

电 动 力 学

上 册

东北师范大学函授教育处

东北师范大学物理函授教材

电 动 力 学

上 册

东北师范大学函授教育处

1982. 10. 长春

目 录

(上 册)

前 言	(1)
-----	-------

第一章 电磁现象的普遍规律	(3)
---------------	-------

§ 1.1 电荷、电流、电荷守恒定律	(4)
--------------------	-------

§ 1.2 电场、磁场、场的迭加原理	(11)
--------------------	------

§ 1.3 电场的散度和旋度	(16)
----------------	------

§ 1.4 磁场的散度和旋度	(30)
----------------	------

§ 1.5 真空中的麦克斯韦方程组	(44)
-------------------	------

§ 1.6 电磁波	(48)
-----------	------

§ 1.7 介质的电磁性质	(53)
---------------	------

§ 1.8 边值关系	(70)
------------	------

§ 1.9 电磁场的能量和能流	(84)
-----------------	------

小 结	(94)
-----	------

复习思考题	(96)
-------	------

习 题	(97)
-----	------

第二章 静电场和稳恒磁场	(104)
--------------	-------

§ 2.1 静电场的势及其微分方程	(105)
-------------------	-------

§ 2.2 唯一性定理	(115)
-------------	-------

§ 2.3 电象法	(119)
-----------	-------

§ 2.4	分离变量法	(125)
§ 2.5	格林函数法	(135)
§ 2.6	稳恒电流的磁场 矢势	(146)
§ 2.7	磁标势法	(154)
§ 2.8	电多极子和磁多极子	(160)
§ 2.9	似稳电磁场	(179)
小 结		(187)
复习思考题		(191)
习 题		(192)
第三章 电磁波的传播		(201)
§ 3.1	平面单色电磁波在介质中传播	(202)
§ 3.2	平面单色电磁波在介质分界面 上的反射和折射	(213)
§ 3.3	平面单色波在导体中的传播	(227)
§ 3.4	电磁波在波导管中的传播	(238)
§ 3.5	电磁波的衍射	(253)
小 结		(263)
复习思考题		(270)
习 题		(272)

第一章 静力学基础

一、内容提要:

1、力的概念——力学中重要物理量。

人们对力的认识比其他物理量的认识都早，远在两千年前，我国墨翟在“墨经”一书中，给力下一个定义：“力，形之所以奋也。”即力是使物体运动状态改变的原因。这说明我国在力学方面的研究还是相当早的。

力的定义：力就是其他物体对某物体的作用，其结果可使该物体的运动状态发生改变或体积和形态发生改变。

恩格斯说：“人类对于力的概念，是从观察物体间的作用和运动的改变中得来的，而把力理解为离开物体而单独存在或离开运动而潜在静止着都是错误的概念。”这一句话，既指出力的正确概念，又纠正了亚里斯多德“推一个物体的力不再去推它时，物体便归于静止”的错误认识。

力使物体运动状态发生改变的效应称为力的外效应，力使物体产生变形的效应称为力的内效应。力对物体的效应决定于三个因素：力的大小；力的方向；力的作用点。

力是个矢量，它的单位是牛顿（N）。

根据作用性质不同，力学中研究的力有三种：

重力：地球对其表面上的一切物体都有吸引力，这种吸引力我们称为重力。

重力的表示：常用 $\vec{F}$ 或 $\vec{G}$ 表示，大小是P或G或mg，方向指向地心，即铅直向下。切记，在作题时，除声明忽略

本讲义除可作高师物理系函授教材外，亦可作为高师专科学校、函授学院、进修学院物理专业作为电动力学课程教材使用，也可供中学物理教师、大学物理系学生参考。

本讲义共分六章，第一章电磁现象的普遍规律，第四章电磁波的辐射和第五章狭义相对论由陈文同编写。第二章静电场和稳恒磁场，第三章电磁波的传播和第六章矢量分析由李祥生编写。由于我们教学经验不足，业务水平有限，加上时间仓促，教材中一定会存在不少缺点和错误。我们衷心希望读者对本讲义提出意见，批评指正，以利于进一步修改、提高。来信请寄长春东北师大物理系函授教研室。

编者

1982年10月于长春东北师大

第一章 电磁现象的普遍规律

物体之间的电磁相互作用是通过电磁场传递的，电磁场本身就是物质存在的一种形态，这一章就是从实验规律出发，总结电磁场以及其同带电物体之间相互联系的普遍规律，把这些规律做为电磁运动形态的基本原理，在以后各章，把这些原理用于解决各种与电磁场有关的问题。

我们首先引入描述电磁现象的基本的物理量：电荷、电流、电场强度和磁感应强度。然后从电磁学已讨论过的诸实验定律出发，经过修正、补充，将它们的适用范围扩大，建立起真空中的麦克斯韦方程组，连同洛仑兹力公式一起，给出了电磁运动的最基本的普遍规律。进一步我们讨论了物质中电磁现象基本规律，得到了介质中适用的宏观麦克斯韦方程组。最后从能量角度研究了电磁场，给出了电磁场的能量密度及能流密度，以及电磁能量守恒定律——坡印亭定理。

本章的重点是麦克斯韦方程组，电磁能量守恒定律及边值关系。这些本身就是电磁运动的最基本的普遍规律，同时也是讨论以后各章的基础、依据。

§ 1.1 电荷、电流、电荷守恒定律

1. 电荷

在力学中已经研究过物质之间的一种相互作用——万有引力，两个质点之间的万有引力反比于距离的平方，正比于它们的引力质量 m 的乘积。物体的引力质量反映了物质的引力属性，这种属性是通过对万有引力的研究而被认识到的。

在电磁学中已经讨论过可以通过摩擦的办法使物体处于带电状态，这样的物体称为带电体，带电体之间存在着不同于万有引力的新型的相互作用——电磁相互作用。当物体处于带电状态时，就说物体具有电荷。但我们常常用电荷一词代替具有电荷的带电体。电荷反映了物质的一种新的属性，我们正是通过物质之间的电磁相互作用来认识这种属性的。

今后我们常常用点电荷概念。如果一个带电体在所讨论的问题里，其大小和形状对问题的影响可以忽略不计，就把这个带电体称为点电荷。这是在处理问题时舍去次要因素突出主要矛盾的物理的理想化。

电荷的一种基本属性是它有两类，静止的同类电荷相互排斥，而异类则吸引，一类若称为“正”的，另一类就称为“负”的。

2. 电量

我们引入电量概念来定量地描述物体带电状态，电量就是电荷大小的度量。同通过物体之间的万有引力来规定引力

质量一样，我们也是从带电体之间的电磁相互作用力来规定电量的。由于电磁相互作用力一般地同带电体的运动状态有关，在讨论中让所有的带电体都处于静止状态。

为了比较点电荷 A 和 B 的电量 q_A 和 q_B ，可以先后把它们放到另一个点电荷附近同一个位置上，分别测量 A 、 B 所受到的作用力的大小 F_A 和 F_B ，就用这两个力的比值做为这两个点电荷电量的比值：

$$\frac{q_B}{q_A} = \frac{F_B}{F_A} \quad (1-1-1)$$

如果选定电荷 q_A 为单位电量，则任何点电荷的电量 q_B 都可以由这个公式决定了。

单位电量如何决定呢？由 (1-1-1) 式能找到两个具有相等电量的点电荷，如果这两个点电荷距离为单位长度，它们之间的相互作用力恰好为 k 个单位的力，则规定这两个点电荷所带电量都是 1 个单位。 k 的取值在不同单位制中是不同的，在国际单位制里

$$k = 8.99 \times 10^9.$$

相应的电量单位就是库仑。

电量可以看作是个代数量，其符号根据电荷属于那一类而定。

大量的实验事实告诉我们，电荷的另一个基本属性是电荷的量子化。迄今我们所观测到的所有带电基本粒子，诸如电子、质子等等，其电量都精确地相同（符号可以不同），其数值为 1.602×10^{-19} 库仑。 1.602×10^{-19} 库仑这个量称为基本电荷，常用符号 e 表示。一切由这些基本粒子组成的复合体，其电量一定是 e 的整数倍（近年来有报导说发现

$e/3$ 的电荷，但还需进一步从实验上来确认）。

3. 电荷密度

宏观物体都是由极大量的带电粒子所组成，从微观角度看，电荷的空间分布是十分不均匀的。当我们从宏观角度研究问题时，可以把电荷的空间分布取平均值，把电荷当成是连续分布的。由于每一个基本电荷的电量十分微小，在一个包含有大量带电粒子的宏观的小体积内，电荷分布对平均值的涨落是很小的。当把宏观的电荷分布看作是连续分布时，可以引入电荷体密度 ρ 的概念。它被定义为单位体积内的电量：

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \quad (1-1-2)$$

式中 Δq 是体积元 ΔV 内的电量的代数和 $\sum e_i$ 。(1-1-2) 式中的 ΔV 应当理解为物理上的“无限小”体积元，一方面它应当足够大到包含有大量的带电粒子，使电荷的分布同平均值的偏差足够小，以致可以把 ρ 当作是电荷连续分布的密度。另一方面，它又应当足够的小，以至可以在测量所需要的精度内能使 ρ 表示空间某一点的电荷分布。

考虑到宏观物体是带电粒子所组成，若每个带电粒子的电量为 e ，单位体积内的带电粒子平均为 n 个，则

$$\Delta q = ne \cdot \Delta V$$

于是由 (1-1-2) 得

$$\rho = ne. \quad (1-1-3)$$

有了电荷密度 ρ ，任意体积 V 内的总电量则为

$$q = \int_V \rho dV$$

4. 电流、电流密度

电荷的运动就形成电流。为了描述体分布的电荷运动所形成的电流分布，引入（体）电流（面）密度的概念。其定义为

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}) \mathbf{v} \quad (1-1-4)$$

式中 $\mathbf{v}$ 为 $\mathbf{x}$ 处电荷的速度，实际上也就是 $\mathbf{x}$ 处带电粒子的平均速度。 $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ 是一个矢量。

为了看出 $\mathbf{J}$ 的物理意义，在流有电流的区域里垂直于 $\mathbf{v}$ 的方向取单位积 $S=1$ ，以 S 为底 $\mathbf{v}$ 为高做个柱体，柱体的体积为 $Sv=v$ ，柱体内的电量为 ρv ，经过单位时间后，柱体内这部分电量将完全通过面积 S ，由于 ρv 正是电流密度 $\mathbf{J}$ 的值，我们看到 $\mathbf{J}$ 的数值的意义是单位时间通过垂直于电荷速度方向的单位面积的电量，其方向就是运动着的电荷的速度方向。由于 ρ 做为宏观量具有微观电荷分布平均值的意义， $\mathbf{J}$ 实际上是微观电荷运动的平均效果。

考虑电流密度通过某一面元 $d\mathbf{S}$ 的通量

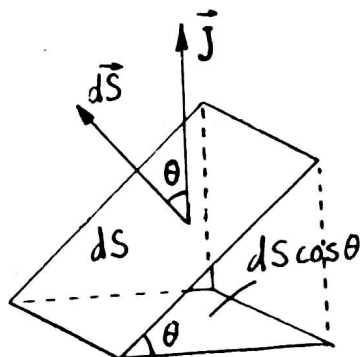


图 1-1

$$dI = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J dS \cos \theta, \quad (1-1-5)$$

由于 $dS \cos \theta$ 就是面元 dS 在垂直于 $\mathbf{J}$ 方向上的投影(图1—1), 因而 dI 的意义就是单位时间内通过任意面元 dS 的电量, 称为通过 dS 面的电流强度。要注意, 电流密度 $\mathbf{J}$ 是个矢量, 而电流强度 dI 是 $\mathbf{J}$ 的通量, 是个标量。

由公式 (1—1—3), 我们还可以用产生电流的带电粒子的密度表示电流密度

$$\mathbf{J} = ne\mathbf{v}, \quad (1-1-6)$$

式中 n 为单位体积内带电粒子平均个数, $\mathbf{v}$ 为带电粒子的平均速度。

若 $\mathbf{J}$ 是由几种载流子 e_i 所构成, 而每种载流子的平均密度为 n_i 平均速度为 $\mathbf{v}_i$, 则总的电流密度为

$$\mathbf{J} = \sum_i \mathbf{J}_i = \sum_i n_i e_i \mathbf{v}_i. \quad (1-1-7)$$

由 (1—1—5) 式, 在流有电流的区域里, 通过任意曲面 S 的电流强度 I 为

$$I = \int_S dI = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}, \quad (1-1-8)$$

其意义为单位时间内通过曲面 S 的总电量。

5. 电荷守恒定律

电荷的另一个基本属性是电荷守恒。大量的实验证明, 对于一个孤立系统——没有任何物质通过其边界的系统, 不管其中发生什么物理过程, 其中的总电量——电量的代数和保持不变, 这就是电荷守恒定律。这是一条基本的自然规律, 迄今, 无论是宏观过程还是涉及到基本粒子之间各种相互作用的微观过程, 都没有发现任何例外。今天, 我们认为任何物理规律, 包括电磁运动的规律, 都不应该与电荷守恒

定律矛盾。

电荷守恒定律可以用连续性方程表示。在电荷运动的整个空间范围内，不管发生什么物理过程，其中的总电量保持不变。在这个空间范围内任意做一封闭曲面 S ，如果 S 内的总电量 $\int_V \rho dV$ 在单位时间内减少了

$$-\frac{d}{dt} \int_V \rho dV,$$

则一定在 dt 时间内有同样多的电量从曲面 S 向外流出，根据 (1-1-8) 电流强度的意义，通过闭曲面 S ，在单位时间内流出的电量应为

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}.$$

电荷守恒定律说以上两式应该相等

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV, \quad (1-1-9)$$

这就是电荷守恒定律的积分表示式。式中体积分的范围 V 是由闭合曲面 S 围成的。它从整体的角度反映出电荷守恒定律。

如果闭曲面是不随时间改变的， $\frac{d}{dt}$ 可以移入

(1-1-9) 式右边的积分号内，并改写成 $\frac{\partial}{\partial t}$ ，这是因为 ρ 是 $\mathbf{x}, t$ 的函数，当仅对 t 求数时要换为 $\frac{\partial}{\partial t}$ 。于是

(1-1-9) 可写为

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV, \quad (1-1-9)$$

对上式左边用矢量分析中的高斯定理

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dV,$$

得

$$\int_V \left(\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV = 0. \quad (1-1-10)$$

由于这个体积分对任意空间区域 V 都成立，被积函数一定处处为零

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (1-1-11)$$

否则，在空间某点 P 上式左边或是大于零，或是小于零，假定大于零，则在 P 点取一足够小的体积 ΔV 做 (1-1-10) 式积分，由于被积函数应当是连续的，只要 ΔV 足够小， ΔV 内被积函数将恒为正，于是积分 (1-1-10) 左边就一定大于零，同 (1-1-10) 式右边等于零矛盾，因而 (1-1-11) 一定成立。

(1-1-11) 式就是电荷守恒定律的微分形式，常称为连续性方程。它从空间每一点的 ρ 和 $\mathbf{J}$ 的关系反映出电荷守恒定律。

如果空间每一点的电荷密度不随时间变化

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

这时的电流分布就称为稳恒的。由 (1-1-9) 式，

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0, \quad (1-1-12)$$

由此看出，对于稳恒电流，流入闭合曲面的总电流必等于流出的总电流。这实质上就是电路理论中的基尔霍夫第一定

律。

(1-1-12) 对应的微分形式可由 (1-1-11) 得到:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (1-1-13)$$

可见, 稳恒电流场是无散的。

§ 1.2 电场、磁场、场的迭加原理

1. 电场

电荷之间的电磁相互作用可以通过一段空间距离不必接触而发生, 如果我们从物质之间的相互作用不可能超越空间距离而发生的观点出发, 一个带电体在空间某点受到力的作用, 那么一定要在某点有什么东西对带电体作用才行。当带电体, 或者简单地讲电荷, 在某一空间范围内受到电磁力的作用时, 这部分空间就客观存在着一种新形态的物质——电磁场。电磁场的存在是通过电荷的受力而被感知的。在这一节我们仅讨论真空中的电磁场。

进一步考查电荷在电磁场中受力的性质, 人们发现与电荷的运动状态有关。根据不同运动状态的电荷受不同性质的力, 我们可以把电磁场分为电场和磁场来研究。

静止的电荷受到的电磁力称为电力, 从电力的角度来讨论的就是电场。我们引入电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 来描述电场的性质。

静止的电荷放在电场中, 实验发现, q 受到的电力 $\mathbf{F}_e$ 的大小同 q 的电量成正比,

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{E}q, \quad (1-2-1)$$

式中 $\mathbf{E}$ 是同 q 无关的矢量比例系数，它同 q 所在位置有关， $\mathbf{E}$ 就可以表示 q 所在这点电场的客观性质了，称它为真空中电场的电场强度矢量。上式可以改写为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_e}{q}, \quad (1-2-1)$$

因而 $\mathbf{E}$ 的意义为静止的单位正电荷受到的电力，它是一个矢量。

用 (1-2-1) 式来确定 $\mathbf{E}$ 时，电荷 q 称为试探电荷。试探电荷 q 首先必须是静止的；其次它必须足够小，可以当作点电荷，它受的力可以用来表示某一点的电场强度；最后，它的电量也必须足够小，不要因为它的存在而改变了其余的电荷分布和运动情况，使得电场发生变化。

一般情况下， $\mathbf{E}$ 不仅与 $\mathbf{x}$ 有关，也同时间 t 有关，是 $\mathbf{x}$ ， t 的矢量函数，也就是说同时间有关的矢量场。

2. 磁场

从实验中发现，即使 $\mathbf{E}=0$ ，但是空间存在着电流，运动着的试探电荷会受到垂直于其速度方向的力的作用，这个力的大小不但同试探电荷的电量，其速度的大小有关，还同速度在空间的方向有关，当速度取某一特殊方向时，作用力可以等于零。运动的电荷受到的这种力称为磁力，从磁力的角度来讨论的就是磁场。我们可以引入磁感应强度矢量 $\mathbf{B}$ 来描述磁场。由于磁力的性质比较复杂， $\mathbf{B}$ 的规定也就比规定 $\mathbf{E}$ 复杂了。

上面已经提过，在磁场中运动的电荷的速度沿某一特殊

方向时，试探电荷受的磁力为零。在磁场中找出这个方向，然后再令试探电荷垂直于这个特殊方向以速度 $\mathbf{v}$ 运动，测出它所受到的作用力 $\mathbf{F}_m$ ，实验发现，下面的量

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{F}_m \times \mathbf{v}}{qv^2}$$

同试探电荷的电量 q 及速度 $\mathbf{v}$ 无关（但 $\mathbf{v}$ 必须垂直上述之特殊方向！）因而它可以用来描述磁场的性质，称它为真空中的磁场的磁感应强度矢量。一般情况下， $\mathbf{B}$ 不仅与 $\mathbf{x}$ 有关，也同时间 t 有关，是 $\mathbf{x}$ ， t 的矢量函数，是与时间有关的矢量场。

为什么这样来规定 $\mathbf{B}$ 呢？这是因为通过分析运动电荷受到的磁力，发现它可以表示成

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1-2-2)$$

的形式，式中的 $\mathbf{B}$ 就是描述磁场的磁感应强度矢量。原则上我们可以通过 (1-2-2) 式定义 $\mathbf{B}$ 。一定电量 q 的试探电荷在磁场中以 $\mathbf{v}$ 运动时若测得 $\mathbf{F}_m$ ，则 (1-2-2) 式是含有关于 $\mathbf{B}$ 的三个分量 B_x ， B_y ， B_z 的三个方程：

$$F_{mx} = q(v_y B_z - v_z B_y),$$

$$F_{my} = q(v_z B_x - v_x B_z),$$

$$F_{mz} = q(v_x B_y - v_y B_x),$$

当用 F_{mx} ， F_{my} ， F_{mz} 及 v_x ， v_y ， v_z 解出未知量 B_x ， B_y ， B_z 时，这组方程的系数行列式为

$$\begin{vmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

因而不可能由一组 v_x, v_y, v_z 及 F_{mx}, F_{mz}, F_{my} 的值来唯一地