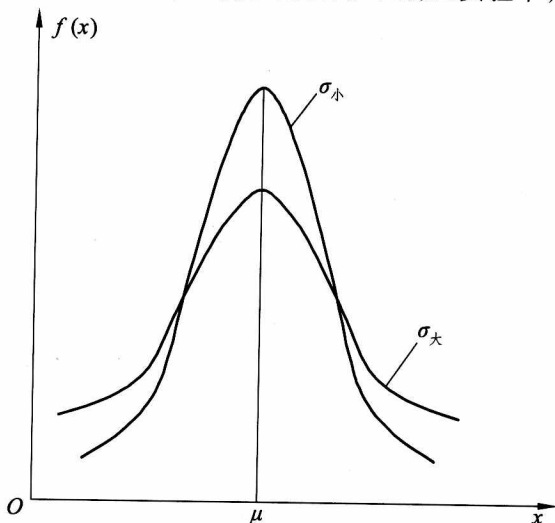


图 01.1

服从正态分布的随机误差具有以下特点:

- (1) 单峰性: 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。
- (2) 对称性: 绝对值相等的正负误差出现的概率相等。
- (3) 有界性: 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零, 即误差的绝对值不超过一定限度。
- (4) 抵偿性: 随机误差的算术平均值随着测定次数的增加而越来越趋近于零, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$$

1.2.2 测量结果的最佳值 —— 算术平均值

在实际测量中, 测量次数 n 总是有限的, 设对某一物理量进行等精度的重复测量, 所得的一系列测量值分别为: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$, 则测量结果的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (01-3)$$

式中, x_i 是随机变量; $\bar{x}$ 也是一个随机变量。根据随机误差的统计分布特点, 可以证明如果对一个物理量测量了相当多次后, 分布曲线趋于对称分布, 其算术平均值就是接近真值 μ 的最佳值。

根据误差定义有

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= x_1 - \mu \\ \Delta x_2 &= x_2 - \mu \\ &\vdots \\ \Delta x_n &= x_n - \mu \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \mu = \bar{x} - \mu \end{aligned}$$

由随机误差的抵偿性, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\frac{1}{n} \sum \Delta x_i \rightarrow 0$, 因此 $\bar{x} \rightarrow \mu$ 。

可见测量次数越多, 算术平均值越接近真值。所以, 多次测量结果的算术平均值为接近真值的最佳值。那么, 如何来表示测量结果的随机误差大小呢?

1.2.3 随机误差的表示

1. 标准误差 置信概率 极限误差

由图 01.1 可以看出, σ 值越小, 曲线越陡且峰值越高, 表明测量值的误差集中, 小误差占优势, 也即各测量值的分散性小, 重复性好。反之, σ 值越大, 曲线越平坦, 说明各次测量值的分散性大, 重复性差。可见, σ 并不表示一个具体的测量误差值, 但它反映在相同条件下进行一组测量后的随机误差出现概率的分布情况, 具有统计性的特征。

定义 $P = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$, 表示变量 x 在 (x_1, x_2) 区间出现的概率, 称为置信概率。 x 出现在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 之间的概率为

$$P = \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx = 0.683$$

所以, 随机误差出现在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间内的概率也是 P , 即

$$P(-\sigma \leq \Delta x \leq +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta x)d\Delta x = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}} d\Delta x = 0.683$$

说明对任一次测量, 其测量值出现在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 区间的可能性为 0.683。相应的, 测量误差落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间的概率为 0.683。区间 $[-\sigma, +\sigma]$ 称为置信区间, 其对应的概率 $P(\sigma) = 0.683$ 称为置信概率。为了给出更高的置信水平, 当置信区间扩展为 $(-2\sigma, +2\sigma)$ 时其置信概率为 $P(2\sigma) = \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\Delta x)d\Delta x = 0.954$; 当置信区间为 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 时, 其置信概率为 $P(3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\Delta x)d\Delta x = 0.997$ 。即在 1 000 次测量中只有 3 次测量值的误差绝对值会超过 3σ 。由于实际测量中次数很少超过几十次, 因此可以认为测量值误差超过 $\pm 3\sigma$ 范围的概率极小, 因而 3σ 也被称作极限误差。

2. 平均误差

定义

$$\eta = \frac{1}{n} \sum |\Delta x_i| \quad (01-4)$$

它的概率意义是

$$P(-\eta \leq \Delta x \leq +\eta) = \int_{-\eta}^{+\eta} f(\Delta x)d\Delta x = 0.575$$

即任一次测量的误差落在 $-\eta$ 到 $+\eta$ 之间的概率为 0.575, 它与标准误差的关系为

$$\eta = 0.798\sigma \approx \frac{4}{5}\sigma$$

3. 标准偏差

由于真值虽客观存在却无法准确得到,因而任一次测量的误差 Δx_i 也无法计算。考虑到有限次测量的算术平均值 $\bar{x}$ 为接近真值的最佳值,且当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\bar{x} \rightarrow \mu$, 所以,我们可以用各次测量值与算术平均值之差——残差,来估算有限次测量中的误差,即

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (01-5)$$

残差 v_i 是可以计算的,用残差 v_i 来计算标准误差 σ 时,根据误差理论其计算式为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} \quad (01-6)$$

式中, S_x 称为标准偏差,由于实验中测量次数总是有限的,所以 S_x 只是 $n \rightarrow \infty$ 时标准误差 σ 的一个估算值。

4. 平均值标准差

由于算术平均值 $\bar{x}$ 是测量结果的最佳值,最接近真值,因此,我们更希望知道 $\bar{x}$ 对真值的离散程度。误差理论可以证明 $\bar{x}$ 的标准差为

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad (01-7)$$

上式说明,算术平均值的标准差 $S_{\bar{x}}$ 是 n 次测量中任意一次测量值标准差的 $1/\sqrt{n}$, 显然 $S_{\bar{x}}$ 小于 S_x 。 $S_{\bar{x}}$ 的意义是待测物理量处于 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 区间内的概率为 0.683。从式 (01-7) 中可以看出,当 n 为无穷大时, $S_{\bar{x}} = 0$, 即测量次数无穷多时,算术平均值就是真值。

值得注意的是,当测量次数相当多时,测量值才近似为正态分布,上述结果才成立。在测量次数较少的情况下,测量值将呈 t 分布。测量次数较少时, t 分布偏离正态分布较多,当测量次数较多时(例如多于 10 次), t 分布趋于正态分布。 t 分布时, $\bar{x} \pm S_{\bar{x}}$ 的置信概率不是 0.683。在这种情况下, $x = \bar{x} \pm t_p S_{\bar{x}} = \bar{x} \pm t_p S_x / \sqrt{n}$ 的置信概率是 P 。表 01.1 列出了置信概率 P 分别为 0.683 和 0.95 时的不同测量次数下的 t_p 值。

表 01.1

n	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{0.683}$	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06
$t_{0.95}$	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26

1.3 仪器误差

1.3.1 仪器的最大允差

仪器误差是指在正确使用仪器的前提下,测量所得结果的最大允许误差或误差限,用 $\Delta_{\text{仪}}$

表示。仪器的准确度等级通常是由制造厂家和计量机构使用更准确的仪器、量具检定比较后给出的。仪器的最大允差由所用仪器的量程和级别决定，某些常用实验仪器的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 见表 01.2。

表 01.2 部分常用实验仪器的最大允差

仪 器 名 称	量 程	最小分度值	最 大 允 差
钢板尺	150 mm	1 mm	± 0.10 mm
	500 mm	1 mm	± 0.15 mm
	1 000 mm	1 mm	± 0.20 mm
钢卷尺	1 m	1 mm	± 0.8 mm
	2 m	1 mm	± 1.2 mm
游标卡尺	125 mm	0.02 mm	± 0.02 mm
		0.05 mm	± 0.05 mm
螺旋测微器（千分尺）	0 ~ 25 mm	0.01 mm	± 0.004 mm
七级天平（物理天平）	500 g	0.05 g	0.08 g（接近满量程） 0.06 g（1/2 量程附近） 0.04 g（1/3 量程附近）
三级天平（分析天平）	200 g	0.1 mg	1.3 mg（接近满量程） 1.0 mg（1/2 量程附近） 0.7 mg（1/3 量程附近）
普通温度计（水银或有机溶剂）	0 ~ 100 °C	1 °C	± 1 °C
精密温度计（水银）	0 ~ 100 °C	0.1 °C	± 0.2 °C
电表（0.5 级）			0.5% × 量程
电表（0.1 级）			0.1% × 量程

1.3.2 仪器的标准误差

仪器误差同样包含系统误差和随机误差两部分。究竟以哪个因素为主，取决于具体情况。一般而言，级别较高的仪表主要是随机误差，而级别较低的或工业用仪表则主要是系统误差。实验室常用仪表两种误差都有，且数值相近，根据实际，一次测量值的仪器标准差为

$$\sigma_{\text{仪}} = \Delta_{\text{仪}} / C$$

式中， C 为一常数，由仪器误差的概率分布决定。常用仪器的误差分布以及 C 的取值见表 01.3。

表 01.3 常用仪器的误差分布及 C 的取值

仪器名称	米尺	游标卡尺	千分尺	物理天平	秒表
误差分布	正态分布	均匀分布	正态分布	正态分布	正态分布
C	3	$\sqrt{3}$	3	3	3

1. 均匀分布

一般仪器误差的分布概率密度函数服从均匀分布，即在最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 范围内，各种误差出现的概率相同，而在最大允差外出现的概率为零。如游标卡尺的仪器误差、机械秒表的仪器误差、仪器度盘或其他传动齿轮的回差所产生的误差及级别较高的仪器和仪表的误差等都呈

现均匀分布，分布规律为

$$f(\Delta x) = \frac{1}{2\Delta_{\text{仪}}}$$

从而标准误差为

$$\sigma_{\text{仪}} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} \quad (P = 0.577) \quad (01-8a)$$

$$\sigma_{\text{仪}} = 0.683\Delta_{\text{仪}} \quad (P = 0.683) \quad (01-8b)$$

2. 正态分布

若仪器误差的概率分布函数近似服从正态分布，则

$$\sigma_{\text{仪}} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{3} \quad (P = 0.683) \quad (01-9)$$

1.4 间接测量的误差传递

间接测量量是由直接测量量根据一定的数学公式计算出来的，这样一来，直接测量量的误差就必然影响到间接测量量，这种影响的大小也可以由相应的数学公式计算出来，这就是误差传递。

1.4.1 误差传递的基本公式

设 $x, y, z, \dots$ 为独立的直接测量量， N 为待测的间接测量物理量，其函数关系为

$$N = F(x, y, z, \dots)$$

对上式进行全微分有

$$dN = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz + \dots$$

上式表示，当测量值 x, y, z 有微小改变 dx, dy, dz 时，间接测量量 N 改变 dN ，通常误差远小于测量值，把 dx, dy, dz, dN 看做是误差，即在上式中以 $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ 代替 $dx, dy, dz, \dots$ 上式就是误差传递公式了，即

$$\Delta N = \frac{\partial F}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial F}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial F}{\partial z} \Delta z + \dots \quad (01-10)$$

因而相对误差为

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{F} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\Delta y}{F} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\Delta z}{F} + \dots \quad (01-11)$$

在某些情况下，计算间接测量量的相对误差较为简便，若取自然对数

$$\ln N = \ln F(x, y, z, \dots)$$

再求全微分，可得

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln F}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln F}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln F}{\partial z} dz + \dots$$

式(01-10)和(01-11)就是误差传递的基本公式,其中等号“=”后面的每一项称为绝对误差或相对误差的分误差项; Δx , Δy , Δz , …前面的系数称为误差传递系数。可以看出,一个独立测量量的误差对总误差的影响,不仅取决于本身误差的大小,还取决于误差传递系数。

1.4.2 标准误差的传递和合成

在一般情况下,要求计算间接测量结果的标准误差,而前面两式对标准误差的合成并不成立。设间接测量量 N 与各独立的直接测量量 x , y , z , …有下列函数关系

$$N = F(x, y, z, \dots)$$

设在同样条件下对各直接测量量进行了 n 次等精度测量,各直接测量量的标准误差分别为 σ_x , σ_y , σ_z , …则

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (\sigma_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (\sigma_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (\sigma_z)^2 + \dots} \quad (01-12)$$

此即标准误差的传递公式。若函数关系为积商形式,则通过下式求标准误差

$$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 (\sigma_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 (\sigma_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 (\sigma_z)^2 + \dots} \quad (01-13)$$

常用函数的标准误差传递公式见表 01.4。

表 01.4 常用函数的标准误差传递公式

函数关系	标准误差传递公式
$N = x + y$	$\sigma_N = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$
$N = x - y$	$\sigma_N = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$
$N = kx$	$\sigma_N = k\sigma_x, \quad \frac{\sigma_N}{N} = \frac{\sigma_x}{x}$
$N = k\sqrt{x}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\sigma_x}{x}$
$N = xy$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x}{y}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x^k y^m}{z^n}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(k \frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(m \frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + \left(n \frac{\sigma_z}{z}\right)^2}$
$N = \sin x$	$\sigma_N = \cos x \sigma_x$
$N = \ln x$	$\sigma_N = \frac{\sigma_x}{x}$