

修正課程標準適用

新編

初中代數

第二冊

編者 高季可

校者 任誠



中華書局印行

民國三十四年十二月卅八版

修正課程標準適用

新編初中代數 (全四冊)

◎ 第二冊定價國幣二角五分

(郵運匯費另加)

編者

高

季

可

校者

張

鵬

飛

副

任

天

誠

發行人

姚

戟

楣

印刷者

中華書局永寧印刷廠

上海澳門路四六九號

發行處

各埠中華書局



修正課程標準適用

新編

初中代數第二冊

目次

第四篇 整式之續

第一章 乘法公式

27. 二數和差的積.....	1	30. 一次式與二次式的 乘積.....	7
28. 二數的和或差的平 方.....	3	31. 雜例——多項式與多 項式的乘積.....	9
29. 兩二項式的積.....	5		

第二章 因式分解

32. 因式分解與乘法.....	12	37. 三項式的因式分 (一).....	20
33. 單項因式.....	13	38. 三項式的因式分 (二).....	22
34. 二項式的因式分解 (一).....	14	39. 雜例——多項式的因 式分解.....	25
35. 二項式的因式分解 (二).....	16	40. 用因式分解法解方 程式.....	28
36. 三項式的因式分解 (一).....	18		

第三章 最高公因式及最低公倍式

- | | |
|--|--|
| 41. 最高公因式及最低公倍式31 | 43. 求 $H.C.F.$ 的通法——輾轉相除法35 |
| 42. 用分解因式法求 $H.C.F.$ 及 $L.C.M.$32 | 44. 求 $L.C.M.$ 的通法——先求 $H.C.F.$ 法38 |

第五篇 分式

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 45. 分式44 | 49. 分式的乘法54 |
| 46. 約分46 | 50. 分式的除法57 |
| 47. 通分49 | 51. 疊分式59 |
| 48. 分式的加減法51 | 52. 分式之數值61 |

第六篇 一次方程式之續

第一章 分式方程式

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| 53. 分式方程式68 | 55. 應用問題75 |
| 54. 分式聯立方程式73 | |

第二章 文字方程式

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| 56. 文字方程式79 | 式根的討論84 |
| 57. 文字方程式之功用 | 59. 文字方程式之功用 |
| 一 —— 創造公式.....80 | 二 —— 變化公式.....86 |
| 58. 二元一次聯立方程 | |

能力檢查試驗

第一次	概念試驗.....92	第三次	思考試驗.....95
第二次	速算試驗.....93	第四次	思考試驗.....96

附 錄

中西名詞對照表

, 西中名詞對照表

修正課程標準適用

新編

初中代數第二冊

第四篇

整式之續

第一章 乘法公式

用直接運算求得乘法公式,那麼以後遇到類似的問題,便可以應用公式,寫出結果,不要重行運算,所以很簡便。

27. 二數和差的積

研究問題

試計算下列各乘法的積：

1. $(a+b)(a-b)=?$

2. $(x+y)(x-y)=?$

3. $(p+q)(p-q)=?$

4. $(甲+乙)(甲-乙)=?$

5. (前+後)(前-後)=?

從實際運算的結果,可知任何二數的和與差的相乘積等於這二數平方的差. 寫成公式是,

$$(前+後)(前-後)=前^2-後^2 \dots\dots\dots (I)$$

例一 (1) $(a+4)(a-4)=a^2-4^2=a^2-16$.

(2) $(9+2x)(9-2x)=9^2-(2x)^2=81-4x^2$.

例二 $(5a^3b^5+\frac{1}{2}a^4y^7)(5a^3b^5-\frac{1}{2}a^4y^7)=?$

[解] 這裏,前 $=5a^3b^5$,後 $=\frac{1}{2}a^4y^7$.

$$\begin{aligned} \therefore \text{相乘積} &= (5a^3b^5)^2 - \left(\frac{1}{2}a^4y^7\right)^2 \\ &= 25a^6b^{10} - \frac{1}{4}a^8y^{14}. \end{aligned}$$

例三 $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)=?$

[解] $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)=(a^2-b^2)(a^2+b^2)$
 $= a^4 - b^4.$

學習問題

1. 下列各式的乘積若何?

(1) $(y-5)(y+5)$, (2) $(2x+1)(2x-1)$.

(3) $(7+6b)(7-6b)$, (4) $(abc+4y)(abc-4y)$.

2. 下列各式的乘積若何? 是否可以直接應用

公式 I

$$(1) \left(x^3 - \frac{2}{3}\right)\left(x^3 + \frac{2}{3}\right), \quad (2) (a+2b)(-2b+a).$$

$$(3) (3a^2b^3+5xy^2)(3a^4b^3-5xy^2).$$

$$(4) \left(\frac{5}{7}x^2+p\right)\left(\frac{5}{2}x^2+p\right).$$

28. 二數的和或差的平方.

研究問題

試計算下列各乘積：

$$1. (a+b)^2=?$$

$$1. (a-b)^2=?$$

$$2. (x+y)^2=?$$

$$2. (x-y)^2=?$$

$$3. (p+q)^2=?$$

$$3. (p-q)^2=?$$

$$4. (\text{甲}+\text{乙})^2=?$$

$$4. (\text{甲}-\text{乙})^2=?$$

$$5. (\text{前}+\text{後})^2=?$$

$$5. (\text{前}-\text{後})^2=?$$

從實際運算的結果，可知任何兩數的和的平方，等於兩數平方的和加兩數相乘積的二倍；又差的平方等於兩數平方的和減兩數相乘積的二倍。列成公式是，

$$\left. \begin{aligned} (\text{前}+\text{後})^2 &= \text{前}^2 + 2\text{前後} + \text{後}^2 \\ (\text{前}-\text{後})^2 &= \text{前}^2 - 2\text{前後} + \text{後}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (II)$$

例一 (1) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9.$

(2) $(5a-b)^2 = 25a^2 - 10ab + b^2.$

(3) $(xy-ab)^2 = x^2y^2 - 2abxy + a^2b^2.$

例二 (1) $(a^2 + 2ab)(2ab + a^2) = (a^2 + 2ab)^2$

$$= (a^2)^2 + 2(a^2)(2ab) + (2ab)^2$$

$$= a^4 + 4a^3b + 4a^2b^2.$$

(2) $\left(\frac{5}{7}x^2 + p\right)\left(\frac{5}{7}x^2 + p\right)$

$$= \left(\frac{5}{7}x^2 + p\right)^2 = \left(\frac{5}{7}x^2\right)^2 + 2\left(\frac{5}{7}x^2\right)p + p^2$$

$$= \frac{25}{49}x^4 + \frac{10}{7}x^2p + p^2.$$

學習問題

求下列各式的乘積：

1. $(x+b)^2$, 2. $(a-5)^2$, 3. $(ab-c)^2$.

4. $(mn-1)^2$, 5. $(3a+2)^2$, 6. $\left(\frac{1}{3}-p^3\right)^2$.

練習問題三十

計算下列各式：

1. $(2x+5y)(2x-5y)-(2x^2-5y^2)$.

2. $(x+1)(x-1)-x^2$, 3. $(ac-bd)^2$.

4. $(2a^2b^2-3bc)^2$, 5. $(x^a-y^b)(x^a+y^b)$.

6. $(1+a^3b^4)(a^3b^4+1)$.

7. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$.

8. $\left(2x+\frac{3}{4}y\right)\left(-\frac{3}{4}y-2x\right)=-\left(2x+\frac{3}{4}y\right)^2$.

9. $(-1+m^2)(-1-m^2)$.

$$10. \left(5x - \frac{1}{2}a\right)\left(\frac{1}{2}a - 5x\right).$$

$$11. 998 \times 1002 = (1000 - 2)(1000 + 2).$$

$$12. 84 \times 76.$$

$$13. 105^2.$$

$$14. 98^2.$$

$$15. (x^{3m} - 11y^{2n}z^{4n})^2.$$

29. 兩二項式的積

研究問題

試計算下列各式的乘積裏面第二項的係數及第三項：

一 項 二 項 三 項

$$1. (x+2)(x+3) = x^2 \quad x$$

$$2. (x-2)(x-3) = x^2 \quad x$$

$$3. (x+2)(x-3) = x^2 \quad x$$

$$4. (x-2)(x+3) = x^2 \quad x$$

$$5. (x+a)(x+b) = x^2 \quad x$$

從實際運算的結果，可知有一項相同的兩個二項式，其乘積等於相同項的平方加兩不同項的代數和和相同項的乘積，再加兩不同項的乘積。列成公式是：

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \cdots \cdots (III)$$

例一 (1) $(x+3)(x-7) = x^2 + (3-7)x + 3 \times (-7)$

$$= x^2 - 4x - 21.$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (a-2)(a-9) &= a^2 + (-2-9)a + (-2)(-9) \\ &= a^2 - 11a + 18. \end{aligned}$$

$$(3) \quad (a-10b)(a+3b) = a^2 - 7ab - 30b^2.$$

$$\begin{aligned} (4) \quad (3x-a)(3x-2a) \\ &= (3x)^2 + (-a-2a)(3x) + (-a)(-2a) \\ &= 9x^2 - 9ax + 2a^2. \end{aligned}$$

學習問題

試計算下列各式的乘積：

1. $(x+2)(x+3).$

2. $(x-7)(x-4).$

3. $(x-7)(x+4).$

4. $(x-4y)(x+4y).$

5. $(5x-3y)(5x+4y).$

6. $(8-x)(8-2x).$

研究問題

試計算下列各積中第一、二項的係數及第三項：

1. $(2x+5)(3x+4) = \quad x^2 \quad x$

2. $(2x-5)(3x-4) = \quad x^2 \quad x$

3. $(2x+5)(3x-4) = \quad x^2 \quad x$

4. $(2x-5)(3x+4) = \quad x^2 \quad x$

5. $(ax+b)(cx+d) = \quad x^2 \quad x$

若兩個二項式中，第一項和第一項及第二

項和第二項的乘積,叫做兩端乘積,又第一項和第二項的乘積,叫做交叉乘積,那麼從實際運算的結果,可知兩二項式的乘積等於兩個兩端乘積與兩個交叉乘積的和。列成公式是,

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(bc+ad)x+bd \cdots \cdots (IV)$$

例二 (1) $(3x+5y)(4x-6y)$

$$=12x^2+(4 \times 5 + 3 \times 6)xy - 30y^2$$

$$=12x^2+2xy-30y^2.$$

(2) $(9m^2-3n)(2m^2-5n)$

$$=18m^4-51m^2n+15n^2.$$

學習問題

試計算下列各式的乘積:

1. $(3x-2y)(2x+5y).$ 2. $(5x-4)(2x+3).$

3. $(x^2+1)(3x^2+5).$ 4. $(3-4x)(2+5x).$

30. 一次式與二次式的乘積.

研究問題

試計算下列乘積:

1. $(a+b)(a^2-ab+b^2)=?$

2. $(a-b)(a^2+ab+b^2)=?$

由實際運算的結果,可知

I 兩數和與兩數平方和減兩數積的相乘積,等於兩數的立方和.

II 兩數差與兩數平方和加兩數積的相乘積,等於兩數的立方差.

列成公式是,

$$(\text{前} \pm \text{後})(\text{前}^2 \mp \text{前後} + \text{後}^2) = \text{前}^3 \pm \text{後}^3 \cdots (V)$$

例一 (1) $(x+2a)(x^2-2ax+4a^2)$

$$= (x+2a)\{x^2 - x(2a) + (2a)^2\}$$

[此題中, 前 = x , 後 = $2a$]

$$= x^3 + (2a)^3 = x^3 + 8a^3.$$

(2) $(9x^2+6xy+4y^2)(3x-2y)$

$$= \{(3x)^2 + (3x)(2y) + (2y)^2\}\{(3x) - (2y)\}$$

[此題中, 前 = $3x$, 後 = $2y$]

$$= (3x)^3 - (2y)^3 = 27x^3 - 8y^3.$$

學習問題

試求下式的乘積:

1. $(2x-1)(4x^2+2x+1).$

2. $\left(\frac{1}{3}x+2\right)\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{3}x+4\right).$

3. $(5x+2)(25x^2+10x+4).$

練習問題三十一

試計算下列各式：

1. $(y-11)(y+12)$. 2. $(x-7)(x+5)$.

3. $(x+3y)(x-5y)$. 4. $(a+3bc)(a+7bc)$.

5. $(5a-7b)(4a-7b)$.

6. $(a^2b^2+9c^2)(a^2b^2-7c^2)$.

7. $\left(x^n - \frac{1}{2}\right)\left(x^n + \frac{2}{3}\right)$. 8. $(ab-c)(2c+ab)$.

9. $(2x+5)(5x+2)$. 10. $(7x-2)(x-3)$.

11. $(5x-1)(2x-1)$. 12. $(k-5a)(2k-3b)$.

13. $(4x^2y^2-5)(3x^2y^2+4)$.

14. $(5p-6q)(p+q)$. 15. $(3-2xy)(5xy+4)$.

16. $(7+2ab)(5ab-3)$.

17. $(4a-5b)(16a^2+20ab+25b^2)$.

18. $(3a+1)(9a^2-3a+1)$.

19. $\left(\frac{1}{3}a - \frac{2}{5}x\right)\left(\quad\right) = \frac{1}{27}a^3 - \frac{8}{125}x^3$.

20. $\frac{\frac{1}{8}a^6 + b^3}{\frac{1}{2}a^2 + b}$.

31. 雜例 —— 多項式與多項式的乘積.

多項式和多項式相乘,可設法利用括號將原式作適當的變形,使牠和已習的公式相似然

後應用公式,求牠的乘積。現在舉幾個例題如下:

例一 $(a+b+5)^2=?$

[解] $(a+b+5)^2=\{(a+b)+5\}^2.$

[如此即可應用公式 II, 因“前” $=a+b$ 而“後” $=5$]

$$=(a+b)^2+10(a+b)+25$$

$$=a^2+2ab+b^2+10a+10b+25.$$

例二 $(a+b-c)(a-b+c)=?$

[解] $(a+b-c)(a-b+c)=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}.$

[如此即可應用公式 I, “前” $=a$ 而“後” $=b-c$]

$$=a^2-(b-c)^2=a^2-b^2+2bc-c^2.$$

例三 $(a-b+c)(a+2b-2c)=?$

[解] $(a-b+c)(a+2b-2c)$

$$=\{a-(b-c)\}\{a+2(b-c)\}.$$

[應用公式 III]

$$=a^2+a(b-c)-2(b-c)^2$$

$$=a^2+ab-ac-2b^2+4bc-2c^2$$

$$=a^2-2b^2-2c^2+ab+4bc-ac.$$

例四 $(x^2-3x-2)(x^2-3x+3)=?$

[解] $(x^2-3x-2)(x^2-3x+3)$

$$= \{(x^2 - 3x) - 2\} \{(x^2 - 3x) + 3\}$$

$$= (x^2 - 3x)^2 + (x^2 - 3x) - 6$$

$$= x^4 - 6x^3 + 9x^2 + x^2 - 3x - 6$$

$$= x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x - 6.$$

學習問題

試應用公式求下列的乘積：

1. $(a + b + c)^2$.
2. $(a + b + c + d)(a + b - c - d)$.
3. $(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x - 3)$.
4. $\{(x - 1)(x + 7)\} \{(x + 2)(x + 4)\}$.

練習問題三十二

試應用公式求下列的乘積：

1. $(a - b + c)^2$.
2. $(2a + b - c + 4)^2$.
3. $(x + y - z)(x - y - z)$.
4. $(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$.
5. $(a + b + c - d)(a - b + c + d)$.
6. $(3x^2 - 5xy + y^2)(3x^2 + 5xy + y^2)$.
7. $(a - b - c + d)(a + b + c + d)$.
8. $(a + b + 2c)(a + b - 3c)$.
9. $(2x - 3y + 4z)(2x - 3y - z)$.

10. $(5a-2b+x)(5a-3x-2b)$.

11. $(a-2b+3c)(a+8b+3c)$.

12. $(a+b+c)(a-b-2c)$.

指示: $\{a+(b+c)\}\{a-(b+2c)\}$.

13. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$.

指示: $\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}$.

第二章 因式分解

32. 因式分解與乘法

研究問題

1. 前章已經學過那些乘法公式? 能一一默出否?

2. 這許多公式裏面,那幾個乘積是二項式? 那幾個是三項式?

已經知道幾個因式,要求牠們的積,我們用乘法;如果已經知道積,要問這個積是由於那幾個因式相乘得來的,解答這個問題的方法,叫做因式分解。所以因式分解是乘法的逆運算,在前章所學的那些乘法公式,如若倒轉來寫,便成因式分解的公式。