

工控技术精品丛书

工控技术 应用数学

李金城 编著

数



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

013032811

TP273
682

工控技术精品丛书

工控技术应用数学

李金城 编著



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING



北航

C1640869

TP273
682

内 容 简 介

本书是为工业自动化生产第一线上的初、中级电工编写的,他们由于基础较差,仅为初中、高中文化水平,在阅读电子技术和工业自动化书籍时,往往因数学知识不足而存在阅读和理解困难。因此,有必要编写一本能与电子技术和工控技术应用相结合的数学书籍,给他们提供参考。

本书内容有初等数学基础、函数和图像、正弦量及其相量运算等数学基础知识,同时还增加了在工控技术中有用的数制与码制知识和逻辑代数知识。

本书编写通俗易懂,注重实际,把数学知识及其在工控技术中的应用有机地联系在一起,有助于初、中级电工解决因数学知识的缺乏而引起的阅读困难,可作为电工、工控技术人员的培训教材或参考用书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

工控技术应用数学/李金城编著. —北京:电子工业出版社, 2013.3

ISBN 978-7-121-19555-6

I. ①工… II. ①李… III. ①工业控制系统—应用数学 IV. ①TP273

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第026967号

策划编辑:陈韦凯 责任编辑:陈韦凯 特约编辑:刘海霞

印 刷:涿州市京南印刷厂

装 订:涿州市京南印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开 本:880×1230 1/32 印张:5.625 字数:160千字

印 次:2013年3月第1次印刷

印 数:4000册 定价:32.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

前 言

本书是针对工作在生产第一线的电工编写的。他们或因数学知识没有学好，或因时间长了有所遗忘等种种原因，在学习和应用电工电子技术、工业自动化控制技术时，常常因为数学知识的不足造成学习和工作上的困难。因此，在参加工作后能够结合电工电子技术和工业自动化技术重新学习数学基础知识及其应用就成了他们的一种学习需求。本书就是基于这种需求，结合作者多年的工控技术实践并参考他人的经验而编写的。

本书共分5章。第1章复习初中阶段所学过的初等数学基础知识。这些知识是数学的基础，虽然简单但非常重要。在电工电子技术和工控技术中应用很多。同时，它也为学习更深的数学知识打下基础。第2章为函数及其图像，其中，在工控技术中用得最多的是一次函数，本书结合实际应用进行详细讲解。第3章为正弦函数及相量运算，介绍了三角函数、复数及其运算，以及正弦相量在正弦交流电路中的应用。第4章数制和码制、第5章逻辑代数及其应用是为可编程控制器（PLC）的学习而编写的，这些知识虽然不在基本数学知识范围内，但具有初中文化程度以上的工控人员是完全可以学懂的。它们对于学习、加深理解PLC及其应用很有帮助，而且，这部分内容比较独立，可以单独进行学习，基本不用前面3章的数学基础知识。

本书是作者的一个尝试。由于作者水平有限，书中定有不少疏漏和不足之处，恳请广大读者，特别是工作在第一线的广大电工和工控技术人员批评指正。

本书在编写过程中得到了李震涛、杨勇珍、薛碧怡等人的大力协助，同时也参考了一些书的内容，引用了一些资料，难以一一列举，在此一并表示衷心感谢。

本书同时有配套讲课视频，由深圳技成科技有限公司负责制

作发行，有需要的读者可与该公司联系，网址为：<http://www.jcpeixun.com>；联系电话为：4001114100。

读者在阅读过程中，如有问题，也可与作者联系，电子邮箱：jc1350284@163.com。

李金城

反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为，歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：(010) 88254396；(010) 88258888

传 真：(010) 88254397

E-mail: dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市万寿路 173 信箱

电子工业出版社总编办公室

邮 编：100036

目 录

第 1 章 初等数学基础知识	(1)
1.1 实数及其运算	(1)
1.1.1 实数的概念和有理数的运算法则	(1)
1.1.2 数轴及其在电路分析中的应用	(4)
1.2 代数式	(6)
1.2.1 代数式简介	(6)
1.2.2 整式的加减	(8)
1.2.3 整式的乘法	(11)
1.3 方程和方程组	(13)
1.3.1 方程的有关知识	(13)
1.3.2 一元一次方程	(15)
1.3.3 一元二次方程	(17)
1.3.4 二元一次方程组	(19)
1.3.5 n 元一次方程组	(21)
1.4 不等式	(23)
1.4.1 概念与基本性质	(23)
1.4.2 一元一次不等式	(25)
1.4.3 一元一次不等式组	(27)
第 2 章 函数及其图像	(29)
2.1 平面笛卡儿坐标系	(29)
2.1.1 平面笛卡儿坐标系简介	(29)
2.1.2 平面上点的坐标表示	(30)
2.2 函数及其图像	(32)
2.2.1 函数及其表示方式	(32)
2.2.2 函数的性质与反函数	(35)
2.2.3 函数的图像	(38)
2.3 一次函数	(38)

2.3.1	正比例函数简介	(38)
2.3.2	一次函数简介	(40)
2.3.3	一次函数在工控技术中的应用	(44)
2.4	二次函数	(48)
2.4.1	二次函数简介	(48)
2.4.2	二次函数的图像和性质	(48)
2.5	常用函数	(52)
2.5.1	反比例函数	(52)
2.5.2	指数函数	(53)
2.5.3	对数函数	(55)
第3章	正弦函数与相量运算	(60)
3.1	三角函数	(60)
3.1.1	锐角三角函数	(60)
3.1.2	任意角三角函数	(64)
3.1.3	三角函数图像与性质	(73)
3.1.4	三角函数公式	(75)
3.1.5	解斜三角形	(76)
3.2	正弦函数	(77)
3.2.1	正弦函数的图像变换	(77)
3.2.2	正弦函数三要素	(81)
3.2.3	正弦函数运算	(82)
3.3	复数及其运算	(84)
3.3.1	复数的概念	(84)
3.3.2	复数的表示	(86)
3.3.3	复数的运算	(90)
3.4	正弦交流电路相量运算	(94)
3.4.1	正弦量的相量表示	(94)
3.4.2	R、L、C的正弦交流电路相量表示	(97)
3.4.3	R、L、C串联电路正弦相量运算	(102)
3.4.4	正弦交流电路相量运算的步骤	(103)

第 4 章 数制与码制	(106)
4.1 数制及其转换	(106)
4.1.1 数制及其表示	(106)
4.1.2 数制的转换	(111)
4.1.3 数的运算	(115)
4.2 编码	(118)
4.2.1 十进制码 (BCD 码)	(118)
4.2.2 格雷码	(120)
4.2.3 ASCII 码与字符代码	(123)
4.3 数控设备中数的表示	(126)
4.3.1 正数与负数	(126)
4.3.2 整数与浮点数	(130)
第 5 章 逻辑代数及其应用	(133)
5.1 基本逻辑运算和公式	(133)
5.1.1 概述	(133)
5.1.2 基本逻辑运算	(133)
5.1.3 基本逻辑运算表示方法	(135)
5.1.4 逻辑代数基本定律和公式	(138)
5.2 逻辑函数	(141)
5.2.1 逻辑函数简介	(141)
5.2.2 逻辑函数的卡诺图表示	(144)
5.2.3 逻辑函数的化简	(150)
5.3 逻辑代数在工控技术中的应用	(159)
5.3.1 继电控制和梯形图中的逻辑关系	(159)
5.3.2 梯形图的组合逻辑控制设计	(160)
5.3.3 梯形图的时序逻辑状态分析与控制设计	(165)

第1章 初等数学基础知识

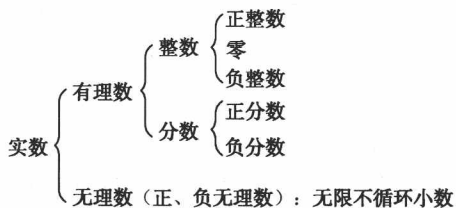
学习指导：本章是对初中数学知识的复习，这些知识虽然非常简单，却是全部数学的基石。

1.1 实数及其运算

1.1.1 实数的概念和有理数的运算法则

1. 实数的概念

- (1) 自然数：0, 1, 2, 3, 4, …称为自然数。
- (2) 有理数：整数和分数统称有理数，即正、负整数，分数和零统称有理数。
- (3) 无理数：无限不循环小数称为无理数，如 $\sqrt{2}$ 、 $3\sqrt{3}$ 、 π 等。
- (4) 实数：有理数和无理数的集合统称实数，即



- (5) 倒数：乘积为 1 的两个数互为倒数。
- (6) 相反数：只有符号不同的两个数互为相反数。
- (7) 绝对值：正数与零的绝对值是其本身，负数的绝对值等于它的相反数，记作 $|a|$ ，即

$$|a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$$

(8) 区间：介于 a 和 b 两数之间的所有实数的全体 ($a \leq b$) 称为区间。若包括端点在内的，称为闭区间；不包括端点在内的，称为开区间；只包括一个端点在内的，称为半开半闭区间。区间的表示：闭区间为 $[a, b]$ ，开区间为 (a, b) ，半开半闭区间为 $[a, b)$

或 $(a, b]$ 。

2. 有理数的运算法则和定律

(1) 加(减)法运算法则: ①同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加; ②绝对值不等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值; ③相反数的和为零; ④一个数与零相加, 仍得这个数; ⑤两数相减, 减去一个数, 等于加上它的相反数, 即 $a-b=a+(-b)$ 。

(2) 乘法运算法则: ①几个实数相乘, 有一个因数是零, 则积等于零; ②如果没有零因数, 则负因数的个数为偶数时积取正号, 负因数的个数为奇数时积取负号, 并把各因数的绝对值相乘。

(3) 除法运算法则: ①0 不能做除数; ②若除数不为 0, 则除以一个数等于乘上这个数的倒数, 其符号与乘法相同, 即 $b \neq 0$, 则 $a \div b = a \times 1/b$; ③0 除以任何一个不为 0 的数, 都为 0。

(4) 乘方: 相同因数相乘称为乘方, 其积称为幂。乘方是乘法的特例。负数的偶次幂为正数, 负数的奇次幂为负数。

(5) 开方: 求一个实数方根的运算称为开方, 结果为方根。开方是乘方的逆运算。在实数中, 负数没有偶次方根, 所以开方运算的结果不一定仍是实数。

(6) 交换律、结合律及分配律:

交换律 $a+b=b+a$, $a \times b=b \times a$;

结合律 $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$, $a \times b \times c=(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$;

分配律 $(a+b) \times c=a \times c+b \times c$ 。

(7) 乘方的运算定律:

$$a^m a^n = a^{(m+n)};$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n};$$

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m;$$

$$a^m \div a^n = a^{(m-n)}.$$

(8) 有理数的混合运算: 先算乘方, 再算乘除, 最后算加减, 如果有括号, 则先算括号内的。同级运算中, 从左到右按顺序算。

(9) 近似数与有效数字:

① 近似数。近似地表示某一个量的值的数称为近似数。一个

近似数四舍五入到哪一位，这个近似数就精确到哪一位。

② 有效数字。由四舍五入得到的近似数，精确到某一位，那么，从左面第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数都称为这个数的有效数字。

【例 1】计算下列各式：

$$(1) \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{7}{12} \right) \times 24 - 1.375 \div 0.25 + 0.476 - (2.5 - 0.524)$$

$$(2) \frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - 0.25$$

$$(3) -(0.25)^2 \div \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \times (-1)^{17} + \left(1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{3} - 3.75 \right) \times 24$$

$$(4) ((-1)^{1994} - 0.2^2) \times (\sqrt{2})^0$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= \left(\frac{18 + 15 - 14}{24} \right) \times 24 - \frac{11}{8} \div \frac{1}{4} + 1 - 2.5 \\ &= 19 - \frac{11}{2} + 1 - \frac{5}{2} \\ &= 20 - 8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{3 \times 3 - 1 \times 4 + 1 \times 6 - 1 \times 2 - 1 \times 3}{12} \\ &= \frac{6}{12} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= -\left(\frac{1}{4} \right)^2 \div \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \times (-1) + \\ &\quad \left(\frac{11}{8} + \frac{7}{3} - \frac{15}{4} \right) \times 24 \\ &= -\frac{1}{16} \times 4 \times (-1) + (33 + 56 - 90) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} + (-1)$$

$$= -\frac{3}{4}$$

(4) 原式 $= (1 - 0.04) \times 1 = 0.06$

【例 2】用四舍五入法，按括号中的要求对下列各数取近似值。

(1) 0.32049 (精确到千分位)；

(2) 3.49499 (精确到 0.01)；

(3) 4539 (保留一位有效数字)；

(4) 0.003195 (保留两位有效数字)。

解：(1) $0.32049 \approx 0.320$

(2) $3.49499 \approx 3.49$

(3) $4539 \approx 5 \times 10^3$

(4) $0.003195 \approx 3.2 \times 10^{-3}$

【1.1.1 练习题】

1. 计算：

(1) $(-3) \times (-2)^3 \div 2^2 + \sqrt{(-2)^4} \div (-2) \times (-2)^2$

(2) $2\frac{3}{8} - \left[5\frac{2}{9} - (-0.375) \right] - 1\frac{7}{9}$

(3) $-\frac{0.5}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \times \frac{6}{4\frac{1}{3}} \div \frac{4}{0.5}$

2. 下列由四舍五入得到的近似数，各精确到哪一位，各有几位有效数字？

(1) 0.00430

(2) 250 万

(3) 0.0043

(4) 3.10×10^4

1.1.2 数轴及其在电路分析中的应用

1. 数轴

(1) 数轴是规定了原点、正方向和单位长度的直线。原点、

正方向和单位长度是数轴的三要素，如图 1-1 所示。

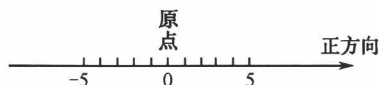


图 1-1 数轴

(2) 所有的有理数都可以用数轴上的点表示，但数轴上的点不都表示有理数。

(3) 有理数的大小比较：在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大；正数都大于 0；负数都小于 0；正数大于一切负数。

2. 实数的概念及其在数轴上的表示

(1) 正数和负数：在数轴上，正数是指从原点往正方向的数，而负数则是从原点往正方向相反方向上的数（也称反方向）。在实际生活中，常常用正数和负数表示具有相反意义的量。例如，收入 500 元记作+500 元（正号+可省略），支出 200 元记作-200 元（负号不能省略）；向东走 5km，如果向西走 5km，则记作-5km 等。

(2) 相反数：在数轴上，表示互为相反数是指与原点距离相等的两个数，如图 1-1 中的 5 和 -5。

(3) 绝对值：在数轴上，绝对值是指该数到原点的距离，注意，距离是长度，它没有正负。

(4) 区间：在数轴上，空心原点表示开区间，实心原点表示闭区间，如图 1-2 所示。

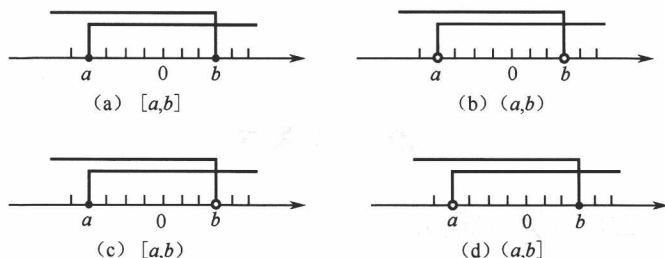


图 1-2 区间

3. 数轴及其在电路分析中的应用

数轴上的正、负数表示了相反意义上的量，应用到电路分析

中，它帮助解决了电路、电压、电流的计算问题。

在电路中，电流是由电源正极流向电源的负极的。从图 1-3 (a) 中可知，电流是从 a 点流向 b 点的。同样在图 1-3 (b) 中，电流也是从 a 点流向 b 点的。但是在图 1-3 (c) 中，不能判断电流是从 a 点流向 b 点还是从 b 点流向 a 点，这就给电路分析造成了困难。如果再进一步具体分析一下，从 a 到 b 的中间这段支路中，它只能有一个电流，其大小是确定的。其方向不是由 a 流向 b ，就是由 b 流向 a 。根据数学的正、负数和相反数的知识，我们可以先假设某一个方向为正方向，然后在这个假设的前提下，利用电路基本定律来求解电路。如果求出电流是负值的话，这个负值不可能表示欠电路电流，它只能表示电流的方向与假设相反，是从 b 流向 a 。反之，求出的电流是正值，则表示电流的方向与假设是一样的，从 a 流向 b 。

在电路分析中，类似电流流向的还有两点电位的高低，也是采用这种方法处理的。

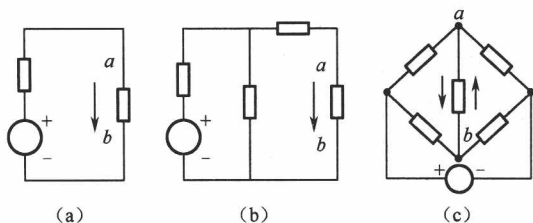


图 1-3 电流方向表示

1.2 代数式

1.2.1 代数式简介

1. 代数式和代数式的值

(1) 代数的基本含义是用字母来代表数、代表式。

(2) 代数式：用基本的运算符号（加、减、乘、除、乘方、开方）把数或表示数的字母连接而成的式子，称为代数式。实数

的运算规律也适用于代数式。单独的一个数或字母也是代数式。

(3) 代数式的值：能用具体的数值代替代数式中的字母，按照代数式指明的计算，计算出的结果称为代数式的值。

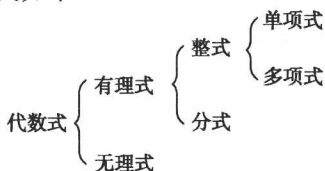
2. 列代数式和公式

(1) 列代数式：把简单的与数量有关的词语用代数式表示出来，称为列代数式。

(2) 公式：用等号连接起来的两个代数式，实际意义是表示物理量之间关系或数学运算关系的式子。

3. 代数式分类

(1) 代数式分类如下：



(2) 单项式和多项式统称整式。

(3) 分式：如果 A 、 B 为整式， B 中含有字母，式子 A/B 称为分式。

【例3】说出下列代数式的意义。

$$(1) a(b+1) \qquad (2) \frac{1}{a+b}$$

解：(1) a 乘以 b 与 1 的积。

(2) a 与 b 之和的倒数。

【例4】当 $a=0$ ， $a=\frac{1}{2}$ ， $a=0.6$ 时，求代数式 $2a^2 - a + 1$ 的值。

解：(1) $a=0$ 时，有

$$2a^2 - a + 1 = 2 \times 0 - 0 + 1 = 1$$

(2) $a=\frac{1}{2}$ 时，有

$$2a^2 - a + 1 = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 1 = 1$$

(3) $a=0.6$ 时，有

$$2a^2 - a + 1 = 2 \times (0.6)^2 - 0.6 + 1 = 1.12$$

【1.2.1 练习题】

1. 判断下列各式哪些是代数式，哪些不是代数式。

- (1) $x+y$ (2) $3(a+b)$ (3) $S=\frac{1}{2}ab$
 (4) $5+3+2$ (5) 0 (6) $a+b=x+y$

2. 求代数式 $8a^3 - 3a^2 + 2a + 4$ 的值。

- (1) $a=0$ (2) $a=\frac{1}{2}$ (3) $a=-1$

3. 用代数式表示：

- (1) 比 x 大 5 的数与比 y 少 8 的数的和。
 (2) 两个数 a 、 b 的平方和与这两个数积的差的倒数。
 (3) 每件上衣售价 a 元，降价 10% 后的售价。

4. 一个长方形纸箱，它的长是 a ，宽是 b ，高也是 b ，试写出这个纸箱的体积公式。

1.2.2 整式的加减

1. 单项式

(1) 单项式：不含加法或减法运算，都是数字与字母的积，这样的整式称为单项式。

(2) 单项式系数：单项式中的数字因数（包括前面的符号）。

(3) 单项式次数：单项式中所有字母的指数的和。

【例 5】指出下列各单项式的系数和次数。

$$-x, -\frac{2x^3y}{3}$$

解：(1) $-x$ ，系数 -1 ，次数 1 。

(2) $-\frac{2x^3y}{3}$ ，系数 $-\frac{2}{3}$ ，次数 4 。

2. 多项式

(1) 多项式：多个单项式的代数和。

(2) 多项式的项：多项式中每一个单项式称为多项式的一项，