

E ngineering Electromagnetic Fields

高等教育轨道交通“十二五”规划教材 • 电气牵引类

工程电磁场

主 编 方 进
副主编 焦超群 张秀敏



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>

高等教育轨道交通“十二五”规划教材·电气牵引类

工程电磁场

方 进 主 编
焦超群 张秀敏 副主编

北京交通大学出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是北京交通大学“电气工程及其自动化(铁道电气化方向)专升本”网络课程建设研究成果,是面向专升本的工程电磁场网络课程教材。本书由北京交通大学电气工程学院在多年教学研究和实践的基础上编写而成。全书分9章,内容包括矢量分析与场论基础、静电场、恒定电场、恒定磁场、时变电磁场、准静态电磁场、平面电磁波的传播、均匀传输线、电磁兼容及电磁技术。与理工科高校本科生《工程电磁场导论》相比,本书删去理论性很强的内容,增加电磁兼容的相应内容;不仅保证了强电专业对电磁场理论课程的基本要求,也适当拓展了强电专业的电磁场知识范围。本书突出电磁场理论在工程实际中的应用,并配有丰富的例题、复习参考题,适合网络教学的要求。

本书适用于电气工程与自动化类学科各专业,也可作为选修课教材或供社会读者参考。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁场/方进主编. —北京:北京交通大学出版社,2012. 8

(高等教育轨道交通“十二五”规划教材)

ISBN 978 - 7 - 5121 - 1094 - 6

I. ①工… II. ①方… III. ①电磁场 - 高等学校 - 教材 IV. ①O441. 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 170126 号

责任编辑:吴嫦娥 特邀编辑:李晓敏

出版发行:北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010 - 51686414

印刷者:北京市德美印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185 × 260 印张:18.75 字数:468 千字

版 次:2012 年 6 月第 1 版 2012 年 6 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 978 - 7 - 5121 - 1094 - 6/O · 105

印 数:1 ~ 2 000 册 定价:36.00 元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监局反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。
投诉电话:010 - 51686043, 51686008; 传真:010 - 62225406; E-mail: press@bjtu. edu. cn。

高等教育轨道交通“十二五”规划教材·电气牵引类

编 委 会

顾 问：施仲衡

主 任：司银涛

副 主 任：陈 庚 姜久春

委 员：(按姓氏笔画排序)

王立德 方 进 刘文正

刘慧娟 吴俊勇 张晓冬

周 晖 黄 辉

编委会办公室

主 任：赵晓波

副 主 任：孙秀翠

成 员：(按姓氏笔画排序)

吴嫦娥 郝建英 徐 琤 高 琦

出版说明

为促进高等轨道交通专业电力牵引类教材体系的建设，满足目前轨道交通类专业人才培养的需要，北京交通大学电气工程学院、远程与继续教育学院和北京交通大学出版社组织以北京交通大学从事轨道交通研究教学的一线教师为主体、联合其他交通院校教师，并在有关单位领导和专家的大力支持下，编写了本套“高等教育轨道交通‘十二五’规划教材”。

本套教材的编写突出实用性。本着“理论部分通俗易懂，实操部分图文并茂”的原则，侧重实际工作岗位操作技能的培养。为方便读者，本系列教材采用“立体化”教学资源建设方式，配套有教学课件、习题库、自学指导书，并将陆续配备教学光盘。本系列教材可供相关专业的全日制或在职学习的本专科学生使用，也可供从事相关工作的工程技术人员参考。

本系列教材得到从事轨道交通研究的众多专家、学者的帮助和具体指导，在此表示深深的敬意和感谢。

本系列教材从2012年1月起陆续推出，首批包括：《电路》、《模拟电子技术》、《数字电子技术》、《工程电磁场》、《电机学》、《电传动控制系统》、《电力系统分析》、《电力系统继电保护》、《高电压技术》、《牵引供电系统》、《城市轨道交通供电》。希望本套教材的出版对轨道交通的发展、轨道交通专业人才的培养，特别是轨道交通电气牵引专业课程的课堂教学有所贡献。

编委会
2012年6月

总 序

我国是一个内陆深广、人口众多的国家。随着改革开放的进一步深化和经济产业结构的调整,大规模的人口流动和货物流通使交通行业承载着越来越大的压力,同时也给交通运输带来了巨大的发展机遇。作为运输行业历史最悠久、规模最大的龙头企业,铁路已成为国民经济的大动脉。铁路运输有成本低、运能高、节省能源、安全性好等优势,是最快捷、最可靠的运输方式,是发展国民经济不可或缺的运输工具。改革开放以来,中国铁路积极适应社会的改革和发展,狠抓制度改革,着力技术创新,抓住了历史发展机遇,铁路改革和发展取得了跨越式的发展。

国家对铁路的发展始终予以高度重视,根据国家《中长期铁路网规划》(2005—2020年):到2020年,中国铁路网规模达到12万千米以上。其中,时速200千米及以上的客运专线将达到18万千米。加上既有线提速,中国铁路快速客运网将达到5万千米以上,运输能力满足国民经济和社会发展需要,主要技术装备达到或接近国际先进水平。铁路是个远程重轨运输工具,但随着城市建设和经济的繁荣,城市人口大幅增加,近年来城市轨道交通也正处于高速发展时期。

城市的繁荣相应带来了交通拥挤、事故频发、大气污染等一系列问题。在一些大城市和一些经济发达的中等城市,仅仅靠路面车辆运输远远不能满足客运交通的需要。城市轨道交通节约空间、耗能低、污染小、便捷可靠,是解决城市交通的最好方式。未来我国城市将形成地铁、轻轨、市域铁路构成的城市轨道交通网络,轨道交通将在我国城市建设中起着举足轻重的作用。

但是,在我国轨道交通进入快速发展的同时,解决各种管理和技术人才匮乏的问题已迫在眉睫。随着高速铁路和城市轨道新线路的不断增加以及新技术的开发与引进,管理和技术人员队伍需要不断壮大。企业不仅要对新员工进行培训,对原有的职工也要进行知识更新。企业急需培养出一支能符合企业要求、业务精通、综合素质高的队伍。

北京交通大学是一所以运输管理为特色的学校,拥有该学科一流的师资和科研队伍,为我国的铁路运输和高速铁路的建设作出了重大贡献。近年来,学校非常重视轨道交通的研究和发展,建有“轨道交通控制与安全”国家级重点实验室、“城市交通复杂系统理论与技术”教育部重点实验室,“基于通信的列车运行控制系统(CBTC)取得了关键技术研究的突破,并用于亦庄城轨线。为解决轨道交通发展中人才需求问题,北京交通大学组织了学校有关院系的专家和教授编写了这套“高等教育轨道交通‘十二五’规划教材”,以供高等学校学生教学和企业技术与管理人员培训使用。

本套教材分为交通运输、机车车辆、电气牵引和土木工程四个系列，涵盖了交通规划、运营管理、信号与控制、机车与车辆制造、土木工程等领域，每本教材都是由该领域的专家执笔，教材覆盖面广，内容丰富实用。在教材的组织过程中，我们进行了充分调研，精心策划和大量论证，并听取了教学一线的教师和学科专家们的意见，经过作者们的辛勤耕耘以及编辑人员的辛勤努力，这套丛书得以成功出版。在此，我们向他们表示衷心的感谢。

希望这套系列教材的出版能为我国轨道交通人才的培养贡献绵薄之力。由于轨道交通是一个快速发展的领域，知识和技术更新很快，教材中难免会有诸多的不足和欠缺，在此诚请各位同仁、专家不吝批评指正，同时也方便以后教材的修订工作。

编委会
2012年6月

前 言

电磁场理论是高等学校工科电类专业的一门技术基础课。它所涉及的内容是电类专业学生应具备的知识结构的必要组成部分，同时又是一些交叉领域的学科生长点和新兴边缘学科发展的基础。学好这门课程将增强学生的适应能力与创造能力。

本书是为高等学校远程教育工科电类专业本科生学习电磁场理论课程而编写的教学用书。编写《工程电磁场》教材的主要目标是：为了适应当前高等远程教育改革中注重素质培养和能力培养、加强应用基础、拓宽专业的需要。在编写中，编者主要作了如下的考虑。

(1) 电磁场理论作为一门主干（核心）课程的框架仍将基本保持不变。它仍然是以经典内容为主，是电类专业技术的基础。但是，考虑远程教学的特点，应该重新审视、选择和组织教学内容，处理好基础部分与深入内容、传统方法与现代观点之间的关系。考虑远程课程学习的时间特点，注意知识点的分解教学，不宜片面强调电磁场理论学科本身的系统性和完整性，更强调课程在解决实际问题的实用性。同时明确本课程是作为专业学习的基本支撑，是为学科方向服务的。

(2) 注意精炼教材内容，突出电磁场的普遍规律，注重教材的基础性，使学生对基础知识牢固掌握、灵活运用。注重基本概念、基本规律和基本的分析计算方法。

(3) 注意远程教学的学习对象，体现课程的应用性和实践性（即工科特色）。重视工程问题的电磁模型的建立和定性分析，有意识地培养学生从定性的方法入手提出问题和分析问题的能力。

(4) 注意本课程与实际工程中电磁场问题的联系。让学生充分发挥已掌握的数学知识和技能，把物理概念和数学工具妥善地结合起来处理实际工程中的电磁问题。

(5) 加强电磁场基本计算技能的训练，培养学生应用计算机软件来计算工程中的电磁场，从而有效解决工程中出现的电磁场问题。

在上述指导思想下，本书的编写遵循由特殊到一般、由简单到复杂、循序渐进的原则，在内容的安排上适当强调电磁学在工程技术中的应用。概括起来，本书的主要特点有以下几个方面。

(1) 在每一章节中，设立本章学习重点难点和总结，使得重点难点突出、层次分明，便于学习。

(2) 突出电磁兼容的分析，并单独设章。这些内容过去不太被注意，但工程中的电磁场问题则有很多属于这一类。

(3) 重视阐明边值问题的概念，把“边值”这一概念贯穿于全书的各章节中。这样，理论部分含有计算问题，计算部分含有理论问题，而不是把理论与计算截然分开，有助于学生树立起建立电磁模型的习惯。

(4) 为了使学生得到充分训练,精心配备例题和习题。本书列举一定数量的例题。这些例题与正文密切配合,以利于学生更好地理解 and 掌握基本概念和基本分析方法。各节次均配有相应的习题,可以让学生对内容的理解程度得到检验。此外,结合工程电磁场课程特点,每章之后还配有复习参考题,同时选编不同层次的习题,供学生深入钻研,为教师布置课外作业提供更多的选择,做到因材施教。

全书分9章,内容包括矢量分析与场论基础、静电场、恒定电场、恒定磁场、时变电磁场、准静态电磁场、平面电磁波的传播、均匀传输线、电磁兼容及电磁技术。每章末均附有小结。本书的部分章节相对独立,在教学中可以根据各自的需要取舍。

本书由方进主编,焦超群和张秀敏任副主编。第1章、第6章由张秀敏编写,第2章、第3章、第5章由焦超群编写,第4章、第7章、第8章、第9章由方进编写。书稿承蒙北京交通大学张小青教授指导,提出了许多宝贵修改意见。本书的立项和出版得到北京交通大学远程学院的大力支持,同时也得到工程电磁场课程组老师的支持和北京交通大学教育出版社的大力支持。谨在此一并表示衷心的感谢。

对于书中不妥和错误之处,衷心欢迎使用本书的师生和其他读者批评指正。意见请寄至北京交通大学电气工程学院(邮编100044)。

编者
2012年6月
于北京交通大学

目 录

第 1 章 矢量分析与场论基础	1	3.2 电源电动势与局外场强	75
1.1 矢量分析	1	3.3 恒定电场基本方程分界面上的 衔接条件	76
1.2 场的基本概念和分析方法	6	3.4 导电媒质中的恒定电场与静 电场的比拟	80
1.3 标量场的方向导数和梯度	8	3.5 电导和部分电导	81
1.4 矢量场的通量和散度	11	3.6 接地	83
1.5 矢量场的环量和旋度	14	本章小结	85
1.6 三个重要定理	18	复习参考题	86
1.7 几种比较重要的场	20	第 4 章 恒定磁场	88
1.8 微分算子和矢量运算	21	4.1 真空中的恒定磁场	88
本章小结	25	4.2 媒质中的恒定磁场	94
复习参考题	26	4.3 恒定磁场的基本方程和分界面 上的边界条件	99
第 2 章 静电场	29	4.4 磁矢位和磁位	101
2.1 电场强度的引入——库仑 定律	29	4.5 镜像法	110
2.2 电场强度的旋度	31	4.6 电感	113
2.3 电场强度的散度	36	4.7 磁场能量与力	117
2.4 静电场的方程和边界条件	41	4.8 磁路及其计算	121
2.5 边值问题	45	本章小结	125
2.6 镜像法	52	复习参考题	128
2.7 电容与部分电容	57	第 5 章 时变电磁场	131
2.8 静电能量	60	5.1 电磁感应定律和全电流 定律	131
2.9 静电力	63	5.2 电磁场基本方程组	134
2.10 静电屏蔽	66	5.3 正弦电磁场的复数表示	136
本章小结	67		
复习参考题	69		
第 3 章 恒定电场	73		
3.1 导体媒质中的电流	73		

5.4 坡印廷定理·····	138	第8章 均匀传输线 ·····	218
5.5 电磁位·····	141	8.1 分布参数电路·····	218
5.6 电磁辐射·····	144	8.2 均匀传输线及其方程·····	221
5.7 电磁波频谱·····	151	8.3 均匀传输线方程的正弦 稳态解·····	223
本章小结·····	152	8.4 均匀传输线的原参数和 副参数·····	230
复习参考题·····	153	8.5 无损耗的均匀传输线·····	232
第6章 准静态电磁场 ·····	156	8.6 无损耗均匀传输线的 传播特性·····	237
6.1 电准静态场和磁准静态场·····	156	8.7 无损耗传输线中波的反射 透射及其过程·····	241
6.2 电准静态场与电荷弛豫·····	162	本章小结·····	246
6.3 磁准静态场与电路定律·····	165	复习参考题·····	248
6.4 集肤效应、邻近效应和 涡流·····	167	第9章 电磁兼容及电磁技术 ·····	251
本章小结·····	177	9.1 电磁兼容技术概述·····	251
复习参考题·····	179	9.2 屏蔽技术·····	258
第7章 平面电磁波的传播 ·····	181	9.3 接地技术·····	271
7.1 波动方程与平面电磁波·····	181	本章小结·····	278
7.2 理想介质中的均匀电磁波·····	184	复习参考题·····	279
7.3 导电媒质中的均匀电磁波·····	190	附录A 模拟试题 ·····	281
7.4 电磁波的极化·····	195	A1 模拟试题一·····	281
7.5 平面电磁波的反射与折射·····	199	A2 模拟试题二·····	284
7.6 平面电磁波的正入射和 驻波·····	204	参考文献 ·····	287
本章小结·····	213		
复习参考题·····	215		

第1章

矢量分析与场论基础

【本章内容概要】

电磁场是一种矢量场，因此矢量分析是学习、研究电磁场理论及其应用的基本数学工具之一。与场的物理概念相联系的有关矢量分析的数学关系式概括了各类物理场的共同特征及其变化规律，形成了有关场论的基本概念与定理。根据本课程内容的需要，阐述矢量分析和场论的基本概念和定理，着重介绍梯度、散度和旋度的概念及其运算，这些基础知识是后续各章论述的必备条件。

【本章学习重点难点】

学习重点：掌握矢量的运算方法与意义、了解三种常见的正交坐标系。

学习难点：掌握梯度、散度、旋度的定义、计算公式和运算规则；掌握三个重要定理，即高斯定理、斯托克斯定理和亥姆霍兹定理。

1.1 矢量分析

实数域内任一代数即一个只有大小的量称为标量，而一个既有大小又有方向特性的量称为矢量。无论是标量还是矢量，一旦被赋予物理单位，则成为一个具有物理意义的量即所谓的物理量。本节从定义标量和矢量出发，讨论矢量在直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系三种正交坐标系中的表示方法及其代数运算和相互关系。

1.1.1 物理量的分类

电磁场中遇到的绝大多数物理量，能够容易地区分为标量 (scalar) 和矢量 (vector)。

只有大小而没有方向的物理量称为标量。如电压 U 、电荷量 Q 、磁通 Φ 、面积 S 、温度 T 等。实际上，所有实数都是标量。

既有大小又有方向的物理量称为矢量。如电场强度矢量 E 、磁场强度矢量 H 、作用力矢量 F 、速度矢量 v 、力矩 T 等。

此外，还有一种既有大小又有多种复杂方向取向的物理量称为张量，如张力。

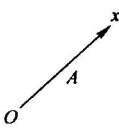
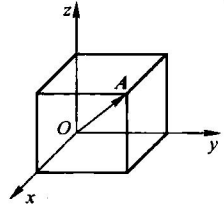
矢量和张量的区别是：

- ① 矢量一般就用在物理方面，专指带方向的物理量；
- ② 矢量可以看作二阶张量；
- ③ 张量是在线性代数里定义的，可以推广到多个维度，应用范围更广；
- ④ 高阶张量可以由矢量做并矢运算构成。

1.1.2 矢量的表示方法

矢量有两种表示方法，即图示法和坐标表示法，见表 1-1。

表 1-1 矢量的表示方法

	图 示 法	坐标表示法 (以直角坐标系为例)
表示法	 $A = A A_0$	 $A = A_x e_x + A_y e_y + A_z e_z$
大小	① 有向线段的长度 ② $ A $ 称为矢量的模	① 有向线段的长度 ② $ A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
方向	① 箭头的指向 ② 单位矢量 $A_0 = \frac{A}{ A }$	① 单位矢量 ② $A_0 = \frac{A}{ A } = \frac{A_x}{ A } e_x + \frac{A_y}{ A } e_y + \frac{A_z}{ A } e_z$

1. 图示法

矢量 A 可采用有头有尾的有向线段表示。线段的长度表示矢量的大小，线段的方向（即箭头的指向）表示矢量的方向。

矢量 A 可表示为：

$$A = |A| A_0 \quad (1-1)$$

其中， $|A|$ 称为矢量的模，表示矢量的大小； A_0 为矢量 A 方向上的单位矢量（模为 1，且方向与 A 相同）。

一个大小为零的矢量称为空矢（null vector）或零矢（zero vector），一个大小为 1 的矢量称为单位矢量（unit vector）。

2. 矢量的坐标表示法

常用的正交坐标系有直角坐标系、圆柱坐标系及球坐标系三种，如图 1-1 和图 1-2 所示。

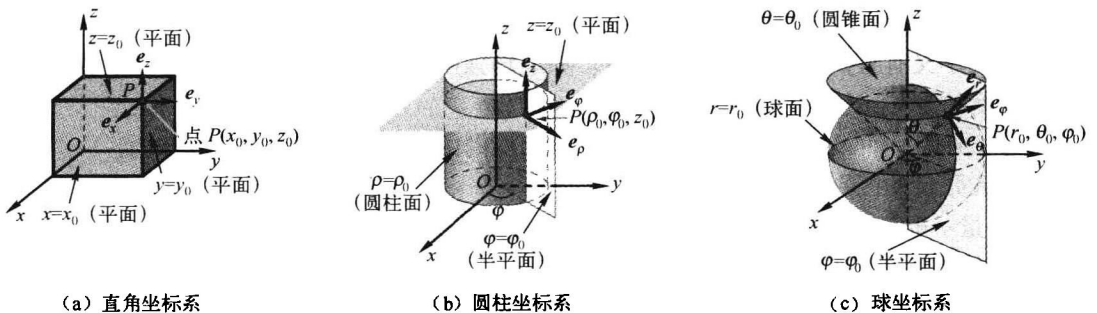


图 1-1 三种正交坐标系示意图

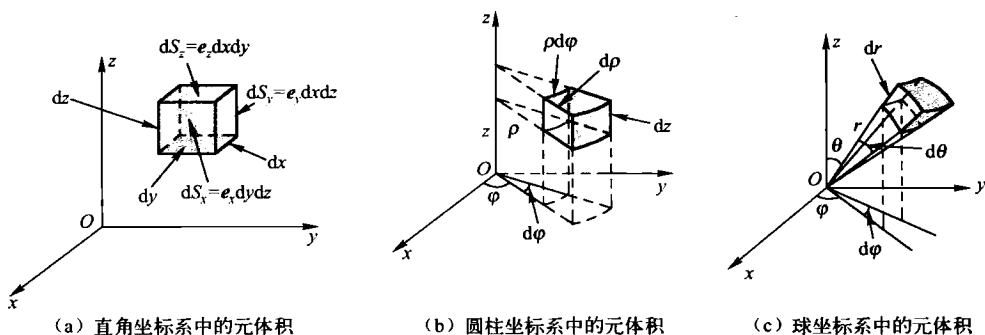


图 1-2 三种正交坐标系中的线元、面元和体积元示意图

任一矢量 A 在三维正交坐标系中都可以用三个相互正交的分量表示为:

$$\text{直角坐标系:} \quad A = A_x e_x + A_y e_y + A_z e_z \quad (1-2)$$

$$\text{圆柱坐标系:} \quad A = A_\rho e_\rho + A_\varphi e_\varphi + A_z e_z \quad (1-3)$$

$$\text{球坐标系:} \quad A = A_r e_r + A_\theta e_\theta + A_\varphi e_\varphi \quad (1-4)$$

例如, 在直角坐标系中, 用单位矢量 e_x 、 e_y 、 e_z 表征矢量分别沿 x 、 y 和 z 轴分量的方向。

从原点指向空间一点 $P(x, y, z)$ 的矢量 r 称为位置矢量 (position vector), 它在直角坐标系中表示为:

$$r = x e_x + y e_y + z e_z \quad (1-5)$$

式中, x 、 y 和 z 是 r 在 x 、 y 和 z 轴上的坐标投影。

三种坐标系中坐标单位矢量间的关系如下。

柱坐标与直角坐标:

$$\begin{bmatrix} e_\rho \\ e_\varphi \\ e_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix}$$

球坐标与柱坐标:

$$\begin{bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & \cos\theta \\ \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\rho \\ e_\varphi \\ e_z \end{bmatrix}$$

球坐标与直角坐标:

$$\begin{bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\varphi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix}$$

1.1.3 矢量的代数运算

1. 矢量的加法和减法

任意两个矢量 A 与 B 相加等于两个矢量相应分量相加, 它们的和仍为矢量, 如图 1-3 所示, 即:

$$C = A + B = (A_x + B_x)e_x + (A_y + B_y)e_y + (A_z + B_z)e_z \quad (1-6)$$

任意两个矢量 A 与 B 相减, 把其中的一个矢量变号后再相减就得到它们的差, 如图1-4所示, 即:

$$D = A - B = (A_x - B_x)e_x + (A_y - B_y)e_y + (A_z - B_z)e_z \quad (1-7)$$

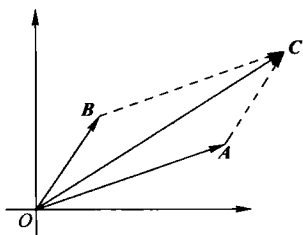


图 1-3 矢量相加图示

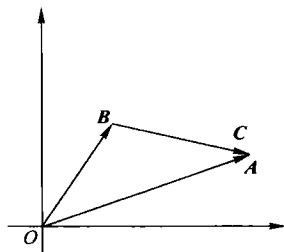


图 1-4 矢量相减图示

2. 矢量的乘积

矢量的乘积包括标量积和矢量积。

1) 标量积 (点积)

任意两个矢量 A 与 B 的标量积是一个标量, 它等于两个矢量的大小与它们的夹角的余弦之乘积:

$$C = A \cdot B = |A| |B| \cos\theta \quad (1-8)$$

由定义可知:

当 $\theta = 0$ 时, $\cos\theta = 1$

$$A \cdot B = |A| |B|$$

当 $\theta = \pi/2$ 时, $\cos\theta = 0$

$$A \cdot B = 0$$

可见, 如果两个不为零的矢量的标量积等于零, 则这两个矢量必然相互垂直, 或者说两个互相垂直的矢量的点乘一定为零。

例如, 直角坐标系中的单位矢量有下列关系式:

$$\left. \begin{aligned} e_x \cdot e_y = e_y \cdot e_z = e_x \cdot e_z = 0 \\ e_x \cdot e_x = e_y \cdot e_y = e_z \cdot e_z = 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

若用矢量的三个分量来表示标量积, 则有:

$$A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1-10)$$

标量积服从交换律和分配律, 即:

$$A \cdot B = B \cdot A \quad (1-11)$$

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \quad (1-12)$$

2) 矢量积 (叉积)

任意两个矢量 A 与 B 的矢量积是一个矢量, 它的大小等于两个矢量的大小与它们的夹角的正弦之乘积, 它的方向垂直于矢量 A 与 B 组成的平面, 如图1-5所示, 记为:

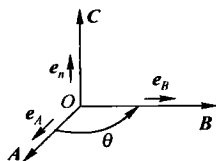
$$C = A \times B = e_n AB \sin\theta$$

$$e_n = e_A \times e_B \text{ (右手螺旋)} \quad (1-13)$$

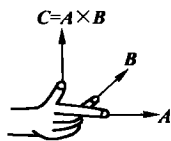
由定义可知:

当 $\theta = 0$ 时, $\sin\theta = 0$

$$A \times B = 0$$



(a) 叉积的图示



(b) 右手螺旋

图 1-5 矢量积示意图

当 $\theta = \pi/2$ 时, $\sin\theta = 1$ $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = |\mathbf{A}||\mathbf{B}|$

可见, 如果两个不为零的矢量的叉积等于零, 则这两个矢量必然相互平行。

矢量叉积不服从交换律, 但服从分配律, 即:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A} \quad (1-14)$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C} \quad (1-15)$$

直角坐标系中的单位矢量有下列关系式:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_z = 0 \end{cases} \quad (1-16)$$

矢量叉积还可以用行列式来表示为:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{e}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{e}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{e}_z \quad (1-17)$$

3) 三个矢量的混合积

三个矢量的混合积是一个标量, 表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) &= C_x (\mathbf{A} \times \mathbf{B})_x + C_y (\mathbf{A} \times \mathbf{B})_y + C_z (\mathbf{A} \times \mathbf{B})_z \\ &= C_x (A_y B_z - A_z B_y) + C_y (A_z B_x - A_x B_z) + C_z (A_x B_y - A_y B_x) \end{aligned} \quad (1-18)$$

几何解释为以 A 、 B 、 C 为棱的平行六面体的体积。

混合积的性质如下。

(1) 轮换不变性, 在点乘号和叉乘号位置不变的情况下, 把矢量按顺序轮换, 其混合积不变, 即:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})$$

(2) 若只把两个矢量对调, 则混合积反号, 即:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = -\mathbf{A} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{B}) = -\mathbf{B} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{C}) = -\mathbf{C} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{A})$$

(3) 若矢量位置不变只交换点乘号叉乘号, 混合积不变, 但必须先做叉乘 (用括号保证这个顺序), 即:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$$

4) 矢量的求导

设矢量 $\mathbf{A}(t) = A_x(t)\mathbf{e}_x + A_y(t)\mathbf{e}_y + A_z(t)\mathbf{e}_z$, 则有矢量 \mathbf{A} 的导数为:

$$\frac{d\mathbf{A}(t)}{dt} = \frac{dA_x(t)}{dt}\mathbf{e}_x + \frac{dA_y(t)}{dt}\mathbf{e}_y + \frac{dA_z(t)}{dt}\mathbf{e}_z \quad (1-19)$$

习题 1-1

1. 给定三个矢量 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 和 \mathbf{C} :

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{B} = -4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{C} = 5\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_z$$

求: \mathbf{e}_A ; $|\mathbf{A} - \mathbf{B}|$; $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$; θ_{AB} ; \mathbf{A} 在 \mathbf{B} 上的分量; $\mathbf{A} \times \mathbf{C}$; $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$ 和 $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$; $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$ 和 $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$ 。

2. 三角形的三个顶点为 $P_1(0, 1, -2)$ 、 $P_2(4, 1, -3)$ 和 $P_3(6, 2, 5)$ ，
 (1) 判断 $\triangle P_1P_2P_3$ 是否为一直角三角形；
 (2) 求三角形的面积。
3. 给定两矢量 $A = 2e_x + 3e_y - 4e_z$ 和 $B = -6e_x - 4e_y + e_z$ ，求 $A \times B$ 在 $C = e_x - e_y + e_z$ 上的分量。

1.2 场的基本概念和分析方法

1.2.1 场概念的建立

从法拉第到麦克斯韦，场的概念经过一番奋斗终于在物理学中取得了它的地位。麦克斯韦在自己的理论中提出将能量定域在电磁场中，从而赋予场以最为重要的实在性——能量。1899年俄国物理学家列别捷夫（П. Н. Лебедев, 1866—1912）证明了电磁场理论所预言的光压的存在，这表明电磁场也具有动量。W·汤姆孙曾说过：“我与麦克斯韦争论了一辈子，不承认他的光压，而在这里列别捷夫迫使我在他的实验面前认输了。”再联系汤姆孙提出的电磁质量的概念，那么场的物质性的重要属性——质量、动量、能量业已齐备。“在一个现代的物理学家看来，电磁场正和他所坐的椅子一样地实在”。

麦克斯韦电磁场理论从超距作用过渡到以场为基本变量，是科学认识的一个革命性变革，因为电磁场可以独立于物质源而以波动形式存在，静电的相互作用就不可再解释为超距作用，引力也是如此，因此牛顿的超距作用就退让给以有限速度传播着的场了。

电磁场波动方程证明电磁波是一种横波，它的传播速度是仅仅根据电磁学测量就能确定下来的恒量，这个数值又与真空中的光速十分接近。麦克斯韦大胆断言：“光本身是一种电磁干扰，它是波的形式，并按照电磁定律通过电磁场传播。”这样电磁场理论就把电、磁、光学规律统一起来，完成了人类认识史上又一次“大综合”。电磁场理论又为狭义相对论提供了雏形。可以毫不夸张地说，它是物理学发展史上的一座里程碑。但它的思想太不平常，只能逐渐地被物理学家们接受，一直到赫兹成功地实现电磁波——脱离了源而独立存在的电磁场以后，对电磁场理论的抵抗才被完全摧垮。难怪爱因斯坦赞扬说：“法拉第和麦克斯韦的电磁场理论是牛顿时代以来物理学的基础所经历的最深刻的变化。”

1.2.2 场的描述

1. 场的定义

如果空间中的每一个点都对应着某个物理量的一个确定的值，我们就说在这空间里确定了该物理量的场。如果这个物理量是标量，就称之为标量场；如果物理量是矢量就称这个场为矢量场。场的一个重要属性是它占有一个空间，而且在该空间域内，除有限个点或表面外它是处处连续的。如果场中各处物理量不随时间变化，则称该场为静态场，不然，则称为动态场或时变场。

例如，考虑某一空间的温度时，若空间任意点温度 T 和该点坐标 $P(x, y, z)$ 具有函数关系： $T = T(x, y, z)$ ，这就构成了一种标量场，这个标量场为温度场；若在某一空间存在流