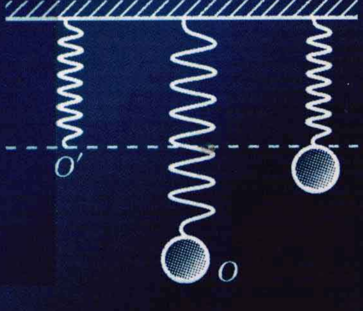
普通高等教育“十二五”规划教材

普通高等院校物理精品教材

大学物理辅导与题解

魏有峰　罗中杰　主编



华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

普通高等教育“十二五”规划教材辅导书
普通高等院校物理精品教材辅导书

大学物理辅导与题解

主　编： 魏有峰　罗中杰

副主编： 龙光芝　程永进　郭　龙　陈　刚

编　委： 万珍珠　王希成　左谨平　石铁钢　龙光芝
刘忠池　毕　洁　汤型正　杜秋皎　李铁平
杨　勇　张光勇　陈　刚　陈琦丽　苑新喜
周俐娜　罗中杰　黄宏伟　韩艳玲　程永进
魏有峰　吕　涛　郭　龙

华中科技大学出版社
中国·武汉

内容简介

本书基本涵盖了大学物理(工科类)的诸多方面，包括力学、热学、振动与波、光学、电磁学、近代物理等. 每章均由知识要点、典型例题、强化训练题三部分组成，知识要点力求做到简明扼要、概念准确、描述无误；典型例题经典而独特，对读者提高分析和解决问题的能力有较大帮助；强化训练题以基础练习和计算题为重点，是为学生学习本章后检查学习效果而提供的一些练习题.

本书可供工科院校师生使用，也可作为其他本专科非物理专业及成人自学考试的教学用书和参考用书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理辅导与题解/魏有峰 罗中杰 主编. —武汉：华中科技大学出版社，2012. 9
ISBN 978-7-5609-8334-9

Ⅰ. 大… Ⅱ. ①魏… ②罗… Ⅲ. 物理学-实验-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 200734 号

大学物理辅导与题解　　魏有峰　罗中杰　主编

策划编辑：周芬娜
责任编辑：周芬娜
封面设计：李　嫚
责任校对：周　娟
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
　　　　　武昌喻家山　　邮编：430074　　电话：(027)81321915
录　　排：武汉佳年华科技有限公司
印　　刷：华中科技大学印刷厂
开　　本：710mm×1000mm　1/16
印　　张：19
字　　数：531 千字
版　　次：2012 年 9 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：38.00 元

前　言

大学物理课程是高等工科院校一门重要的基础理论课程，它以物理学基础知识为主要内容.工科大学生在学习大学物理课程时普遍感觉到物理学内容繁杂，分支多，抓不住重点，分不清难点.大多数同学听着明白，做起题来却无从下手，困难重重.这主要与物理学本身的内容体系和学生的学习方法有关.为了解决这一难题，本着删繁就简、突出重点的原则，我们编写了本书，以期帮助大学物理课程的学习者深入理解和掌握大学物理的基本概念、基本规律，进一步提高和增强分析问题和解决问题的能力，充分发挥大学物理学作为重要基础学科所应起到的重要作用.

全书共分20章，基本涵盖了大学物理的全部内容，包括力学、热学、振动与波、光学、电磁学、近代物理等.每一章分为知识要点、典型例题、强化训练题三部分内容.知识要点力求做到概念、规律准确，重点、难点突出.典型例题既体现大学物理学的基本思想，又具有举一反三、启迪智慧、提高解决实际问题能力的功效.强化训练题题型灵活，难易结合，为学习本章后检查学习效果提供练习.总体来讲，本书注意把握物理学体系的基本框架，注重物理学思维方法的转变，着眼于实际应用能力的提高.

本书是各位编者结合多年的教学实践而共同编写的一本大学物理学习指导教材，既可供工科院校师生使用，也可作为其他本专科院校非物理专业及成人自学考试的教学用书和参考书.

本书由魏有峰、罗中杰任主编，参与编写的还有龙光芝、程永进等.限于编者的学识，书中定有不当之处，诚望读者批评指正.

编　者

2012年7月

目　录

第1章 质点运动学

1.1 知识要点

1. 物质运动的绝对性与运动描述的相对性

世界是物质的,物质是运动的,运动是物质的根本属性和存在方式.从哲学的意义来看,运动是绝对的,而在自然界中,物体的运动又是相对的.通常所说的某物静止或某物以多大的速度运动总是相对于一定的参照物而言的.所选参照物不同,对于同一物体运动的描述也不同,这称为运动描述的相对性.运动与静止的关系是符合对立统一规律的.

2. 参照系

要对物体的运动进行描述,就必须选定一个参照物并把参照物当做静止不动,来描述物体相对于参照物的运动.作为描述物体运动的参照物称为参照系.运动学中,参照系的选择是任意的.

3. 坐标系

坐标系相当于固定在参照系上的刚性杆架,用于定量描述运动物体的空间位置.常用的坐标系有直角坐标系、柱坐标系、极坐标系、球坐标系和自然坐标系等.有了坐标系,还必须有计时的钟,物体在运动过程中,到达任意位置的时刻,都由近旁配置的许多同步的钟给出.这样就能够完全描述物体的位置随时间变化的规律了,这正是质点运动学所要讨论的基本问题.

4. 质点

如果物体的形状和大小在所研究的问题中可以忽略不计,而把物体视为一个只有质量的几何点,则通常称为质点.质点是实物的一种理想化模型.物理模型是物理学研究的一个重要方法.请注意:质点是一个相对的概念.

5. 运动函数

质点在空间运动时,任意时刻质点在空间的位置 P 可以用由坐标原点 O 引向质点所在处的有向线段$\overrightarrow{OP}$来描述,并记为 $\boldsymbol{r}$,$\boldsymbol{r}$ 称为运动质点的位置矢量,即 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}$.在直角坐标系下,

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k},$$

上式称为运动质点的运动函数,其物理含义为:一个质点的实际运动总可以把它视为由 $x=x(t)$,$y=y(t)$,$z=z(t)$所代表的三个独立分运动的合运动,这称为运动的叠加原理.请注意分运动具有同时性和互不干涉性(独立性).位置矢量的增量 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$称为运动质点在 Δt 时间内的位移.

6. 时间和空间

物质的运动既离不开空间,也离不开时间.时间表征了物质运动的持续性.自然界的实际过程都具有一定的方向,是不可逆的,时间是单向的,空间反映了物质运动的广延性.

7. 速度和加速度

速度$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$,即速度等于位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 对时间的瞬时变化率;加速度 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$.不同坐标系下,$\boldsymbol{v}$和 $\boldsymbol{a}$ 的表达式不相同.在直角坐标系下,

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k},$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}.$$

在质点做平面运动时，若采用平面极坐标系来表示，则运动质点的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\boldsymbol{e}_r)=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r+r\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r+r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\theta,$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\left[\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}-r\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]\boldsymbol{e}_r+\left[r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}+2\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right]\boldsymbol{e}_\theta.$$

式中，r 为极径；θ 为极角；$\boldsymbol{e}_r$ 为径向单位矢量；$\boldsymbol{e}_\theta$ 为垂直于 $\boldsymbol{e}_r$ 且指向 θ 增加的方向的单位矢量，请注意 $\boldsymbol{e}_r$ 和 $\boldsymbol{e}_\theta$ 大小均为单位常数，但方向随时间变化。

8. 运动学中的两类问题

已知物体的运动函数，求物体的速度和加速度（用微商的方法）；已知物体的加速度，求物体运动规律（用积分的方法）。

9. 自然坐标系下平面曲线运动的描述

任意曲线都可视为由许多弯曲程度不同的小段圆弧组成，各段圆弧都有各自相应的圆、圆心和圆半径，它们分别称为曲率圆、曲率中心和曲率半径. 曲率半径越小，说明曲线弯曲程度越大，$\frac{1}{\rho}$ 称为曲率（ρ 称为曲率半径）. 质点在曲线上某点 P 的运动就可以看做质点在它的曲率圆上的运动. 质点的运动轨迹可用图 1.1 所示的图形来描述.

质点在 t 时刻位于点 P，在 $t+\Delta t$ 时刻位于点 Q，在 Δt 时间里，质点的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，路程为弧长 Δs，$\boldsymbol{\tau}$ 表示点 P 处的切向单位矢量，并指向质点前进方向，$\boldsymbol{n}$ 表示指向点 P 处轨道曲率中心的法向单位矢量，显然有 $\boldsymbol{\tau}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}s}$，$\boldsymbol{n}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}\theta}$，$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}s}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}\theta}\cdot\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s}=\frac{1}{\rho}\boldsymbol{n}$，所以在自然坐标系下，物体的速度和加速度分别为

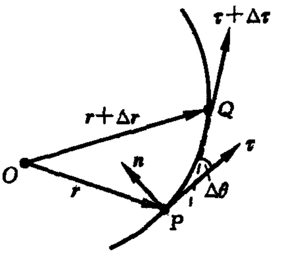


图 1.1

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}s}\cdot\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}s}=v\boldsymbol{\tau},$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}s}\cdot\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}=\boldsymbol{a}_\mathrm{t}+\boldsymbol{a}_\mathrm{n}.$$

式中，$\boldsymbol{a}_\mathrm{t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$ 表示质点速率的变化率，称为切向加速度；$\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$ 表示质点速度方向的变化率，称为法向加速度.

10. 圆周运动

质点做半径为 R 的圆周运动时，可以引进角坐标 θ、角位移 $\Delta\theta$、角速度 ω 和角加速度 β 来描述质点的运动.

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t},\quad \beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}.$$

描述圆周运动的线量与角量的关系分别为：

线速度　$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(R\theta)=R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\omega R,$

切向加速度　$a_\mathrm{t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega R)=R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\beta R,$

法向加速度　$a_\mathrm{n}=\frac{v^2}{R}=\omega^2R,$

则
$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{R}\boldsymbol{n}=\beta R\boldsymbol{\tau}+\omega^2 R\boldsymbol{n}.$$

11. 相对运动

物体相对于静态参照系的速度称为绝对速度；物体相对于动态参照系的速度称为相对速度；动态参照系相对于静态参照系的速度称为牵连速度．三者的关系为$\boldsymbol{v}_{绝}=\boldsymbol{v}_{相}+\boldsymbol{v}_{牵}$．

在物体和动态参照系都无转动的条件下，物体的绝对加速度（对静态参照系而言）等于物体的相对加速度（对动态参照系而言）与牵连加速度（动态参照系对静态参照系）的矢量和，即 $\boldsymbol{a}_{绝}=\boldsymbol{a}_{相}+\boldsymbol{a}_{牵}$．

1.2 典型例题

例 1.1　已知某人从一点出发，25 s 内向东走了 30 m，又 10 s 内向南走了 10 m，再 15 s 向西北走了 18 m，如图 1.2 所示．试求：

(1) 合位移的大小和方向；

(2) 求每一个分位移中的平均速度、合位移的平均速度及全路程的平均速率．

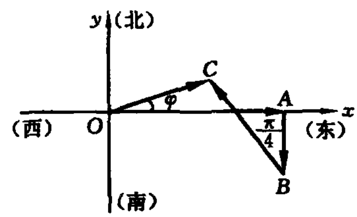


图 1.2

解　(1) 合位移的表达式为

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$$
$$=30\boldsymbol{i}+(-10)\boldsymbol{j}+18\left(-\boldsymbol{i}\cos\frac{\pi}{4}+\boldsymbol{j}\sin\frac{\pi}{4}\right)$$
$$=12.27\boldsymbol{i}+2.73\boldsymbol{j},$$

合位移的大小为$|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{12.27^2+2.73^2}$ m$=17.48$ m，合位移的方向为 $\varphi=\arctan\frac{2.73}{12.27}=8.98°$（东偏北）．

(2) 分位移平均速度分别为　$\overline{\boldsymbol{v}_1}=\frac{\overrightarrow{OA}}{t_1}=\frac{30}{25}\boldsymbol{i}=1.2\boldsymbol{i}$；　$\overline{\boldsymbol{v}_2}=\frac{\overrightarrow{AB}}{t_2}=\frac{-10}{10}\boldsymbol{j}=-1.0\boldsymbol{j}$；

$$\overline{\boldsymbol{v}_3}=\frac{\overrightarrow{BC}}{t_3}=\frac{18\left(-\boldsymbol{i}\cos\frac{\pi}{4}+\boldsymbol{j}\sin\frac{\pi}{4}\right)}{15}=-0.85\boldsymbol{i}+0.85\boldsymbol{j}；$$

合位移的平均速度为　$\boldsymbol{v}=\frac{\overrightarrow{OC}}{t_1+t_2+t_3}=\frac{17.27\boldsymbol{i}+2.73\boldsymbol{j}}{50}=0.35\boldsymbol{i}+0.06\boldsymbol{j}$；

全路程的平均速率为　$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{30+10+18}{t_1+t_2+t_3}=1.16$ m/s.

例 1.2　已知一质点在 Oxy 平面内运动，运动方程为 $x=2t$；$y=19-2t^2$．试求：

(1) 质点的运动轨道，并绘图；

(2) 第 1 秒到第 2 秒质点的平均速度；

(3) 质点的速度和加速度；

(4) 在什么时刻位置矢量恰好和速度矢量垂直？这时 x，y 分量各是多少？

(5) 什么时刻质点离原点最近？并算出这一距离．

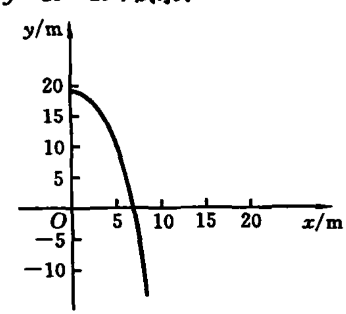


图 1.3

解　(1) 已知质点运动方程

$$\begin{cases}x=2t,\\y=19-2t^2,\end{cases}$$

消去时间 t，得 $y=19-\frac{1}{2}x^2$，其轨道是顶点为(0，19)的抛物线，如图 1.3 所示．

(2) 位矢 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$,第 1 秒到第 2 秒的平均速度为

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}(2)-\boldsymbol{r}(1)}{2-1}=2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j},$$

大小为 $|\overline{\boldsymbol{v}}|=\sqrt{2^2+6^2}\ \mathrm{m/s}=6.32\ \mathrm{m/s}$,方向为 $\varphi=\arctan\frac{-6}{2}=-71.6°$($x$ 方向偏 $-y$).

(3) 速度为 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=(2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j})$,$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}$.

(4) 由 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{v}=0$,即$[2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}]\cdot(2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j})=0$,解得 $t=0$ s,$t=3$ s,$t=-3$ s(舍去).

当 $t=0$ s 时,

$$\begin{cases}x=0\ \mathrm{m},\\ y=19\ \mathrm{m},\end{cases}\qquad \begin{cases}v_x=2\ \mathrm{m/s},\\ v_y=0\ \mathrm{m/s};\end{cases}$$

当 $t=3$ s 时,

$$\begin{cases}x=6\ \mathrm{m},\\ y=1\ \mathrm{m},\end{cases}\qquad \begin{cases}v_x=2\ \mathrm{m/s},\\ v_y=-12\ \mathrm{m/s}.\end{cases}$$

(5) $r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2t)^2+(19-2t^2)^2}$,令 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{8t+2(19-2t^2)(-4t)}{2r}=0$,解得 $t=0$ s,$t=3$ s,$t=-3$ s(舍去).经判断知 $t=3$ s 时,r 有极小值且 $r_{\min}=6.08$ m.

例 1.3　长度为 a 的梯子 AB 静靠在垂直墙 OA 上,如图 1.4 所示.若以匀速率 v_0 水平拉动梯脚 B.

(1) 证明梯子中点所描述的运动轨道是以点 O 为中心、以 $a/2$为半径的圆弧.

(2) 求梯脚 B 离墙的距离为 $b(b<a)$ 的瞬间,梯子中点的速度和速率.

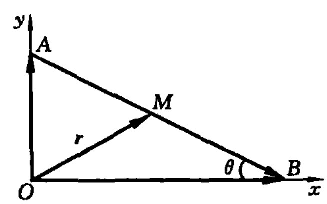


图 1.4

解　(1) 设 $\boldsymbol{r}$ 为 AB 中点 M 的位置矢量,则

$$\overrightarrow{OB}=a\boldsymbol{i}\cos\theta,\quad \overrightarrow{OA}=a\boldsymbol{j}\sin\theta,\quad \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=a\boldsymbol{i}\cos\theta-a\boldsymbol{j}\sin\theta,$$

$$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}a(\boldsymbol{i}\cos\theta+\boldsymbol{j}\sin\theta),$$

所以$|\boldsymbol{r}|=a/2$,即点 M 的运动轨迹是以点 O 为圆心、以 $a/2$ 为半径的圆弧.

(2) 中点 M 的速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{2}a(\boldsymbol{i}\cos\theta+\boldsymbol{j}\sin\theta)\right]=\frac{1}{2}a\left(-\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\cos\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}\right),$$

对梯脚 B 的速率 v_B,有　$v_B\boldsymbol{i}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{OB}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(a\boldsymbol{i}\cos\theta)=-a\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}$,

故　$v_B=-a\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$,　即　$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=-\frac{v_B}{a\sin\theta}=\frac{-v_B}{\sqrt{a^2-b^2}}$.

在 B 离墙的距离为 b 的瞬间,有 $\sin\theta=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$,因此,所求 M 点的速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}v_B\left(\boldsymbol{i}-\frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}\boldsymbol{j}\right),$$

速率为 $v=|\boldsymbol{v}|=\frac{av_B}{2\sqrt{a^2-b^2}}$.

例 1.4　高为 h 的平台上,有一质量为 m 的小车,用绳子跨过滑轮拉动小车,绳子一端 A 在地面上以匀速率 v_0 向右拉动,如图 1.5 所示.求当绳端 A 距平台距离为 x 时,小车的速率和加速度

的大小.

解　由图 1.5 可知 $r^2=h^2+x^2$，两边对时间 t 求导得 $2r\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=2x\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，令小车的速率为 v，则 $v=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$，因 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v_0$，所以小车的速率为

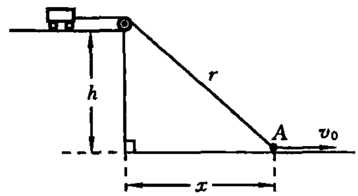


图 1.5

$$v=\frac{x}{r}v_0=\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}v_0,$$

小车的加速度的大小为 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{v_0^2h^2}{(h^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

例 1.5　一质点由静止开始做直线运动，初始加速度为 a_0，其后加速度均匀增加，每经过 s 秒增加 a_0. 求质点的速度和位移.

解　由题意可知，加速度和时间的关系为 $a=a_0+\dfrac{a_0}{s}t$，又 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，联立方程并积分得

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t\left(a_0+\frac{a_0}{s}t\right)\mathrm{d}t,$$

故质点速度为

$$v=a_0t+\frac{a_0}{2s}t^2=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}.$$

由此知 $\displaystyle\int_0^x \mathrm{d}x=\int_0^t\left(a_0t+\frac{a_0}{2s}t^2\right)\mathrm{d}t$，故质点位移 $x=\dfrac{a_0}{2}t^2+\dfrac{a_0}{6s}t^3$.

例 1.6　大炮以 v_0 的初速度从山脚向仰角为 α 的斜坡发射炮弹，若要使射程最大，求发射角应满足的条件(不计空气阻力).

解　如图 1.6 所示，选取适当坐标系，可写出如下运动方程：

$$x=v_0t\cos\theta-\frac{1}{2}gt^2\sin\alpha, \quad ①$$

$$y=v_0t\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2\cos\alpha. \quad ②$$

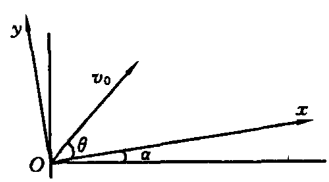


图 1.6

令式②中 $y=0$，解得 $t=\dfrac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}$，即完成射程所需时间. 将其代入式①，得

$$x=v_0\cos\theta\frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}-\frac{1}{2}g\sin\alpha\left(\frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}\right)^2=\frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}[\cos(\theta+\alpha)\sin\theta],$$

令

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta}=\frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}[-\sin(\theta+\alpha)\sin\theta+\cos(\theta+\alpha)\cos\theta]=\frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}\cos(2\theta+\alpha)=0,$$

解得 $2\theta+\alpha=\dfrac{\pi}{2}$，$2\theta+\alpha=\dfrac{3\pi}{2}$(舍去)，即当 θ 满足 $\theta=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2}$ 时，射程最大.

例 1.7　一个人扔石头的最大出手速率为 $v=25$ m/s，他能击中一个与他出手时的水平距离 $L=50$ m而高 $h=13$ m 的一个目标吗？在这个距离上他能击中的目标的最大高度是多少？

解　设初速度与水平面成 θ 角，则有

$$x=v_xt=vt\cos\theta,\quad y=v_yt-\frac{1}{2}gt^2=vt\sin\theta-\frac{1}{2}g\,t^2.$$

当水平距离 $x=L$ 时，$t=\dfrac{L}{v\cos\theta}$，代入 y 中，有

$$y=L\tan\theta-\frac{1}{2}g\frac{L^2}{v^2\cos^2\theta}=L\tan\theta-\frac{gL^2}{2v^2}(\tan^2\theta+1),$$

整理化简可得 $\tan^2\theta-\frac{2v^2}{gL}\tan\theta+\frac{2v^2y}{gL^2}+1=0$. 以 $\tan\theta$ 为变量,一元二次方程的判别式为

$$\Delta=b^2-4ac=\left(\frac{2v^2}{gL}\right)^2-4\left(\frac{2v^2y}{gL^2}+1\right),$$

令 $y=h=13$ m,代入上式得 $\Delta=-0.14<0$,故 $\tan\theta$ 无实数解,即不能击中题设目标.

使判别式 $\Delta=0$ 的 y 值为能击中目标的最大高度,据此可求出

$$y_{\max}=\frac{v^4-g^2L^2}{2gv^2}=\frac{25^4-9.8^2\times50^2}{2\times9.8\times25^2}\ \text{m}=12.3\ \text{m}.$$

例 1.8 一只兔子做匀速直线运动,速度为 $\boldsymbol{u}$,一只狗以恒速率 v 追赶兔子. 初始,狗与兔子相距 r_0,狗的速度 $\boldsymbol{v}$ 与兔子速度 $\boldsymbol{u}$ 相互垂直. 以后,狗时刻调整跑动方向以保持对准兔子追赶. 若 $v>u$,求在多少时间后,狗才能追上兔子? 追上兔子时,狗走过的路程有多长?

解 如果取以兔子为原点并随兔子一起运动的坐标系 S',则由兔子看来,狗以速度 $\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}$ 运动,初始时狗距原点为 r_0,其后狗在径向总是以速率 $v-u\cos\theta$ 向原点跑来. 式中,θ 为 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{u}$ 的夹角,θ 是随时间发生改变的. 设狗追上兔子的时间为 t_0,则应有

$$\int_0^{t_0}(v-u\cos\theta)\mathrm{d}t=r_0. \qquad ①$$

在地面坐标系中,在 t_0 时间里,兔子已走过的距离为 ut_0,这也是狗在同样时间里沿兔子运动方向上跑动的距离,则应有

$$\int_0^{t_0}v\cos\theta\mathrm{d}t=ut_0. \qquad ②$$

由式①得
$$vt_0-u\int_0^{t_0}\cos\theta\mathrm{d}t=r_0,$$

代入式②得
$$t_0=\frac{vr_0}{v^2-u^2}.$$

而在 t_0 时间里,狗跑动的路程为

$$s=\int_0^{t_0}v\mathrm{d}t=vt_0=v^2r_0/(v^2-u^2).$$

1.3 强化训练题

一、填空题

1. 一物体在某瞬时,以初速度 v_0 从某点开始运动,在 Δt 时间内,经一长度为 s 的曲线路径后,又回到出发点,此时速度为 $-v_0$,则在这段时间内,(1) 物体的平均速率为______;(2) 物体的平均加速度为______.

2. 一质点做半径为 0.1 m 的圆周运动,其运动方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}t^2$,则其切向加速度 a_t =______.

3. 一质点以 60°仰角做斜上抛运动,忽略空气阻力. 若质点运动轨道最高点处的曲率半径为 10 m,则抛出时初速度的大小为 v_0=______.(重力加速度大小 g 按 10 m/s² 计.)

4. 质点沿半径为 R 的圆周运动,运动方程为 $\theta=3+2t^2$,则 t 时刻质点的法向加速度大小 a_n=______;角加速度大小 β=______.

5. 已知质点运动方程为 $\boldsymbol{r}=\left(5+2t-\frac{1}{2}t^2\right)\boldsymbol{i}+\left(4t+\frac{1}{3}t^3\right)\boldsymbol{j}$,当 $t=2$ s 时,$\boldsymbol{a}$=______.

6. 一质点沿直线运动，其坐标 x 与时间 t 有如下关系：

$$x=Ae^{-\beta t}\cos\omega t \quad (A,\beta,\omega\ \text{皆为常数})$$

任意时刻 t 质点的加速度 $a=$______；质点通过原点的时刻 $t=$______.

7. 一质点从静止出发沿半径 $R=1$ m 的圆周运动，其角加速度大小随时间 t 的变化规律是 $\beta=12t^2-6t$，则质点的角速度大小 $\omega=$______；切向加速度大小 $a_t=$______.

8. 一质点沿半径为 R 的圆周运动，其路程 s 随时间 t 变化的规律为 $s=bt-\frac{1}{2}ct^2$，式中，b,c 为大于零的常数，且 $b^2>Rc$. 质点运动的切向加速度 $a_t=$______；法向加速度 $a_n=$______；质点运动经过 $t=$______时，$a_t=a_n$.

9. 有一水平飞行的飞机，速度为 v_0，在飞机上以水平速度 v 向前发射一颗炮弹，略去空气阻力并设发炮过程不影响飞机的速度. 如果以地球为参照系，炮弹的轨迹方程为______；如果以飞机为参照系，炮弹的轨迹方程为______.

二、简答题

1. 描述质点加速度的物理量 $\frac{d\boldsymbol{v}}{dt},\frac{dv}{dt},\frac{dv_x}{dt}$ 有何不同？

2. 什么是矢径？矢径和位移矢量之间有何关系？怎样选取坐标原点才能够使二者一致？

三、计算题

1. 一个质点从静止开始做直线运动，开始加速度为 a，此后加速度随时间均匀增加，经过时间 τ 后，加速度为 $2a$，经过时间 2τ 后，加速度为 $3a$……. 求经过时间 $n\tau$ 后，该质点的速度和走过的距离.

2. 球从高 h 处落向水平面，经碰撞后又上升到 h_1 处，如果每次碰撞后与碰撞前速度之比为常数，问球在 n 次碰撞后还能升多高？

3. 一架飞机相对于空气以恒定速率 v 沿正方形轨道飞行，在无风天气其运动周期为 T. 若有恒定小风沿平行于正方形的一对边吹来，风速大小为 $u=kv(k\ll1)$. 求飞机沿原正方形(对地)飞行的周期的增加量.

4. 一物体悬挂在弹簧上做竖直振动，其加速度 $a=-ky$，k 为常量，y 是以平衡位置为原点所测得的坐标. 假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0，试求速度 v 与坐标 y 的函数关系式.

5. 质点 M 在水平面内运动轨迹如图 1.7 所示，OA 段为直线，AB，BC 段分别为不同半径的两个 1/4 圆周. 设 $t=0$ 时，点 M 在点 O 处，已知运动方程为 $s=30t+5t^2$，求 $t=2$ s 时，质点 M 的切向加速度和法向加速度.

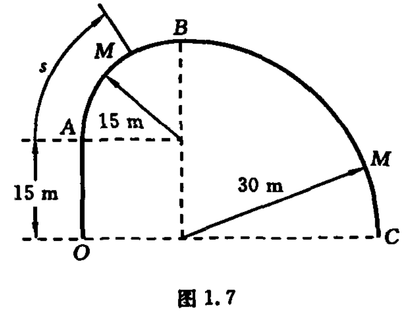


图 1.7

6. 某飞机的驾驶员想往正北方向航行，而风以 60 km/h 的速率由东向西刮来，如果飞机的航速(在静止空气中的速率)为 180 km/h，试问驾驶员应取什么航向？飞机相对于地面的速率为多少？试用矢量图说明.

7. 某人自某点出发，前 25 s 内向东走 30 m，紧接着 10 s 内向南走 10 m，最后在 15 s 内向正西北走 18 m. 求在这 50 s 内，(1) 平均速度的大小和方向；(2) 平均速率的大小.

8. 当火车静止时，乘客发现雨滴下落方向偏向车头，偏角为 30°，当火车以 35 m/s 的速率沿水平直路行驶时，发现雨滴下落方向偏向车尾，偏角为 45°，假设雨滴相对于地的速度保持不变，试计算雨滴相对地的速度大小.

9. 如图 1.8 所示，装在小车上的弹簧发射器射出一小球，根据小球在地上水平射程和射高的测量数据，已知小球射出时相对地面的速率为 10 m/s，小车的反冲速率为 2 m/s. 已知弹簧发射器仰角为 30°，求小球射出时相对于小车的速率.

10. 一敞顶电梯以恒定速率 $v=10$ m/s 上升. 当电梯离地面 $h=30$ m 时，一小孩竖直向上抛出一球，球相对于电梯的初速率 $v_0=20$ m/s. 试问：

(1) 从地面算起，球能达到的最大高度为多大？

(2) 球被抛出后，经过多长时间再回到电梯上？

11. 一质点沿半径为 R 的圆周运动，质点所经过的弧长与时间的关系为 $s=bt+\frac{1}{2}ct^2$，b，c 是大于零的常量. 求从 $t=0$ 开始到达切向加速度与法向加速度大小相等时所经历的时间.

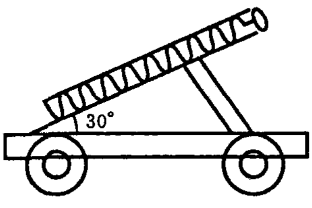


图 1.8

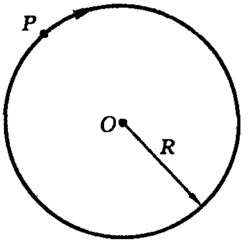


图 1.9

12. 如图 1.9 所示，质点 P 在水平面内沿一半径 $R=2$ m 的圆轨道转动，转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega=kt^2$（k 为常量）. 已知 $t=2$ s 时，质点 P 的速率大小为 32 m/s，试求 $t=1$ s 时，质点 P 的速度与加速度的大小.

13. 河水自西向东流动，速率为 10 km/h，一轮船在水中航行，船相对于河水的航向为北偏西 30°，相对于河水的航速为 20 km/h. 此时风向为正西，风速为 10 km/h，试求在船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向.（设烟离开烟囱后很快就获得与风相同的速率.）

第2章 牛顿运动定律

2.1 知识要点

1. 牛顿运动第一定律

只要没有力的作用,物体就会保持静止或匀速直线运动状态不变,此性质也称为惯性定律.惯性是物体的固有属性.

2. 牛顿运动第二定律

物体在力的作用下做加速运动,其加速度的方向与所受合力的方向相同,加速度的大小与所受合力的大小成正比,与物体质量成反比,其数学表达式为 $\sum \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = m\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$. 对于变质量问题,表达式应为 $\sum \boldsymbol{F} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$.

3. 牛顿运动第三定律

当物体A以力 $\boldsymbol{f}$ 作用于物体B时,物体B必定同时以大小相等、方向相反的同性质的力 $\boldsymbol{f}'$,沿同一直线作用于物体A上.二者的关系为 $\boldsymbol{f}=-\boldsymbol{f}'$,此性质不受相互作用的物体运动状态的限制.

4. 牛顿运动定律适用范围

牛顿运动定律都是由实验得出的规律,具有一定的适用范围.

(1) 牛顿第一、第二定律仅适用于惯性系.

(2) 牛顿运动定律仅适用于宏观低速的情况.对于常见的宏观物体,在速度远小于光速时,牛顿运动定律是严格成立的,当物体的速度与光速可以比拟时,牛顿运动定律不再成立,需用相对论来处理,而且物体的质量 m 不再是一个恒量.若物体的尺寸小于 10^{-10} m,则牛顿运动定律也不再成立,此时需用量子力学理论来处理.

(3) 牛顿运动定律对质点和质点系均成立.

(4) 牛顿第三定律并非自然界存在的普遍规律,对于常见的接触相互作用,如重力、静电力等满足第三定律;而有一些相互作用,如运动电荷之间的相互作用并不满足牛顿第三定律.

5. 自然界的四种基本相互作用

自然界的四种基本作用:① 引力;② 电磁力(如弹性力、摩擦力、空气阻力等);③ 强力(存在于基本粒子之间的一种力);④ 弱力(存在于基本粒子之间的另一种力),后两种力的力程很短.

6. 力学中几种常见力

1) 重力

地球表面附近的物体由于受到地球吸引而受到的力称为重力,记为 $\boldsymbol{P}=m\boldsymbol{g}$.

2) 万有引力

万有引力存在于任何两个物体之间 ,万有引力是靠引力场来传递的.任何两个质点之间的万有引力都可表示为

$$\boldsymbol{F}=-G\frac{m_1m_2}{r^2}\left(\frac{\boldsymbol{r}}{r}\right),$$

式中，$G=6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$称为引力恒量；$F$表示$m_1$对$m_2$的万有引力；$r$表示$m_1$指向$m_2$的位置矢量，其大小等于两质点之间的距离；$m_1$，$m_2$称为两个物体的引力质量，它反映了物体的引力程度，是物体与其他物体相互吸引性质的量度. 实验表明，同一物体的惯性质量与引力质量相等，可以说它们是同一性质的两种表现，但这并不意味着二者在观念上等同，有时还是要把它们区分开来的.

3）弹性力

发生形变的物体，由于要恢复原状，对与它接触的物体会产生力的作用，这种力称为弹性力.

弹性力通常有三种表现形式：① 两个物体通过一定面积相接触，这种弹性力通常称为正压力或支撑力，正压力或支撑力的方向总是垂直于接触面，而指向对方；② 绳对物体的拉力，这种拉力是由于绳发生了十分微小的形变而产生的，其大小取决于绳被拉紧的程度，方向总是沿着绳指向绳要收缩的方向；③ 绳产生拉力时，绳的内部各段之间也有相互作用的弹性力，这种内部的弹力称为张力，绳子内部各处张力是否相等，应该视具体情况而定. 在弹性限度内，弹簧的弹力为$f=-kx$，式中，k为弹簧的劲度系数；x为相对于弹簧原长的形变位移.

4）摩擦力

摩擦有两种，即干摩擦和湿摩擦. 固体表面之间的摩擦称为干摩擦（外摩擦），液体内部或液体与固体之间的摩擦称为湿摩擦（内摩擦）.

干摩擦又分为滚动摩擦、滑动摩擦和静摩擦三种.

当相互接触的两个物体间有相对滑动时，会出现一种阻止物体间相对滑动的表面接触力，这个力沿接触面切向与相对运动速度方向相反，这种力称为滑动摩擦力. 滑动摩擦力不但与物体质料、表面情况及正压力有关，一般还与相对速度有关. 实验表明，当相对滑动速度不是太大或太小时，滑动摩擦力的大小与滑动速度无关，而与正压力N成正比，即$f_k=\mu_k N$，μ_k称为滑动摩擦因数，与接触面的材料和表面状态有关，注意f_k与宏观接触面积无关.

相互接触的两个物体相对静止，若外力作用使它们产生相对滑动趋势时，在接触面之间存在的摩擦力称为静摩擦力，其方向与相对滑动趋势方向相反.

静摩擦力f_s的数值介于零与最大静摩擦力之间，实验表明，最大静摩擦力f_{smax}与接触面间的正压力N成正比，而与宏观接触面积无关，即$f_{smax}=\mu_s N$，μ_s称为静摩擦因数，由接触物体的质料和表面情况决定. 静摩擦力f_s可以表示为$|f_s|\leqslant\mu_s N$，或者$-\mu_s N\leqslant f_s\leqslant\mu_s N$.

5）流体阻力

物体在流体中与流体有相对运动时，将受到流体的阻力，显然这个力的方向与物体相对于流体的速度方向相反. 当相对速率较小时，此阻力与速率成正比；当相对速率较大时，此阻力与速率平方成正比.

7. 惯性参照系与非惯性参照系

运动系中参照系的选择是任意的，应用牛顿运动定律时，参照系不能任意选取，这是因为牛顿运动定律并不是在所有的参照系中都成立的. 凡是牛顿第一、第二定律在其中成立的参照系称为惯性参照系，而牛顿第一、第二定律在其中不成立的参照系称为非惯性参照系. 所有相对于惯性系做匀速直线运动的参照系都是惯性参照系，而相对于惯性系做变速运动的参照系都是非惯性参照系. 要确定一个参照系是不是惯性参照系，只能根据观察和实验的结果来判断. 恒星系（以太阳为原点坐标轴指向其他恒星的参照系）是一个精确的惯性系. 牛顿定律就是在这样的恒星系中通过对天体运动规律的研究总结出来的. 地心参照系（原点固定在地球中心坐标轴指向其他恒星的参照系）和地面参照系（坐标轴固定在地面上的参照系）由于地球具有公转和自转，所以这两个参照系都不是严格意义上的惯性系.