

高等职业教育“十二五”规划教材

工程力学与材料 工艺学基础

**GONGCHENG LIXUE YU CAILIAO
GONGYIXUE JICHU**

刘晓红 徐涛 主编



YZLI0890169496



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



www.cmpedu.com

赠 电子 课件

高等职业教育“十二五”规划教材

工程力学与材料 工艺学基础

主 编 刘晓红 徐 涛
副主编 李 昕
参 编 陈培珍
主 审 蒋祖星



机械工业出版社

本书为广东省新世纪教改工程的成果之一, 主要介绍理论力学、材料力学、材料工艺学的内容。理论力学部分内容包括静力学、运动学、机械振动基础等内容; 材料力学部分内容包括材料力学的基本概念、轴向拉伸与压缩、剪切与挤压、圆轴的扭转、直梁的弯曲、疲劳强度、复杂受力时构件的强度计算; 材料工艺学部分内容包括金属材料的塑性变形和再结晶、金属材料加工工艺简介、材料的强化工艺等。

本书可作为高职高专轮机工程专业“轮机工程基础”课程及其他机电类专科专业工程力学、材料工艺学等课程的教材, 还可作为有关工程技术人员参考用书。

本书配有电子课件, 凡使用本书作为教材的教师可登录机械工业出版社教材服务网 www.cmpedu.com 注册后下载。咨询邮箱: cmpgaozhi@sina.com。咨询电话: 010-88379375。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学与材料工艺学基础/刘晓红, 徐涛主编. —北京: 机械工业出版社, 2013. 2

高等职业教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-41130-7

I. ①工… II. ①刘…②徐… III. ①工程力学—高等职业教育—教材 ②工程材料—工艺学—高等职业教育—教材 IV. ①TB12②TB3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 008939 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 刘良超 责任编辑: 刘良超

版式设计: 霍永明 责任校对: 张 媛

封面设计: 鞠 杨 责任印制: 乔 宇

北京机工印刷厂印刷 (三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2013 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·11.5 印张·278 千字

0 001—3 000 册

标准书号: ISBN 978-7-111-41130-7

定价: 23.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066 教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售一部: (010) 68326294 机工官网: <http://www.cmpbook.com>

销售二部: (010) 88379649 机工官博: <http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线: (010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

前 言

本书是在《STCW78/95 公约》和我国国家海事局颁布的《海船船员适任考试与评估大纲》的要求基础上修订的。

本书主要介绍理论力学、材料力学、材料工艺学。本书作为轮机工程专业课程教学内容与体系改革的一部分,本着“基础、够用”的原则,删除了一些偏难、偏深的内容,避开一些繁琐的理论推导和数学运算。“工程力学与材料工艺学基础”属于专业基础课,课程内容的编排应主要考虑后续专业课程学习对基础知识的需要,重点介绍一些最基本的概念、原理及其应用。为了强化学生分析和解决实际问题的能力,书中结合专业需要引入了大量涉及专业领域的工程实例及与专业和工程问题有关的例题和习题。

本书由广东轻工职业技术学院刘晓红教授和广州航海高等专科学校徐涛博士担任主编,由广州航海高等专科学校李昕副教授担任副主编,陈培珍担任参编。全书由广东交通职业技术学院蒋祖星教授担任主审。

由于编者水平有限,书中难免存在一些不足之处,希望读者批评指正。

本书配有电子课件,凡使用本书作为教材的教师可登录机械工业出版社教材服务网 www.cmpedu.com 注册后下载。咨询邮箱: cmpgaozhi@sina.com。咨询电话: 010-88379375。

编 者

目 录

前言

第一篇 理论力学

第一章 静力学	1
第一节 静力学基本概念	1
第二节 静力学公理	3
第三节 约束和约束反力	5
第四节 物体的受力分析和受力图	7
第五节 平面汇交力系	9
第六节 力矩和力偶矩的性质	12
第七节 平面力偶系	14
第八节 平面一般力系	16
第九节 摩擦	22
思考与练习题	26
第二章 运动学	29
第一节 点的运动学	29
第二节 刚体的基本运动	35
第三节 刚体的转动惯量	39
思考与练习题	40
第三章 机械振动基础	41
第一节 机械振动概述	41
第二节 自由振动	42
第三节 受迫振动	47
第四节 振动的利用及消除方法	50
思考与练习题	51

第二篇 材料力学

第四章 材料力学的基本概念	53
第一节 材料力学的基本任务	53
第二节 载荷、内力和应力	55
第三节 杆件变形的基本形式	57
思考与练习题	58
第五章 轴向拉伸与压缩	59
第一节 拉压杆件的内力和应力	59
第二节 材料在拉压时的力学性能	62
第三节 拉压杆件的胡克定律	67

第四节 拉压杆件的强度计算	68
第五节 应力集中	70
思考与练习题	71
第六章 剪切与挤压	74
第一节 构件在剪切时的内力和应力	74
第二节 剪切胡克定律与切应力互等定理	75
第三节 构件剪切强度计算	76
第四节 挤压和挤压的实用计算	77
思考与练习题	78
第七章 圆轴的扭转	80
第一节 扭转的概念与外力偶矩的计算	80
第二节 圆轴扭转时的内力	81
第三节 圆轴扭转时的应力和变形	83
第四节 圆轴扭转强度条件和刚度条件	86
第五节 提高圆轴抗扭强度和刚度的措施	87
思考与练习题	89
第八章 直梁的弯曲	91
第一节 平面弯曲的概念和梁的分类	91
第二节 直梁弯曲时的内力	92
第三节 弯曲时的应力和强度计算	97
第四节 弯曲梁的变形和刚度计算	103
第五节 提高梁的强度和刚度的措施	106
思考与练习题	109
第九章 疲劳强度	112
第一节 疲劳破坏及其疲劳极限	112
第二节 持久极限及其影响因素	114
第三节 对称循环应力下构件的疲劳强度	118
思考与练习题	119
第十章 复杂受力时构件的强度计算	120
第一节 应力状态的基本概念	120
第二节 平面应力状态的分析方法	121
第三节 复杂应力状态下的应力与广义胡克定律	126
第四节 强度理论	128
第五节 组合变形简介	131
第六节 内压薄壁圆筒的强度计算	134

思考与练习题	136	第一节 铸造加工工艺	144
第三篇 材料工艺学		第二节 锻造加工工艺	149
第十一章 金属材料的塑性变形和再		第三节 焊接加工工艺	152
结晶	137	第四节 切削加工工艺	152
第一节 金属材料塑性变形的基	137	第五节 冷、热成形加工工艺	159
第二节 塑性变形对金属材料组	140	思考与练习题	160
第三节 回复和再结晶	142	第十三章 材料的强化工艺	161
思考与练习题	143	第一节 钢的热处理工艺	161
第十二章 金属材料加工工艺简介	144	第二节 材料表面强化工艺	170
		思考与练习题	174
		参考文献	175

第一篇 理论力学

第一章 静力学

【学习目的】 正确理解力、力偶、刚体、平衡、约束和约束反力等概念以及静力学公理；熟悉各种约束的特点及约束反力的方向；能对物体进行受力分析及画受力图。掌握力矩的概念及计算方法；掌握力偶的性质、力偶系的合成及力偶的等效条件；掌握平面汇交力系、力偶系、一般力系的简化方法与平衡条件；熟悉静摩擦、滑动摩擦、滚动摩擦的特点，理解摩擦角、自锁现象的本质；掌握刚体系统的平衡问题，能进行一般平衡计算。

第一节 静力学基本概念

一、力和力偶

人们经过长期的生产实践与理论概括，得出：力是物体间的相互作用。物体受到力的作用后产生的反应称为力的作用效应。根据受力物体反应的不同，力的作用效应分为内效应和外效应。力作用于物体使物体的机械运动状态发生变化的效应称为力的外效应，力的外效应分为移动效应和转动效应，这是理论力学的主要研究对象。力作用于物体使物体发生形状和尺寸变化的效应，称为力的内效应，这是材料力学的主要研究对象。

力对物体的作用效应取决于力的三要素，力的三要素是指力的大小、力的方向、力的作用点，这也说明力是一个矢量。力矢量可用一条沿着力作用线的有向线段来表示（见图 1-1），线段的长度代表力的大小（按一定的比例），线段的起点或终点代表力的作用点；线段的方位和箭头指向代表力的作用方向，故力是一个定位矢量。

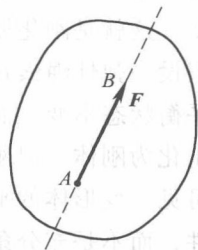


图 1-1 力矢量的图示法

力偶是指大小相等、方向相反、作用线相互平行的一对力，记作 (F, F') 。如图 1-2 所

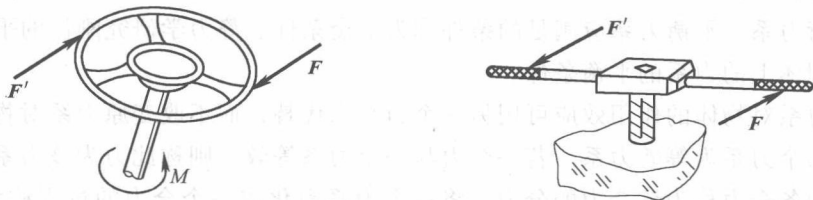


图 1-2 力偶实例

示, 车辆驾驶员操纵方向盘、轮机员操纵阀盘开关阀门、钳工操作丝锥时的盘面受力均为力偶的实际例子。力偶的作用效应也有外效应与内效应之分。力偶的外效应是使物体发生纯转动; 内效应是使物体发生扭转变形。力既能使物体移动, 也能使物体转动, 而力偶只能使物体发生转动。可见力和力偶的作用效应是不同的, 所以力偶的作用不能用一个力来代替, 也不能用一个力来平衡。力偶只能用力偶来平衡。由此可知, 力偶是一个特殊力系, 它既没有合力, 本身又不平衡。因此, 力和力偶是构成静力学的两个基本要素。

二、平衡

静力学只研究物体的平衡问题。所谓平衡是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动的状态。平衡是相对而言的, 没有绝对平衡的物体, 一切平衡只是相对的和暂时的。平衡是机械运动的一种特殊形式。必须注意的是, 物体作匀速直线运动时的状态是平衡态, 物体作匀速转动时的状态则是非平衡态。

三、刚体和刚化原理

实践表明, 任何物体受力后总会产生一定的变形。但在通常情况下绝大多数机械零件和构件的变形都是很微小的, 甚至要用专门的仪器才能测量出来, 这些微小变形对物体的内效应影响甚微, 可以忽略不计, 即可不考虑力作用于物体时物体所产生的变形。我们将在外力作用下不发生变形的物体称为刚体。即在外力作用下, 刚体内部任意两点之间的距离始终保持不变, 它是静力学的主要研究对象。将在外力作用下会发生变形的物体称为变形体, 实际物体都是变形体, 所以刚体是一种抽象化的、忽略了力的内效应的、实际中并不存在的理想物体。

若变形体在某一外力的作用下处于平衡状态, 如将此变形体换成刚体, 则其平衡状态保持不变, 这就是刚化原理, 这一原理提供了将变形体抽象成刚体模型的条件。

假设一弹性绳索在两等值、反向、共线的拉力作用下保持平衡, 如将绳索刚化成刚体, 则其平衡状态不变。而绳索在两个等值、反向、共线的压力作用下则不能平衡, 这时绳索就不能刚化为刚体。但刚体在拉力和压力作用下都是平衡的。

可见, 变形体的平衡条件包含刚体的平衡条件, 而刚体的平衡条件只是变形体平衡的必要条件, 而不是充分条件。即在外力作用下处于平衡状态的刚体, 当将其换成变形体时, 就不一定平衡了。

四、力系和等效力系

同时作用在物体上的一组力称为力系。若物体在某力系作用下处于平衡状态, 则称这样的力系为平衡力系。平衡力系应满足的条件称为平衡条件。静力学研究刚体的平衡规律, 即研究作用在刚体上的力系的平衡条件。

若一个力系对物体的作用效应可用另一个力系来代替, 而不改变原力系对物体的作用效应, 则称这两个力系为等效力系。若一个力与一个力系等效, 则称此力为该力系的合力, 该力系中所有的各个力称为该合力的分力。将一个力系简化成一个合力的过程称为力的合成; 反之, 将一个力分解为几个分力的过程称为力的分解。

第二节 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生产和生活实践中总结概括出来的。这些公理简单且显而易见，为大家所公认。它们构成了静力学理论的基础。

一、力的三要素公理

力对物体的作用效应取决于力的三要素：力的大小、方向和作用点。对刚体来说，作用点可换成作用线。

该公理揭示了力的基本性质，它表明作用在一般物体(变形体)上的力可用一个定位矢量表示。力的作用线是指过力的作用点沿力的方向所画的直线。力的作用点可沿作用线移动到刚体上的任意一点而不改变力对刚体的作用效果，这一结论称为力的可传性。这一性质不适用于变形体。因此，对刚体来说，力是一个滑动矢量。在本书中力矢量均用黑体字母表示，力矢量的大小用普通字母表示。

二、二力平衡公理

作用于同一刚体上的两个力，使物体处于平衡状态的充分必要条件是：这两个力大小相等、方向相反，并作用于同一直线上。

该公理指出了作用于刚体上最简单的力系的平衡条件。对刚体而言，这个条件是充分必要条件，但对变形体来讲，这个条件并不充分。如弹性绳索两端受等值、反向、共线的拉力时可处于平衡(见图 1-3)，但若受到等值、反向、共线的压力时，就不平衡了。

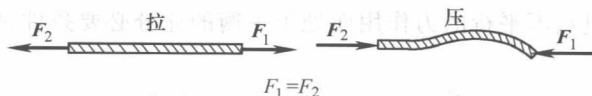


图 1-3 柔软体的二力平衡

对只受两个力的作用而处于平衡的刚体，称为二力构件。根据二力平衡条件可知：二力构件不论其形状如何，所受两个力的作用线必在两力作用点的连线上。若一根直杆只在两端点受力的作用而处于平衡，则此两力作用线必与杆的轴线重合，这样的受力杆件称为二力杆，如柴油机中的连杆。二力杆也可以是曲杆，如图 1-4 所示的结构中的曲杆 BC 就是二力杆。

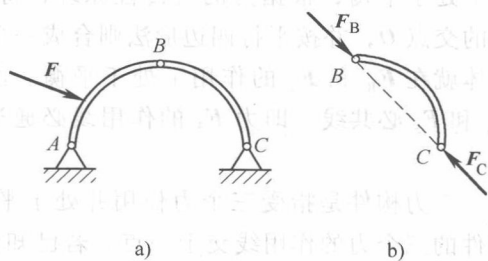


图 1-4 二力构件

三、加减平衡力系公理

在作用于刚体的任意力系上，加上或减去任意一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

如图 1-5a 所示，某物体受三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 的作用，其中 F_2 、 F_3 是一对大小相等、方向相反、作用线重合的平衡力系，从原力系中减去这一对平衡力系后，新力系对刚体的作

用效应并未改变,如图 1-5b 所示。

该公理是研究力系的等效变换与力系简化的理论依据基础之一。这一公理同样也只适用于刚体而不适用于变形体。

四、平行四边形公理

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个力。合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向可用以这两个力为边所作的平行四边形的对角线来表示(见图 1-6)。

这种合成力的方法称为矢量加法,合力称为这两个力的矢量和,可用公式表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

该公理是力的合成法则,也是力的分解法则,是复杂力系简化的理论基础。为了方便,在用矢量加法求合力时,往往不必画出整个平行四边形,如图 1-6b 所示,可任选

一点 A 点作一个与力 $\mathbf{F}_1$ 大小相等、方向相同的矢量 $\mathbf{AB}$,过 B 点作一个与 $\mathbf{F}_2$ 大小相等、方向相同的矢量 $\mathbf{BD}$,则 $\mathbf{AD}$ 表示力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的合力 $\mathbf{F}_R$ 。这种求合力的方法称为力的三角形法则。但应注意,力的三角形只表明力的大小和方向,它不表示力的作用点或作用线。

应用平行四边形公理可推导出三力平衡汇交定理。

刚体受三个共面但互不平行的力作用而处于平衡的充分必要条件是:三力的作用线必须汇交于一点。

证明:如图 1-7 所示,刚体在 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 三个力的作用下处于平衡,根据力的可传性原理,将力移到两力作用线的交点 O,并按平行四边形法则合成一个合力 $\mathbf{F}_R$,这样,刚体就在 $\mathbf{F}_R$ 和 $\mathbf{F}_3$ 的作用下处于平衡。由二力平衡公理, $\mathbf{F}_R$ 和 $\mathbf{F}_3$ 必共线,即力 $\mathbf{F}_3$ 的作用线必通过 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 的交点 O。

三力构件是指受三个力作用并处于平衡的构件。三力构件的三个力的作用线交于一点。若已知两个力的作用线,即可确定另一个未知力的方位。

五、作用力和反作用力公理

两个物体间的作用力和反作用力总是同时存在的,两力的大小相等、方向相反,沿着同一条作用线,分别作用在两个物体上。

这个公理是力学中的一个基本规律。它说明力总是成对出现的,有作用力必有反作用力。该公理无论是对刚体还是变形体都成立。

需要强调的是,作用力与反作用力的关系与二力平衡条件有本质的区别:作用力和反作

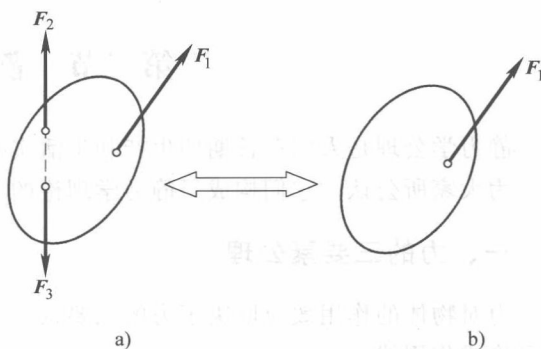


图 1-5 加减平衡力系公理

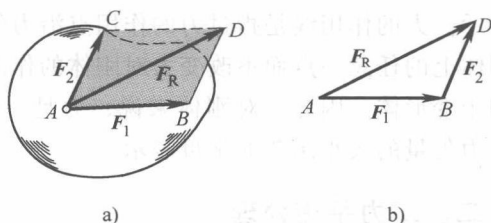


图 1-6 平行四边形法则

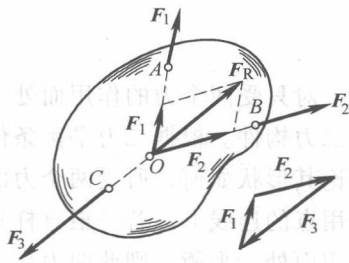


图 1-7 三力平衡汇交的条件

用力是分别作用在两个不同物体上的力，不能说是一对平衡力；而二力平衡条件中的两个力是作用在同一物体上的，它们是一对平衡力。

第三节 约束和约束反力

机械工程中的一些物体可以在空间自由运动，其运动不受任何限制，这种物体称为自由体。如飞行中的飞机和炮弹、水中的潜艇等。另外一些物体，其运动受到某些限制而不能作任意运动，这种物体称为非自由体。如在气缸中运动的活塞、船舶推进轴系等。阻碍非自由体运动的周围物体称为约束。如前述气缸壁是活塞运动的约束，支承轴承是船舶推进轴系的约束。

作用于物体的力一般可分为两类：一类是使物体产生运动或运动趋势的力，称为主动动力，例如重力、风力、水压力等；另一类是约束非自由体，限制其运动的力，称为约束反力。约束反力的方向总是与约束所能限制的运动方向相反。应用这一准则可以确定约束反力的方向或作用线位置。约束反力的大小与非自由体的运动状态和作用于其上的主动力有关，其大小一般不能预先独立确定，应当通过静力学公理(包括平衡条件)才能确定。

通常主动力是已知的，约束反力则是未知的。因此，正确分析约束反力是对物体进行受力分析的关键。现介绍工程上常见的几种典型约束及其约束反力的特点。

一、柔性约束

凡由绳索、链条、带等柔性体所形成的约束，称为柔性约束。由于柔性体只能承受拉力，而不能承受压力，所以它们只能限制物体沿着柔性体伸长的方向运动。因此，柔性体对物体的约束反力只能是通过接触点，沿着柔性体拉直后的中心线并背离非自由体的拉力，如图 1-8a 所示的两根绳索吊挂一重物。根据柔性体约束反力的特点，绳索作用于重物的约束反力是沿绳索的拉力 F_A 和 F_B 。图 1-8b 所示为带传动装置，带对带轮的约束反力分别为 F_1 、 F_2 。

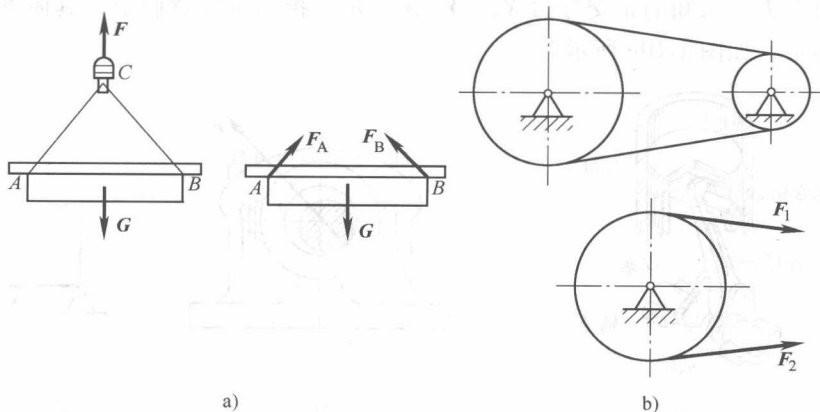


图 1-8 柔性约束实例

二、光滑面约束

当两物体接触面上的摩擦力与其他作用力相比很小时，摩擦力成为次要因素，可以忽略

不计, 这样的接触面就认为是光滑的。此时, 不论接触面是平面还是曲面, 都不能限制物体沿接触面切线方向运动, 而只能限制物体沿接触面的公法线且指向约束物体方向的运动。因此, 光滑面约束反力的方向就应沿接触面接触点处的公法线且指向物体。所以, 光滑面的约束反力也称法向反力。图 1-9a 表示支撑面对球体的约束; 图 1-9b 表示两支撑面对杆件的约束; 图 1-9c 表示支撑面对滑块的约束; 图 1-9d 表示齿轮啮合时一个齿受到的约束。

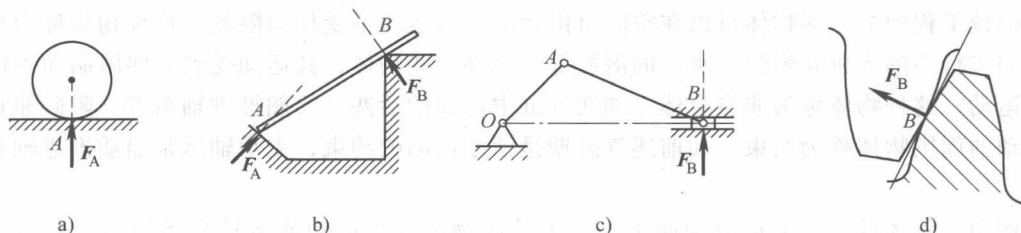


图 1-9 光滑面约束实例

三、固定铰链约束

铰链是工程上常见的一种约束。它的构造是将构件和固定支座在连接处钻上圆孔, 再用圆柱形销子 (又叫销钉) 串连起来, 使构件只能绕销钉的轴线转动, 这种约束称为固定铰链约束或称固定支座。如图 1-10a 所示的活塞与连杆的连接装置, 连杆小端只能绕活塞销摆动。图 1-10b 为轴承装置, 轴可在孔内任意转动, 也可沿孔的中心线移动。这两种装置中的活塞销或轴承座都阻碍了连杆或轴沿径向的位移。在忽略摩擦的情况下 (即认为两接触面均为光滑圆柱面), 都可简化成图 1-10c 所示的模型, 其约束反力 F_A 应作用在接触点上, 沿接触点处的公法线指向铰链中心。

但是随着连杆 (或轴) 所受的主动力不同, 接触点的位置也随之不同。所以, 当主动力尚未确定时, 约束反力的方向预先不能确定。然而, 不论约束反力朝向何方, 它的作用线必垂直于转动中心线, 即过铰链中心。通常将这样一个方向不能预先确定的约束反力, 用通过铰链中心的两个大小未知的正交分力 X_A 、 Y_A 来表示, 指向可任意假定, 具体方向应通过静力平衡计算确定, 如图 1-10c 所示。

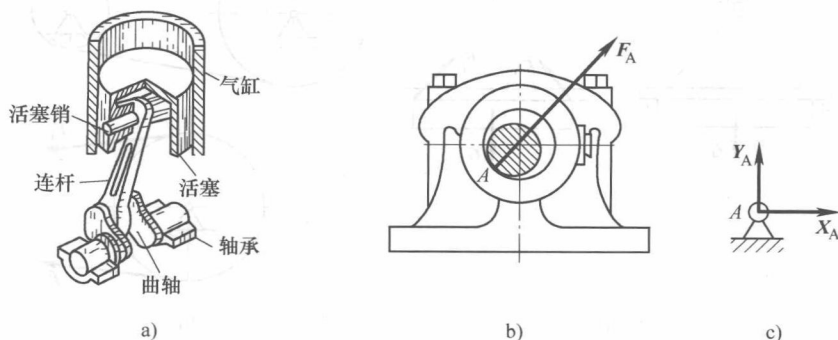


图 1-10 固定铰链约束实例

四、活动铰链约束

将构件的铰链支座用几个辊轴支承在光滑面上, 就成为活动铰链约束 (也称辊轴支座)。

在桥梁、屋架结构中经常采用这种支座，支座下的圆柱形辊轴可沿支承面滚动，以便当温度变化引起桥梁跨度伸长或缩短时，允许两支座间的距离有微小变化。显然，这种支座只能限制物体在与支座接触处向着支承面或离开支承面的运动，而不能阻止沿着支承面的运动或绕着销钉的转动。因此，活动铰链约束的约束反力应通过铰链中心，垂直于支承面，它的指向待定。图 1-11a 是辊轴支座的结构，图 1-11b 是其简化表示法，图 1-11c 是约束反力的表示法。

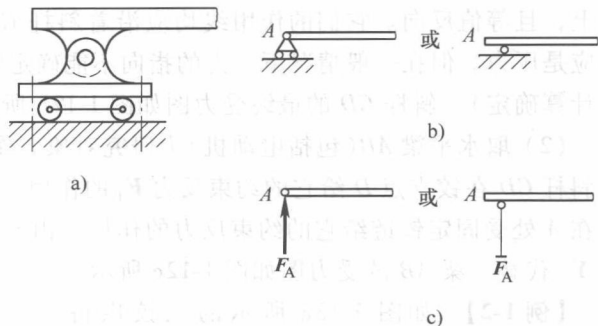


图 1-11 光滑铰链约束

以上讨论了几种简单类型的约束。但实际问题中，约束的类型远不止这些，有的约束类型也比较复杂，以后将在适当的地方再作介绍。

第四节 物体的受力和受力图

在工程实际中，为了求出未知的约束反力，需要根据已知力，应用平衡条件求解。为此，首先要确定构件受几个力，每个力的作用位置和方向，这个过程称为物体的受力分析。

在静力学中，主要是研究非自由体的平衡问题。因作用在物体上的每一个力，都会对物体的运动(包括平衡)产生一定的影响，所以在进行物体受力分析时，必须考虑作用在该物体上所有的主动力和约束反力。为清楚表示物体的受力情况，需要将研究的物体(称为受力体)从周围的物体(称为施力体)中分离出来，单独画出它的简图，这个步骤叫做取研究对象或取分离体，然后将施力体对分离体的作用力(包括主动力和约束反力)全部画出来。这种表示物体受力的简明图形称为受力图。画物体受力图是解决静力学平衡问题的重要步骤。

【例 1-1】 如图 1-12 所示，水平梁 AB 用斜杆 CD 支撑， A 、 C 、 D 三处均为光滑铰链连接。在梁重为 P 的均质梁上放置一重为 Q 的电动机。如不计 CD 杆的自重，试分别画出斜杆 CD 和水平梁 AB (包括电动机)的受力图。

解：(1) 先分析斜杆 CD 的受力情况。由于斜杆的自重不计，因此只在杆的两端分别受到铰链的约束反力 F_C 和 F_D 的作用。根据二力杆的平衡条件可知，这两个力必定在同一直

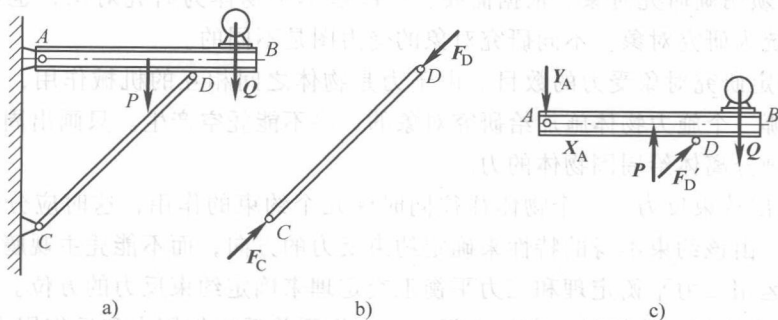


图 1-12 例 1-1 用图

线上,且等值反向。它们的作用线均应沿着斜杆 CD 的轴线(根据经验判断,此处 CD 受到的应是压力。但在一般情况下,力的指向不能确定时,可先假设其方向,再根据平衡条件进行计算确定)。斜杆 CD 的最终受力图如图 1-12b 所示。

(2) 取水平梁 AB (包括电动机)为研究对象。作用在水平梁上的力有主动力 P 和 Q ,还有斜杆 CD 在铰支点 D 给它的约束反力 F'_D 的作用。根据作用力和反作用力定律, $F'_D = -F_D$ 。梁在 A 处受固定铰链给它的约束反力的作用,由于方向未知,可用两个未定的正交分力 X_A 和 Y_A 代替。梁 AB 的受力图如图 1-12c 所示。

【例 1-2】 如图 1-13a 所示的三铰拱桥,由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计,在拱 AC 上作用有载荷 P ,试分别画出拱 AC 和 CB 的受力图。

解:(1) 先分析拱 BC 的受力。由于拱 BC 自重不计,且只在 B 、 C 两处受到铰链约束,因此拱 BC 为二力构件。在铰链中心 B 、 C 两处分别受 F_B 、 F_C 两力的作用,且 $F_B = -F_C$,这两个力的方向如图 1-13b 所示。

(2) 取拱 AC 为研究对象。由于自重不计,因此主动力只有载荷 P 。拱在铰链 C 处受拱 BC 给它的约束反力 F'_C 的作用,根据作用力和反作用力定律, $F'_C = -F_C$ 。拱在 A 处受固定铰支给它的约束反力 F_A 的作用,可用两个大小未知的正交分力 X_A 和 Y_A 代替。拱 AC 的受力图如图 1-13c 所示。

再进一步分析可知,由于拱 AC 在 P 、 F'_C 和 F_A 三个力作用下平衡,故可根据三力平衡汇交定理,确定铰链 A 处约束反力 F_A 的方向。点 D 为力 P 和 F'_C 作用线的交点,当拱 AC 平衡时,反力 F_A 的作用线必通过点 D (见图 1-13d);至于 F_A 的指向,暂且假设如图 1-13d 所示,以后由平衡条件确定。

正确地画出物体的受力图,是分析、解决力学问题的基础。现将画受力图应注意的要点归纳如下:

1) 首先必须明确研究对象。根据需要,可以取单个物体为研究对象,也可以取由几个物体组成的系统为研究对象。不同研究对象的受力图是不同的。

2) 正确确定研究对象受力的数目。由于力是物体之间相互的机械作用,对每一个力都应该明确它是哪一个施力物体施加给研究对象的,决不能凭空产生。只画出周围物体给分离体的力,而不画分离体给周围物体的力。

3) 正确画出约束反力。一个物体往往同时受几个约束的作用,这时应分别根据每个约束单独作用时,由该约束本身的特性来确定约束反力的方向,而不能凭主观臆测。画约束反力时,要注意运用二力平衡定理和三力平衡汇交定理来确定约束反力的方位。

4) 当几个物体相互接触时,它们之间的相互作用关系按作用力和反作用力定律来分析。当画整个系统的受力图时,由于内力成对出现,组成平衡力系,因此不必画出。只画出全部

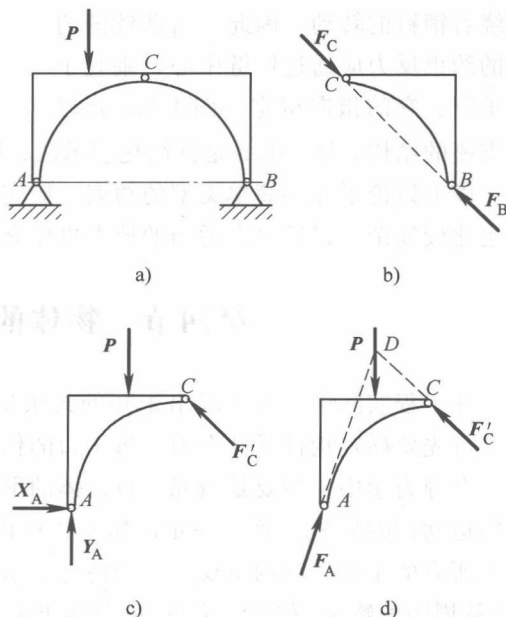


图 1-13 例 1-2 用图

外力。

第五节 平面汇交力系

为了便于研究问题,可将力系按其作用线的分布情况进行分类。凡各力的作用线都在同一平面内的力系称为平面力系。凡各力作用线不在同一平面内的力系称为空间力系。在实际问题中有些结构所受的力虽是空间力系,但在一定的条件下可简化为平面力系来处理,所以下面着重介绍平面力系的分析方法。

平面力系按作用线的分布不同又可分为平面汇交力系、平面力偶系、平面平行力系和平面任意力系几大类。若作用在刚体上的各力的作用线都在同一平面内,且汇交于同一点,该力系称为平面汇交力系。若作用于刚体上的各力偶的作用面均为同一平面,这种力偶系称为平面力偶系。若作用在刚体上各力的作用线都分布在同一平面内,且作用线相互平行,这样的力系称为平面平行力系。若作用在刚体上的各力的作用线都在同一平面内,且任意分布(既不平行,也不汇交于同一点),这样的力系称为平面任意力系。

一、平面汇交力系简化与平衡的几何法

1. 平面汇交力系合成的几何法

设在刚体上的 A 点作用一个由力 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 组成的平面汇交力系(见图 1-14a),为求该力系的合力,可连续应用力的平行四边形法则,依次两两合成各力,最后求得一个作用线也通过力系汇交点的合力 F_R 。其几何法作图过程如下。

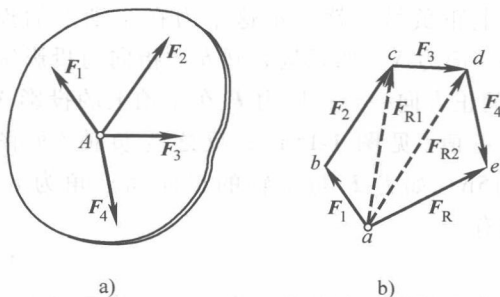


图 1-14 平面汇交力系合成的几何法

在力系所在平面内,任取一点 a ,按一定的比例,先作矢量 ab 平行且等于 F_1 ,再以所作用矢量的末端 b 作矢量 bc 平行且等于 F_2 ,连接矢量 ac 求得它们的合力 $F_{R1} = ac$,再过 F_{R1} 的末端 c 作矢量 cd 平行且等于 F_3 ,连接矢量 ad 求得它们的合力 $F_{R2} = ad$,依此类推,最后将 F_{R2} 与 F_4 合成,即可得到该平面汇交力系的合力大小和方向 F_R ,如图 1-14b 所示。多边形 $abcde$ 称为此平面汇交力系的力多边形,矢量 ae 称为力多边形的封闭边。封闭边矢量 ae 表示此平面汇交力系合力 F_R 的大小和方向,合力 F_R 的作用线通过原力系的汇交点 a 。上述求合力的几何作图方法,称为力多边形法则(力三角形法则的推广)。作图时可改变各分力的相接顺序,多边形的形状会发生变化,但合力矢量不会发生变化,即矢量相加符合交换律。推而广之,若平面汇交力系由 n 个力组成,则其合力矢量为

$$\mathbf{F}_R = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1-2)$$

即平面汇交力系合成的结果为一合力,该力等于平面汇交力系各分力的矢量和(几何和),它仍作用在原力系的汇交点上,其大小和方向可由各分力首尾相连得到的力多边形的封闭边确定。

若力系中各力的作用线都沿同一条直线，则此力系称为共线力系，它是平面汇交力系的特殊情况，它的力多边形在同一直线上。其合力的大小与方向取决于各分力的代数和。

2. 平面汇交力系平衡的几何条件

由力多边形法则可知，平面汇交力系可用其合力进行等效，显然，平面汇交力系平衡的必要和充分条件是该力系的合力等于零。如果用矢量式表示，即

$$\mathbf{F}_R = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0 \quad (1-3)$$

对力的多边形而言，平衡时合力为零的条件就是力多边形中最后一个力终点与第一个力的起点重合，此时的力多边形称为封闭的力多边形。因此可得出如下结论：平面汇交力系平衡的充要条件是该力系的力多边形自行封闭。这就是平面汇交力系平衡的几何条件。

二、平面汇交力系简化与平衡的解析法

1. 力在坐标轴上的投影

设在刚体上的点 A 作用一个力 F ，如图 1-15 所示。在力的同一平面内取一水平线为 x 轴，从力矢量 F 的两端 A 和 B 分别向 x 轴作垂线，垂足为 a 和 b ，线段 ab 的长度加上正负号，就表示这个力在 x 轴上的投影，记为 X 。如果从 a 到 b 的指向与投影轴 x 的正方向一致，则力 F 在 x 轴上的投影 X 为正值（见图 1-15a），反之为负值（见图 1-15b）。如力 F 与 x 轴的正向间夹角为 α ，则有

$$X = F \cos \alpha \quad (1-4)$$

即力在某轴上的投影，等于力的模乘以力与投影正向间夹角的余弦。当 α 为锐角时， X 为正值；当 α 为钝角时， X 为负值。故力在坐标轴上的投影是个代数量。特殊情况下，当力平行于投影轴，即 $\alpha = 0^\circ$ 或 $\alpha = 180^\circ$ 时， $X = F$ 或 $X = -F$ ；当力垂直于投影轴，即 $\alpha = 90^\circ$ 时，力在轴上的投影等于零。

如图 1-16 所示，将力 F 分别在两正交坐标轴 Ox 、 Oy 上投影，则有

$$\left. \begin{aligned} X &= F_x = F \cos \alpha \\ Y &= F_y = F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

如果已知一力在正交坐标轴上的投影分别为 X 和 Y ，则该力的大小和方向为

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (1-6)$$

$$\cos \alpha = X/F \quad (1-7)$$

由图 1-16 可见，当力 F 沿两个正交坐标轴 Ox 、 Oy 分解为 F_x 、 F_y 两力时，这两个分力的大小分别等于 F 在两轴上的投影 X 、 Y 的绝对值。但是当 Ox 、 Oy 两轴不相互垂直时，如图 1-17 所示，则沿两轴的分力 F_x 、 F_y 在数值上

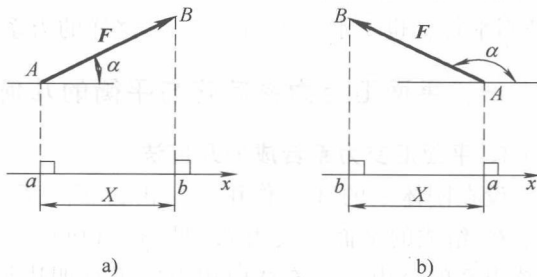


图 1-15 力在轴上的投影

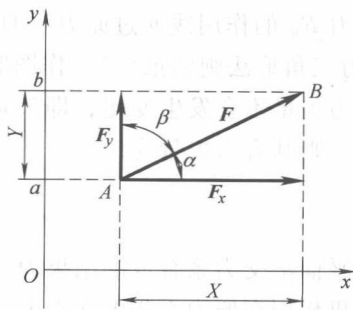


图 1-16 力在正交坐标上的投影

不等于力 F 在两轴上的投影 X 、 Y 。此外，力在轴上的投影是代数量，而力沿轴的分量为矢量，二者不可混淆。

2. 合力投影定理

合力投影定理建立了合力的投影与分力的投影之间的关系。图 1-18 表示平面汇交力系的各力 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 组成的力多边形， F_R 为合力。将力多边形中各力矢量投影到 x 轴上，由图可见

$$ae = ab + bc + cd - de \quad (1-8)$$

按投影定理，上式左端为合力 F_R 的投影，右端为四个分力的投影的代数和，即

$$F_{Rx} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \quad (1-9)$$

上式可推广到任意多个力的情况，即

$$F_{Rx} = X_1 + X_2 + \cdots + X_n = \sum_{i=1}^n X_i \quad (1-10)$$

于是可得结论：合力在任一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。这就是合力投影定理。

3. 平面汇交力系合成的解析法及平衡条件

设在刚体上的点 O ，作用了由 n 个力 F_1 、 F_2 、 $\cdots$ 、 F_n 组成的平面汇交力系，如图 1-19a 所示，现求合力的大小及方向。

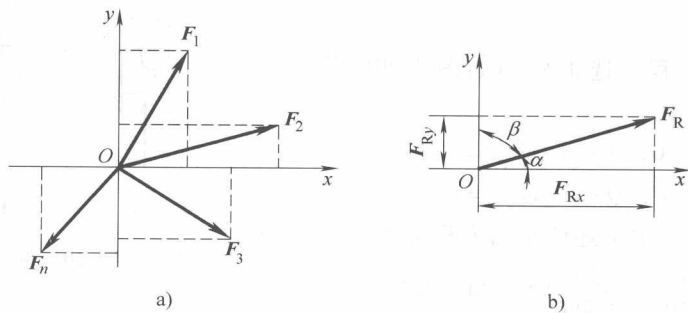


图 1-19 平面汇交力系合成的解析法

设 X_1 和 Y_1 、 X_2 和 Y_2 、 $\cdots$ 、 X_n 和 Y_n 分别表示 F_1 、 F_2 、 $\cdots$ 、 F_n 在正交轴 Ox 和 Oy 上的投影。根据合力投影定理，如图 1-19b 所示，可求得合力 F_R 在两轴上的投影为

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= X_1 + X_2 + \cdots + X_n = \sum_{i=1}^n X_i \\ F_{Ry} &= Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n = \sum_{i=1}^n Y_i \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

根据平行四边形法则，可求得合力的大小及方向为

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2} \quad (1-12)$$

$$\tan \alpha = |F_{Ry} / F_{Rx}| \quad (1-13)$$

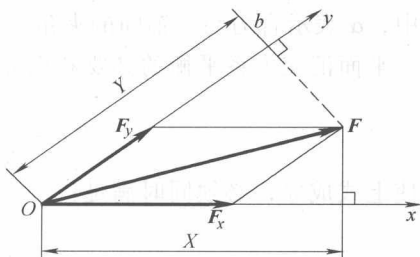


图 1-17 力在斜交坐标上的投影

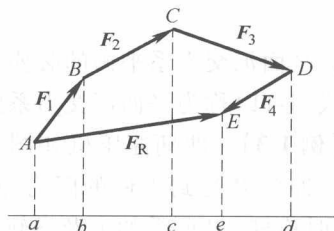


图 1-18 合力投影定理