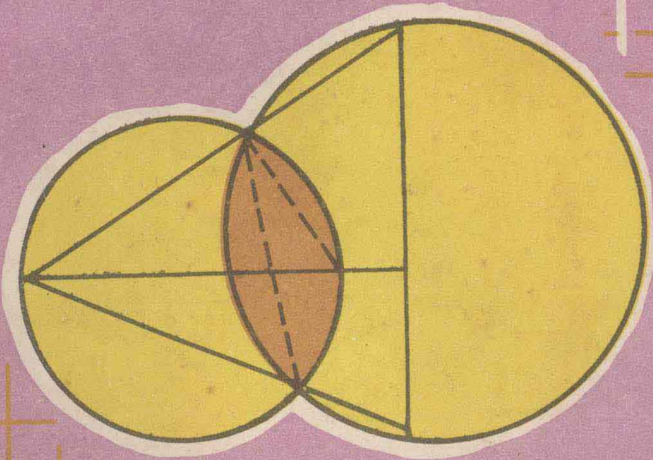


初中数学选择题解法与训练

江教育出版社

初中数学选择题解法与训练

戴再平　佘新耀　俞颂萱

浙江教育出版社

内 容 提 要

本书介绍了数学选择题的结构和解法。按初中数学课本分单元安排例题和训练题，内容丰富，方法多样。全书共有例题和训练题576个，附有答案，可供初中各年级学生、自学青年及数学教师学习、参考之用。

初中数学选择题解法与训练

戴再平 佘新耀 俞颂萱

浙江教育出版社出版
(杭州武林路125号)
衢州新华印刷厂印刷
浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/32 印张5 字数110000

1985年6月第 1 版
1986年5月第 2 版
1986年12月第3次印刷
印数：78001—328000

统一书号：7346·256
定 价：0.65 元

说　　明

选择题具有构思巧妙、概念性强、灵活性大、智能覆盖面广的特点。为了使广大师生尽快熟悉和适应选择题这一特殊题型，熟练掌握选择题的一般解法，提高学生分析、判断能力，发展学生的智力，为日常教学和准备标准化考试起指导和促进作用，我们编辑出版了一套初、高中《数学选择题解法与训练》。

该书在编写过程中，认真吸取国内外选择题之精华，努力发挥选择题的优点，尽可能使每个选择支有一定意义，避免乱添选择支，规定每题有且有一个选择支是正确的，同时在编制中尽量顾及解题方法的多样性。

其中《初中》本在选择题解法概论部分，详细介绍了选择题的内容和结构，在选择题例题与训练部分，向读者示范了巧妙的解法，并编制了一套根据初中数学课本分单元顺序的训练题。

目　录

一、数学选择题解法概论

二、数学选择题的训练

一、数学选择题解法概论

选择题是近三、四十年来发展起来的新颖题型，也是我国各类考试经常采用的一种命题形式．近几年，在高等学校招生考试，高中、中专、中技招生考试和数学竞赛中都出现了数学选择题．

选择题是由一个问句或一个不完整的句子和至少三个备选答案组成，答题者从备选答案中选出一个或几个正确答案．一个选择题中，位于备选答案前的部分称为题干，每个备选答案称为选择支，选择支中不正确者称为迷惑支．

按选择支的不同性质，选择题的类型大体可分为三种：

定性型．要求从命题的条件判定所述数学元素可具有的性质或关系．这类题目主要是考察分辨是非、区分邻近概念和推理论证的能力．

定量型．偏重于计算由一定条件下可得出的数量结论．

混合型．对以上两方面都有所要求．

从题目的形式来看，选择题可分为：

发散型．这类题目的题干是条件，选择支是可能得出的结论，这些结论中一般只设一个正确结论．

收敛型．这类题目的题干是结论，选择支是获得结论所需要具备的条件．

平行型．这类题目由多个条件和多个结论组成，要求学生选出条件和结论之间的对应关系，以搭配成一个正确的命题．

选择题与常规的“求证题”、“求解题”等相比有不少优点：

首先，它有利于培养学生分辨是非、区分邻近概念的判断力，有利于培养学生思维的灵活性、敏捷性，提高他们的思维能力．

其次，选择题题小量多，考查知识的覆盖面广，可以比较

全面地考察学生的基本知识和基本技能.

第三，选择题不要求学生作详细解答，答卷快，阅卷简捷，评分标准划一，可以克服传统试题评卷时容易出现的主观因素的影响，测验的效度与信度均较高，还有利于使用电子计算机评卷.

第四，一个较好的选择题往往不一定用常规解法，这就有利于考察学生灵活运用基本知识的能力、敏捷的逻辑思维能力及快速计算能力；可以避免把很多的时间化在书写表达上面，以便使他们在同样的时间内充分地发展其思维特长，去解决更多更难的题目. 这样做可以充分考察学生思维的深度、广度和速度，发现才华出众的数学好苗.

第五，数学选择题要求学生对所提供的答案迅速、正确地进行选择，突出地体现了比较、鉴别能力的训练或考核. 这种关于解题途径的选择，解题过程与结果正误的判断，对今后在实际工作中处理千头万绪的众多方案及各种可能采取的策略，进行能力的训练和当机立断的意志品质的培养是有好处的.

解数学选择题，常可以从选择支出发进行思考，充分利用选择支所提供的信息与“只有一个正确答案”的方向，改变解题策略，充分发挥直观的作用，发现其特殊的数量关系和图形位置特征，应用直接法、排除法、特殊值法、验证法、图象法或综合运用各种方法，权衡利弊，迅速排除迷惑支，正确进行选择.

选择题的编写主要从以下几个方面去考虑：

1. 在选择支中汇集学生解题时出现的大量的典型错例，并进行分类：

(1) 与正确概念经常混淆、似是而非的概念；

（2）容易错解的论述或运算结果；

（3）旧知识负迁移作用引起的运算和理解的错误；

（4）忽视了特例所引起的错误；

（5）审题时对图形、式子的强弱成分的不同作用引起对条件的曲解；

（6）乱用定理、法则引起的错误；

（7）不当的联想所引起的错误.

2．从巩固基础知识出发编出选择支.

（1）从已知条件出发，考察学生对基本概念和基础知识掌握的深广度，有利于澄清和理解概念与概念间的区别与联系；

（2）在命题中联系已知和隐含条件的内容，设置“顾此失彼”的结论，以考察审题能力；

（3）选编常规解法比较冗长的问题，考察灵活、敏捷和随机应变的能力；

（4）选编内容是最基本的、知识覆盖面广的问题，要求迅速正确及时地判断、选择，检验学生掌握基础知识的深广度.

3．改变“求证题”或“求解题”.

（1）要分析学生解题的思维过程及其心理因素（如感知、联想、迁移等）的影响，估计学生解题时可能在某些步骤上会出现的错误，在主要环节上设置障碍，编出选择支.

（2）在改编求证题时，从求证题反面入手分析在证明过程中可能会出现的各种情况，编出选择支.

（3）在改编求解题时，分析在解题中，错误应用定理、性质、基本概念及计算易错的过程所可能出现的结论，编出选择支.

选择题的解法目前还在不断发展和完善之中，下面我们列举出五种常用的解法.

我们说明一点：本书所采用的例题和训练题，其选择支都有一个并且只有一个是正确的.

（一）直接法

直接法就是直接从题设的条件出发，通过合理的运算，严格的推理，从而得出正确的结果，以确定哪一个是应选的选择支的方法.

例1 如果 $a-b=2$，$a-c=\frac{1}{2}$，那么

$$(b-c)^2+3(b-c)+\frac{9}{4}$$ 的值是

(A) $-\frac{3}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{9}{4}$.

解 由 $a-b=2$, (1)

$$a-c=\frac{1}{2}, \qquad (2)$$

(2)−(1)得 $b-c=-\frac{3}{2}$,

$$\therefore\ (b-c)^2+3(b-c)+\frac{9}{4}$$

$$=\left[(b-c)+\frac{3}{2}\right]^2$$

$$=\left[-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right]^2$$

$$=0.$$

所以应选(B).

例2 方程 $2x^2-3x-m=0$ 有两个正根，则m的取值范

围是

(A) $0<m\leqslant\frac{9}{8}$　　(B) $m>\frac{9}{8}$

(C) $-\frac{9}{8}\leqslant m<0$　　(D) $m<-\frac{9}{8}$.

解　设 x_1、x_2 是方程 $2x^2-3x-m=0$ 的两根.

要使 x_1、x_2 都为正数，应考虑

$$\begin{cases}\Delta=(-3)^2-4\cdot2(-m)\geqslant0,\\ x_1\cdot x_2=-\frac{m}{2}>0,\end{cases}$$

解之得　　$-\frac{9}{8}\leqslant m<0$.

所以应选(C).

例 3　若 $x=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$，则 x^3-2x^2+x-3的值是

(A) $2-\sqrt{3}$　　(B) $7-4\sqrt{3}$

(C) $8\sqrt{3}-11$　(D) $11-8\sqrt{3}$.

解　∵　$x=\sqrt{7-4\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$,

$x-2=-\sqrt{3}$,

∴　x^3-2x^2+x-3

$=x^2(x-2)+(x-2)-1$

$=(7-4\sqrt{3})(-\sqrt{3})-\sqrt{3}-1$

$=11-8\sqrt{3}$.

所以应选(D).

例 4　甲、乙两个工程队合修一道路，共需 6 天完成，甲队完成全工程的40%要比乙队完成全工程的$13\frac{1}{3}\%$多用 2 天，

则甲队单独修完需要

(A) 8天　　(B) 10天　　(C) 12天　　(D) 15天.

解　设甲队单独修路要 x 天完成，乙队单独修路要 y 天完成，则

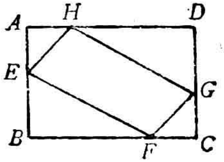
$$\begin{cases} 6\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=1, \\ 40\%\cdot x-13\dfrac{1}{3}\%\cdot y=2. \end{cases}$$

解之得　$x=10$.

所以应选(B).

例 5　如图，矩形 $ABCD$ 中 $AB=a$, $BC=b$, $b/3\leqslant a\leqslant 3b$. 分别在 AB、BC、CD 和 DA 上取E、F、G 和H，使

$AE=AH=CF=CG$,



例 5

则四边形 $EFGH$ 的面积的最大值是

(A) $\dfrac{(a+b)^2}{2}$　　(B) $\dfrac{(a+b)^2}{4}$

(C) $\dfrac{(a+b)^2}{8}$　　(D) $\dfrac{(a+b)^2}{16}$.

解　设　$AE=AH=CF=CG=x$，则

$BE=DG=a-x$,

$BF=DH=b-x$.

四边形 $EFGH$ 的面积

$$=ab-2\left[\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}(a-x)(b-x)\right]$$

$$=ab-[x^2+x^2-(a+b)x+ab]$$

$$=-2x^2+(a+b)x.$$

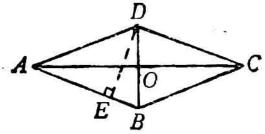
上式中二次项的系数$-2<0$,故当$x=\dfrac{a+b}{4}$时,四边形$EFGH$的面积有最大值$\dfrac{1}{8}(a+b)^2$.

所以应选(C).

例 6　已知菱形的一条边是两条对角线的比例中项，则菱形的一个锐角是

(A) 15°　　(B) 30°

(C) 45°　　(D) 60°.



例 6

解　如图，过菱形$ABCD$的顶点D作$DE\perp AB$，交AB于E．考虑菱形的面积，有$DE\cdot AB=\dfrac{1}{2}AC\cdot BD$,

$$\therefore\quad DE=\frac{\frac{1}{2}AC\cdot BD}{AB},$$

由已知　　$AB^2=AC\cdot BD$,

则
$$DE=\frac{\frac{1}{2}AB^2}{AB}=\frac{1}{2}AB$$
$$=\frac{1}{2}AD.$$

在$Rt\triangle ADE$中,

$$\sin A=\frac{DE}{AD}=\frac{\frac{1}{2}AD}{AD}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore\quad \angle A=30°.$$

所以应选(B).

例 7　若$a>1$，b是正有理数，且$a^b+a^{-b}=2\sqrt{2}$，则a^b-a^{-b}的值是

(A) $\sqrt{6}$　(B) ± 2　(C) -2　(D) 2.

解 ∵ $(a^b-a^{-b})^2$

$=(a^b+a^{-b})^2-4$

$=(2\sqrt{2})^2-4=4$,

∴ $a^b-a^{-b}=\pm 2$.

由已知 $a>1$, b 为正有理数，可得 $a^b>1, a^{-b}<1$，从而取

$$a^b+a^{-b}=2.$$

所以应选(D).

例 8 在$2^{\frac{1}{2}},3^{\frac{1}{3}},8^{\frac{1}{8}},9^{\frac{1}{9}}$中最大和次大的数分别是

(A) $3^{\frac{1}{3}},2^{\frac{1}{2}}$　(B) $3^{\frac{1}{3}},8^{\frac{1}{8}}$

(C) $3^{\frac{1}{3}},9^{\frac{1}{9}}$　(D) $8^{\frac{1}{8}},9^{\frac{1}{9}}$.

解 ∵ $(3^{\frac{1}{3}})^6=9$, $(2^{\frac{1}{2}})^6=8$,

∴ $3^{\frac{1}{3}}>2^{\frac{1}{2}}$.　(1)

又 $2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{4}{8}}=16^{\frac{1}{8}}>8^{\frac{1}{8}}$.　(2)

∵ $(2^{\frac{1}{2}})^{18}=512$, $(9^{\frac{1}{9}})^{18}=81$,

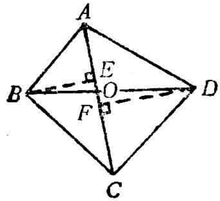
∴ $2^{\frac{1}{2}}>9^{\frac{1}{9}}$.　(3)

综合(1)、(2)、(3)，可知$3^{\frac{1}{3}},2^{\frac{1}{2}}$是所求的最大和次大的数.

所以应选(A).

例 9 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 交于O，且 $S_{\triangle ABC}=5$, $S_{\triangle BCD}=9$, $S_{\triangle CDA}=10$, $S_{\triangle ADB}=6$,则 $S_{\triangle ABO}$ 等于

(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 8.



例 9

解　过 B、D 分别作 BE、DF 垂直于 AC，

$$\because \quad \frac{BE}{DF}=\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CDA}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2},$$

又 $$\triangle BOE \backsim \triangle DOF,$$

$$\therefore \quad \frac{BO}{DO}=\frac{BE}{DF}=\frac{1}{2}.$$

又 $$\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle ADO}}=\frac{BO}{DO}=\frac{1}{2},$$

由合比定理得 $$\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle ADO}+S_{\triangle ABO}}=\frac{1}{2+1}=\frac{1}{3},$$

即 $$\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle ADB}}=\frac{1}{3},$$

已知 $S_{\triangle ADB}=6$，于是得 $S_{\triangle ABO}=2$。

所以应选(A)。

（二）排除法

排除法就是通过逻辑判断肯定在所有的选择支中除一个外其余都是迷惑支，从而找出正确答案的方法．应用排除法的条件是：在所有的选择支中有且只有一个是正确答案．

例10　如果凸 n 边形 $F(n\geqslant 4)$ 的所有对角线都相等，那么

(A) F是四边形　　(B) F是五边形

(C) F是四边形或五边形

(D) 边相等的多边形或内角相等的多边形。

解 所有对角线相等的凸n边形有这样的几种特殊多边形：矩形、等腰梯形、正五边形.

由于矩形的存在，可排除(B)；同样，由正五边形存在；可排除(A)；由等腰梯形存在，可排除(D).

所以应选(C).

例11 使二次方程$2kx^2+(8k+1)x+8k=0$有两个不等的实数根的k的范围是

(A) $k<-\frac{1}{16}$　　　　(B) $-1\leqslant k\leqslant 1$

(C) $k\geqslant-\frac{1}{16}$　　　　(D) 以上结论都不对.

解 因所给方程是二次的，故$k\neq 0$.而选择支(B)、(C)中含有$k=0$，因而(B)、(C)都可排除,又如果取$k=-\frac{1}{8}$代入原方程，得$-\frac{1}{4}x^2-1=0$，此方程显然无实根，因而可排除(A).

所以应选(D).

例12 如果三角形的三边a、b、c所对的角分别为A、B、C，并且满足条件$a\cos A+b\cos B=c\cos C$，那么这个三角形是

(A) 等边三角形　(B) 以a为斜边的直角三角形　(C) 以b为斜边的直角三角形　(D) 以上结论都不对.

解 由于题中的等式关于a、A及b、B是对称的，因此如答案(B)对，答案(C)必对，反过来也如此. 这就把(B)、(C)都否定了.

再考虑答案(A)，因为对于等边三角形，所给等式左边为2，右边为1，这是不可能的.

所以应选(D).