21世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

材料力学（浙大五版）全程导学及习题全解（II）

主编／孙苏亚　副主编／姚星宇　鞠胜军　胡涛　审核／苗明川

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

21世纪高等院
ERSHIYISHIJIGAODENGYUA

材料力学（浙大五版）全程导学及习题全解（II）

主编／孙苏亚 副主编／姚星宇 鞠胜军 胡涛 审核／苗明川

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(浙大五版)全程导学及习题全解. Ⅱ/孙苏亚主编. —北京：
中国时代经济出版社，2012.1
(21世纪高等院校经典教材同步辅导)
ISBN 978-7-5119-1020-2

Ⅰ.①材…　Ⅱ.①孙…　Ⅲ.①材料力学—高等学校—教学参考资料
Ⅳ.①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第274938号

书　　名：材料力学(浙大五版)全程导学及习题全解(Ⅱ)
作　　者：孙苏亚
出版发行：中国时代经济出版社
社　　址：北京市丰台区玉林里25号楼
邮政编码：100069
发行热线：(010)68320825　83910219
传　　真：(010)68320634　68320584
网　　址：www.cmepub.com.cn
电子邮箱：zgsdjj@hotmail.com
经　　销：各地新华书店
印　　刷：北京市昌平百善印刷厂
开　　本：787×1092　1/16
字　　数：255千字
印　　张：14
版　　次：2012年9月第1版
印　　次：2012年9月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5119-1020-2
定　　价：24.00元

内 容 简 介

本书是根据高等教育出版社出版，浙江大学刘鸿文教授主编的《材料力学》(第五版)所编写的学习辅导及教学参考书。全书分《材料力学Ⅰ》《材料力学Ⅱ》两册，本书是《材料力学Ⅱ》的习题全解。每章分为“本章重要知识点概述”、“典型例题解析”和“习题全解”三个部分。分别对各章的知识要点作了简要而全面的归纳；对每章的习题都给出了尽可能全面详细的解答；列举了各章不同知识点应用方面的典型例题并作了详尽的分析解答，通过对例题的阅览，力求使读者掌握解题技巧和方法。

本书是高等院校本科阶段工科各专业《材料力学》课程的学习参考书，亦可作为考研复习参考书，还可供其他相关人员参考。

前　言

材料力学是高等院校相关专业理工科大学生必须学习和掌握的一门重要的专业基础课，它的前期基础课包括物理学中的力学部分和理论力学这两门课程，而它又是学好其他专业课的基石，很多高等院校都将材料力学列为其核心课程之一。材料力学是一门与工程实际密切结合的基础性学科，很多习题都来自工程实际应用。因此要学好材料力学，除了在学习中要接受和掌握一些新概念、新理论和新方法，还要充分并灵活运用所学的力学和数学知识，来建立力学模型，从而选择合适的数学方法求解。做习题是材料力学学习中非常重要的一个环节，只有通过做一定量的习题，才能掌握所学的知识，达到巩固材料力学的基本理论和解题方法，实现在一些工程实际中运用材料力学的理论解决具体问题的目的。

浙江大学刘鸿文教授主编的《材料力学Ⅱ》（第五版）一书是普通高等教育国家级规划教材，是在第四版的基础上，在保持原书风格和特点的基础上，做了少部分修订而成的，刘鸿文教授的这套材料力学教材深受广大师生的欢迎。为了更好地配合《材料力学Ⅱ》（第五版）教材的使用，给学生的学习提供帮助，我们编写了这本习题全解。

《材料力学》共分为十八章，前九章与《材料力学Ⅰ》（第五版）每一章相对应，具有包括《材料力学Ⅰ》（第五版）的附录Ⅰ（平面图形的几何性质）部分。十至十八章与《材料力学Ⅱ》各章对应。每章包括“本章重要知识点概述”、“典型例题解析”和“习题全解”三个部分。

“本章重要知识点概述”部分是对本章的重要知识点、计算公式、定理、解题方法等作一个总体的归纳，让读者对本章的要点一目了然。并对本章重点难点、思想方法的总结和归纳，有助于对本章内容的学习和整体把握。

“典型例题解析”部分列举了各章不同知识点应用方面的典型例题并作了详尽的分析解答，通过对例题的阅览，力求使读者掌握解题的技巧和方法。

“习题全解”部分对教材中本章的每一道习题都作了尽可能详尽的解答，解题中所用到的知识点都予以了说明，让读者能够充分了解到每章习题的类型和考察的知识点，从而在做题中得到锻炼以至得心应手。另外，我们将《材料力学Ⅱ》（第四版）的一些习题做为补充题附在每章的最后。

本书由孙苏亚、鞠胜军、姚星宇、胡涛等同志编写，由苗明川审核全书。本书编写过程中得到冯翔、王天磊、侯钢、董平等同志的大力协助，并得到中国时代经济出版社的领导和有关编辑的大力支持，为此表示衷心的感谢！对《材料力学》（第五版）作者刘鸿文教授表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，加之时间仓促，本书难免有缺点和疏漏，存在一些不妥之处，敬请各位专家及广大读者批评指正。

编　者

2012 年 8 月

目　　录

第十章　动载荷

本章重要知识点概述

1. 动载荷

(1) 若构件承受随时间而变化的载荷或构件的速度发生明显的变化均属于动载荷.

包括加减速运动、高速旋转运动、冲击运动、振动等产生的载荷.

(2) 两类动载荷问题

①构件处在加速度运动状态或突然改变运动速度.

②构件本身不运动，受到的载荷具有一定的速度，即冲击问题.

2. 解决动载荷问题的两种方法

(1) 动静法

将构件视为一个质点系，应用达朗伯尔原理，在作加速度运动的构件上施加以惯性力，则作用在构件上的原力系与惯性力系组成平衡力系，把一个动力学问题在形式上作为静力学问题处理，因此在计算构件的应力和变形时要考虑惯性力的影响.

(2) 用能量法解决冲击问题

①冲击问题计算的假设

a. 冲击物体为刚体.

b. 冲击应力瞬时传递给被冲击物体.

c. 被冲击物体的弹性模量 E 与静载时相同.

d. 冲击过程中只有动能与势能的转换，忽略其它的能量损耗.

②冲击问题的计算

利用机械能守恒原理，系统（包括冲击物与被冲击物体）在冲击瞬间的总机械能（包括动能和势能）等于系统在冲击后瞬时的总机械能.

3. 动载系数的计算

(1) 匀速直线运动的构件

$$K_d = 1 + \frac{a}{g} \qquad \text{其中 } a \text{ 为加速度，} g \text{ 为重力加速度.}$$

(2) 自由落体冲出

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

其中 h 为自由落体件距被冲击点的高度，Δ_{st} 为静变形.

（3）水平冲击

$$K_d=\sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}}$$

（4）强迫振动

$$K_d=1+\frac{B}{\Delta_{st}}$$

其中 B 为振幅，Δ_{st} 为最大静位移.

4. **冲击韧性**

（1）概念：冲断试件所需能量的多少是工程上衡量材料抗冲击能力的标准.

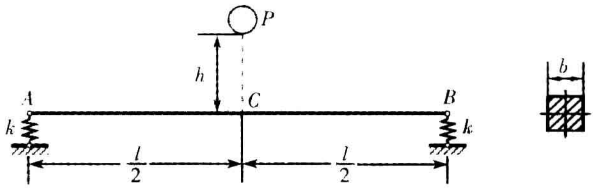
（2）定义：冲击韧性 $\alpha_K=\dfrac{W}{A}$ 为试件在切槽处的面积除重摆作的功.

典型例题解析

例 10-1　如例 10-1 图所示正方形截面梁，在其跨度中点横截面 C 的上方，一重量为 $P=500\text{N}$ 的物体，自高度 $h=20\text{mm}$ 处自由落下. 已知梁的跨度 $l=1.0\text{m}$，截面边宽 $b=50\text{mm}$，弹性模量 $E=200\text{GPa}$. 试在下列两种情况下计算截面 C 的挠度 Δ_d 与梁内的最大弯曲正应力 σ_d. 梁的质量与冲击物的变形均忽略不计.

（1）梁两端用铰支座支持；

（2）梁两端用弹簧常数为 $k=100\text{N/mm}$ 的弹簧支持.



例 10-1 图

解　（1）梁两端铰支时的变形与应力.

在静载荷 P 作用下，两端铰支梁截面 C 的挠度为

$$\Delta_{st}=\frac{Pl^3}{48EI}=\frac{Pl^3}{4Eb^4}=\frac{(500\text{N})\ (1.0\text{m})^3}{4\ (200\times10^9\text{Pa})\ (0.050\text{m})^4}=1.0\times10^{-4}\text{m}$$

所以冲击位移与冲击载荷的最大值分别为

$$\Delta_d=(1.0\times10^{-4}\text{m})\left(1+\sqrt{1+\frac{2\ (0.020\text{m})}{1.0\times10^{-4}\text{m}}}\right)=2.1\times10^{-3}\text{m}$$

$$F_d=(500N)\left(1+\sqrt{1+\frac{2\ (0.020m)}{1.0\times10^{-4}m}}\right)=1.05\times10^4N$$

在冲击载荷 F_d 作用下，梁内的最大弯曲正应力为

$$\sigma_d=\frac{F_d l}{4}\frac{6}{b^3}=\frac{3F_d l}{2b^3}=\frac{3\ (1.05\times10^4N)\ (1.0m)}{2\ (0.050m)^3}=1.26\times10^8Pa=126MPa.$$

（2）梁两端弹簧支持时的应力与变形.

在静载荷作用下，弹簧所受压力为 $P/2$，其压缩变形为

$$\Delta_{sp}=\frac{P}{2k}=\frac{500N}{2\ (100\times10^3N/m)}=0.0025m$$

所以，两端弹簧支持梁截面 C 的挠度为

$$\Delta'_{st}=\Delta_{st}+\Delta_{sp}=1.0\times10^{-4}m+0.0025m=2.6\times10^{-3}m$$

冲击位移与冲击载荷的最大值分别为

$$\Delta'_d=(2.6\times10^{-3}m)\left(1+\sqrt{1+\frac{2\ (0.020m)}{2.6\times10^{-3}m}}\right)=1.3\times10^{-2}m$$

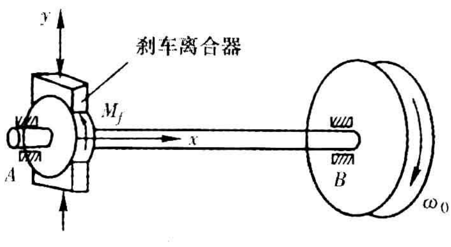
$$F'_d=(500N)\left(1+\sqrt{1+\frac{2\ (0.020m)}{2.6\times10^{-3}m}}\right)=2.52\times10^3N$$

而梁内的最大弯曲正应力则为

$$\sigma_d=\frac{3F'_d l}{2b^3}=\frac{3\ (2.52\times10^3N)\ (1.0m)}{2\ (0.050m)^3}=3.02\times10^7Pa=30.2MPa$$

上述数据表明，当由铰支改为弹簧支持后，梁内的最大弯曲正应力显著降低，其值由126MPa降低为30.2MPa，后者仅约为前者的四分之一.

例 10-2　如例10-2图所示在 AB 轴的 B 端有一质量很大的飞轮，与飞轮相比，轴的质量可以忽略不计. 轴的另一端装有刹车离合器. 若 A 端突然刹车（即 A 端突然停止转动），试求轴内的最大动应力. 设剪切弹性模量 $G=80GPa$，轴的直径 $d=100mm$，轴长 $l=1.2m$，飞轮的转动惯量 $I_x=0.6kN\cdot m\cdot s^2$，转速 $n=90r/min$.



解 10-2 图

解　当 A 端急刹车时，B 端飞轮具有动能. 因而 AB 轴受到冲击，发生扭转变形. 在冲击过程中，飞轮的角速度最后降低为0，它的动能 T 全部转化为轴的变形能 $V_{\varepsilon d}$. 冲击过程中减少的动能为

$$T=\frac{1}{2}I_x w^2$$

圆轴的扭转应变能为

$$V_{\varepsilon d}=\frac{T^2 \mathrm{d}l}{2GI_P}$$

由 $T=V_{\varepsilon d}$，即

$$\frac{1}{2}I_x w^2=\frac{T_d^2 l}{2GI_P}$$

由此求得

$$T_d=w\sqrt{\frac{I_x GI_P}{l}}$$

轴内的最大冲击剪应力

$$\tau_{dmax}=\frac{T_d}{W_t}=w\sqrt{\frac{I_x GI_P}{lW_t^2}}$$

对于圆轴，有

$$\frac{I_P}{W_t^2}=\frac{\pi d^4}{32}\left(\frac{16}{\pi d^3}\right)^2=\frac{2}{\frac{\pi d^2}{4}}=\frac{2}{A}$$

于是

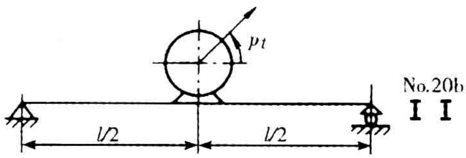
$$\tau_{dmax}=w\sqrt{\frac{2GI_x}{Al}}$$

可见，圆轴内最大冲击扭转剪应力与轴的体积成反比. 代人数据后得

$$\tau_{dmax}=\frac{2\times 90\pi}{60}\sqrt{\frac{2\times 80\times 10^9\times 0.6\times 10^3}{1.2\times (50\times 10^{-3})^2\pi}}=951.2\times 10^6\,\mathrm{Pa}=951.2\mathrm{MPa}$$

对于常用钢材，许用剪应力 $[\tau]=80\sim 100$MPa. 上面求得的 τ_{dmax}，已经远远超过了许用应力，所以对保证轴的安全来说，冲击荷载是十分有害的.

例 10-3 例 10-3 图所示简支梁由两根 20b 工字钢所组成. 已知跨度 $l=1.3$m，$E=200$GPa. 安装于跨度中点的电动机重量为 $Q=12$kN，转子偏心所引起的惯性力 $H=2.5$kN，转速为 1500r/min. 考虑梁的相当质量为 $\frac{17}{35}ql$，不计阻力，求强迫振动时梁内的最大动应力.



例 10-3 **图**

解 No. 20b 工字钢的 $q=31.1$kg/m，$I=2500\mathrm{cm}^4$，$W=250\mathrm{cm}^3$. 梁跨度中点截面上下边缘处的各点为危险点. 在电动机重量 Q 及梁自重 q 以静荷方式作用时，其最大静应力

$$\sigma_{st}=\frac{M_{max}}{W_z}=\frac{1}{W_z}\left(\frac{1}{4}Ql+\frac{1}{8}ql^2\right)$$

$$=\frac{1}{2\times 250\times 10^{-6}}\left(\frac{12\times 10^3\times 3}{4}+\frac{1}{8}\times 311\times 3^3\right)\mathrm{Pa}=18.7\mathrm{MPa}$$

跨度中点的静挠度 Δ_s 为

$$\Delta_s=\frac{l^3}{48EI}\left(Q+\frac{17}{35}ql\right)$$

$$=\frac{3^3}{48\times200\times10^9\times2\times2500\times10^{-8}}\left(12\times10^3+311\times3\times\frac{17}{35}\right)\text{m}$$

$$=0.70\times10^{-3}\,\text{m}$$

系统的自然频率为

$$w=\sqrt{\frac{g}{\Delta_s}}=\sqrt{\frac{9.8}{0.7\times10^{-3}}}\,\text{s}^{-1}=118.3\text{s}^{-1}$$

干扰力的频率

$$p=\frac{n\pi}{30}=\frac{1150\pi}{30}\text{s}^{-1}=157\text{s}^{-1}$$

以 P 及 w 代人式（14-18），并令 $n=0$，得放大系数为

$$\beta=\frac{1}{1-\left(\frac{p}{w}\right)^2}=\frac{1}{1-\left(\frac{157}{118.3}\right)^2}=1.29$$

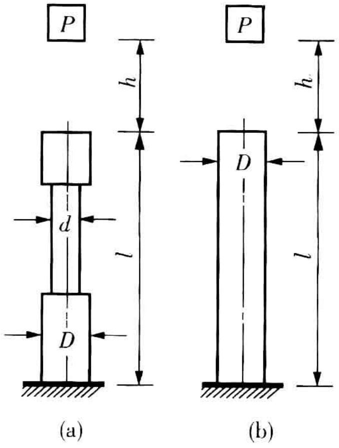
于是，动荷系数

$$K_d=1+\beta\frac{H}{Q}=1+1.29\times\frac{2.5}{12}=1.269$$

最大振动应力

$$(\sigma_d)_{max}=K_d\sigma_{st}=1.269\times18.7\text{MPa}=23.73\text{MPa}$$

思考题解答



思考题 10.2 **图**

10.1　承受拉、压冲击的标件以等截面为佳（见教材例10.6）。但是，在跨度中央承受冲击载荷而弯曲的梁（例如教材图 5.28 所示的叠板弹簧），为了减小冲击应力，却制成变截面的，这是为什么？铁路上的钢轨和枕木要用碎石子而不是整块条石作路基，这又是为什么？

解答　（1）在跨度中央承受冲击载荷而弯曲的梁，是变截面时，可以增加梁的静变形，减小动载荷系数，从而减小冲击应力.

（2）铁路上用碎石子做路基，使作用在枕木上的集中力变成分布力，使弯曲变形减小，减轻梁的负担.

10.2　若削弱后的拉压杆与原杆具有相同的最大横截面面积 A_{max}，如图所示，可称为局部削弱．若加强后的拉压杆与原杆具有相同的最小横截面面积 A_{min}，如教材图 10.14 所示，则称为局部加强．杆件的局部削弱和局部加强对于抗冲击能力有何影响？

解答　（1）局部削弱能使受冲击的载荷的静变形 δ_{st} 增加，从而降低动应力，按照削弱后的

最小截面面积校核强度.

（2）局部加强能减少受冲击的载荷的静变形 δ_{st}，从而增加动应力，按照加强前的最大截面面积校核强度.

10.3 1912 年 4 月 14 日，毫华游轮“泰坦尼克号”在其处女航中，因与来自横向的冰山相撞，沉没于北极圈内的格陵兰海中. 请你根据以上信息并结合本章内容，推测可能导致“泰坦尼克号”沉没的深层次原因.

解答 物体受水平冲击的动栽荷因数 $K_d=\sqrt{\dfrac{V^2}{g\delta_{st}}}$

速度 V 对于 K_d 的影响很大. 运动中的船体受到冰山的阻碍，在短时间内速度变化很大因而 K_d 很大，船体受到很大的冲击作用，由此可见船速过快是导致事数的原因.

10.4 材料相同、长度相等的变截面杆和等截面杆如思考题 10.2 图所示. 若两杆的最大横截面面积相同，试问哪一根杆件承受冲击的能力强？设变截面杆直径为 d 的部分长为 $\frac{2}{5}l$. 为便于比较，假设 h 比 Δ_{st} 大得多，可近似地把动荷因数取为

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}\approx\sqrt{\frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

解答 $\sigma_{st\cdot\max}=\dfrac{P}{A_{\min}}=\dfrac{4P}{\pi d^2}$ 、

$$\Delta_{st}=\sum\frac{F_N l}{EA}=\frac{\frac{3}{5}lP}{E\,\frac{\pi}{4}D^2}+\frac{\frac{2}{5}lP}{E\,\frac{\pi}{4}d^2}=\frac{4Pl}{5E\pi}\left(\frac{3}{D^2}+\frac{2}{d^2}\right)$$

动载系数 $K_d=\sqrt{\dfrac{2H}{\Delta_{st}}}=\sqrt{\dfrac{2h}{\dfrac{4Pl}{5E\pi}\left(\dfrac{3}{D^2}+\dfrac{2}{d^2}\right)}}=\sqrt{\dfrac{10E\pi hD^2d^2}{4Pl\ (3d^2+2D^2)}}$

因为 a 杆最大应力 $\sigma_{da}=K_d\sigma_{st\max}=\sqrt{\dfrac{40hPED^2}{\pi ld^2\ (3d^2+2D^2)}}$

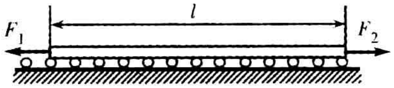
b 杆最大应力 $\sigma_{db}=K_d\sigma_{st\cdot\max}\mid_{d=D}=\sqrt{\dfrac{8hPE}{\pi lD^2}}$

因为 $\sigma_{da}<\sigma_{db}$

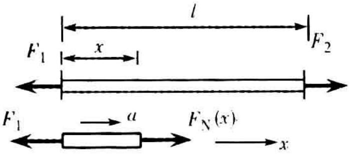
所以变截面杆抗冲击性好.

习题全解

10.1 图示均质等截面杆，长为 l，重为 W，横截面面积为 A，水平放置在一排光滑的滚子上. 杆的两端受轴向力 F_1 和 F_2 作用，且 $F_2>F_1$. 试求杆内正应力沿杆件长度分布的情况（设滚动摩擦可以忽略不计）.



题 10.1 图

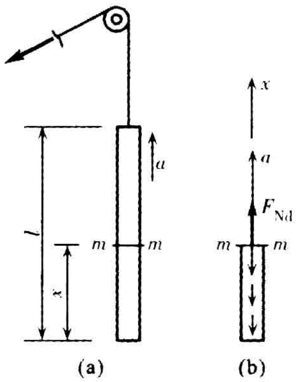


解 10.1 图

解 杆加速度 $a=\dfrac{F}{m}=\dfrac{F_1-F_1}{W}g$

杆内轴力沿长度分布 $F_N(x)=F_1+\dfrac{W}{g}\dfrac{x}{l}a=F_1+\dfrac{F_2-F_1}{l}x$

则正应力沿长度的分布 $\sigma_d(x)=\dfrac{F_N(x)}{A}=\dfrac{1}{A}\left(F_1+\dfrac{F_2-F_1}{l}x\right)$



题 10.2 图

10.2 如图所示，长为 l、横截面面积为 A 的杆以匀加速度 a 向上提升．若杆件材料的密度为 ρ，试求杆横截面上的最大正应力．

解 应用截面法，由下段的平衡条件，得

$$F_{Nd}-\rho gAx-\rho Axa=0$$

解得 $$F_{Nd}=\rho gAx\left(1+\frac{a}{g}\right)$$

任一截面上的应力 $\sigma_d=\dfrac{F_{Nd}}{A}=\rho gx\left(1+\dfrac{a}{g}\right)$

当 $x=l$，有最大应力 $\sigma_{dmax}=\rho gl\left(1+\dfrac{a}{g}\right)$．

10.3 桥式起重机上悬挂一重量 $P=50\text{kN}$ 的重物，以匀速度 $v=1\text{m/s}$ 向前移动（在图中，移动的方向垂直于纸面）．当移动突然停止时，重物像单摆一样向前摆动．若梁为 No. 14 工字钢，吊索横截面面积 $A=5\times10^{-4}\text{m}^2$，问此时吊索内及梁内的最大正应力增加多少？设吊索的自重以及由重物摆动引起的斜弯曲影响都忽略不计．

解 吊索内张力 $F_N=P+ma==P+\dfrac{P}{g}\dfrac{v^2}{R}$．

吊索内最大应力增加值 $\Delta\sigma_m=\dfrac{F_N}{A}-\dfrac{P}{A}=\dfrac{Pv^2}{gRA}=\dfrac{50\times10^3\times1^2}{9.8\times4\times5\times10^{-4}}=2.55\text{MPa}$

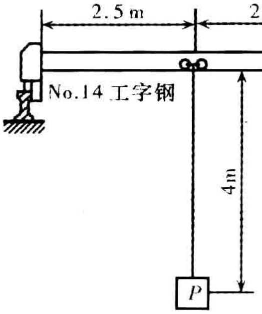
No. 14 工字钢 $W=102\text{cm}^3$

梁的载荷增量 $$\Delta P=\frac{Pv^2}{gR}$$

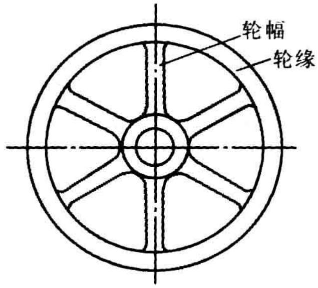
最大弯矩增加量 $$\Delta M_{max}=\frac{\Delta P}{2}\times2.5=\frac{5Pv^2}{4gR}$$

梁内最大应力增加值

$$\Delta\sigma'_m=\frac{\Delta M_{max}}{W}=\frac{5\times50\times10^3\times1^2}{4\times9.8\times5\times10^{-4}\times102\times10^{-6}}=15.6\text{MPa}.$$



题 10.3 图



题 10.4 图

10.4 图示飞轮的最大圆周速度 $v=30\text{m/s}$，材料的密度为 $7.41\times10^3\text{kg/m}^3$. 若不计轮辐的影响，试求轮缘内的最大正应力.

解 不计轮辐的影响，飞轮可视为均质的薄圆环.

可认为薄圆环内各点的向心加速度相同为 $\dfrac{D\omega^2}{2}$

所以沿轴线均匀分布的惯性离心力集度 $q_d=A\rho a_n=\dfrac{A\rho D\omega^2}{2}$

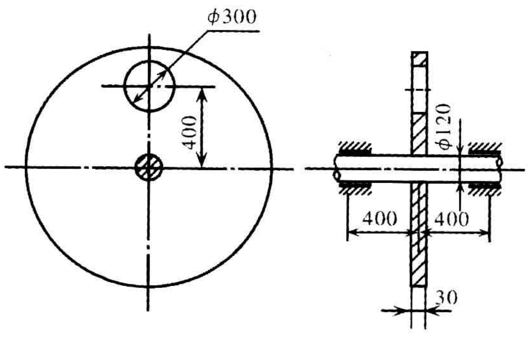
用过直径的平面将环截开，由平衡条件：

$\sum F_y=0$，
$$2F_{Nd}=\int_0^{\pi}q_d\sin\varphi\frac{D}{2}\mathrm{d}\varphi=q_dD$$

$$F_{Nd}=\frac{q_dD}{2}=\frac{A\rho D^2\omega^2}{4}=A\rho v^2$$

所以横截面正应力
$$\sigma_d=\frac{F_{Nd}}{A}=\frac{A\rho v^2}{A}=\rho v^2=6.67\text{MPa}.$$

10.5 图示轴上装一钢质圆盘，盘上有一圆孔. 若轴与盘以 $\omega=40\text{rad/s}$ 的匀角速度旋转，试求轴内由这一圆孔引起的最大弯曲正应力.



题 10.5 图

解 盘上开孔后，相当于在圆孔对称的位置多了一部分材料，这部分产生的惯性离心力为

$$F=ma=(\pi r^2t\rho)\,\omega^2b$$

其中，r 为孔半径，b 为圆孔中心与圆盘中心之间的距离，ρ 为比重，t 为圆盘厚度.

则弯矩最大值　$M_{d\cdot\max}=\frac{F}{2}\times 0.4$

轴内最大弯曲正应力

$$\sigma_{d\cdot\max}=\frac{M_{d\cdot\max}}{W}=12.5\text{MPa}.$$

10.6　如图所示，在直径为 80mm 的轴上装有转动惯量 $I=0.5\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$ 的飞轮，轴的转速为 300r/min. 制动器开始作用后，在 20 转内将飞轮刹停. 试求轴内最大切应力. 设在制动器作用前，轴已与驱动装置脱开，且轴承内的摩擦力可以不计.

解　刹车前轴的角速度　$\omega_1=\frac{n\ (2\pi)}{60}=\frac{300\times 2\pi}{60}=31.4\text{rad/s}$

制动后 20 秒飞轮刹停，设这为一个等减速过程.

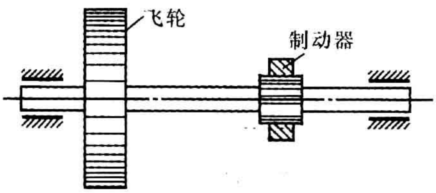
制动时间为　$t=\frac{20}{150}\times 60=8\text{s}$

角加速度　$\varepsilon=\frac{\omega_2-\omega_1}{t}=\frac{0-31.4}{8}=-3.93\text{s}^{-2}$

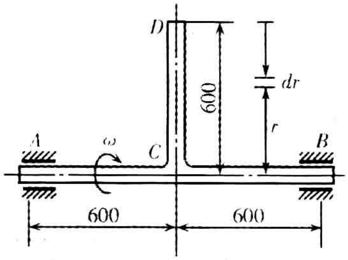
惯性产生的扭矩

$$T_d=-I\varepsilon=0.5\times 3.93=1.96\text{kN}\cdot\text{m}$$

最大剪应力　$\tau_{\max}=\frac{T_d}{W_p}=\frac{1.96\times 10^3}{\frac{\pi\ (0.08)^3}{16}}=19.5\text{MPa}.$



题 10.6 图



题 10.7 图

10.7　图示钢轴 AB 上有一钢质圆标 CD，两者的轴线互相垂直. 若 AB 以匀角速度 $\omega=40\text{rad/s}$ 转动，轴与杆的直径均为 80mm，且材料相同. 材料的许用应力为 $[\sigma]=70\text{MPa}$，密度为 $7.8\times 10^3\text{kg/m}^3$. 试校核轴及杆的强度.

解　匀速转动时，CD 杆的惯性力集度为　$q\ (r)\ =ma=\rho A(r\omega^2)=62.8r\ (\text{kN/m})$

即 $q\ (r)$ 沿杆轴线成线性分布.

CD 杆作用于 AB 杆的惯性力 $F_d=\int_{0.04}^{0.6}62.8r\,dr=11.3\text{kN}$

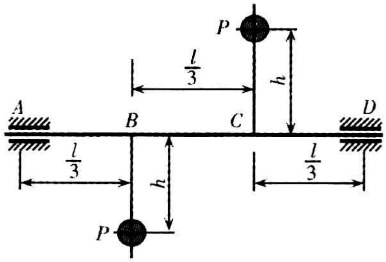
最大弯矩在 D 处　$M_{\max}=\frac{F_d l}{4}=\frac{11.3\times 10^3\times 1.2}{4}=3.39\text{kN}\cdot\text{m}$

AB 杆的最大弯曲正应力

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}}{W}=\frac{3.39\times10^3\times32}{\pi\times0.08^3}=67.4\text{MPa}<[\sigma]=70\text{MPa}$$

CD 杆内最大正应力 $\sigma_{CD\cdot\max}=\dfrac{F_d}{A}=\dfrac{11.3\times10^3\times4}{\pi\times0.08^2}=2.25\text{MPa}<[\sigma]=70\text{MPa}$.

10.8 AD 轴以匀角速度 ω 转动. 在轴的纵向对称面内，于轴线的两侧有两个重为 P 的偏心载荷，如图所示. 试求轴内的最大弯矩.



题 10.8 图

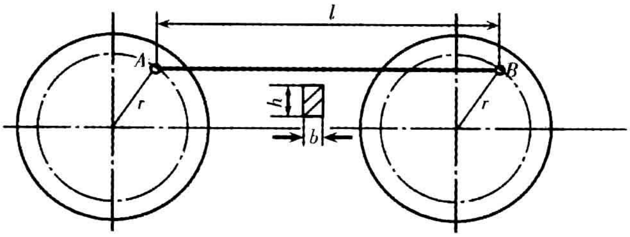
解 小球的惯性力为 $F_d=\dfrac{P}{g}h\omega^2$

当小球处于铅重面内时，惯性力与重力叠加会产生最大弯矩.

由平衡条件解得支反力 $F_{RA}=P+\dfrac{Ph\omega^2}{3g}$，$F_{RD}=P-\dfrac{Ph\omega^2}{3g}$

最大弯矩在 B 处 $M_{\max}=\dfrac{Pl}{3}\left(1+\dfrac{h\omega^2}{3g}\right)$

10.9 图示机车车轮以 $n=300\text{r/min}$ 的转速旋转. 平动杆件 AB 的横截面为矩形，$h=56\text{mm}$，$b=28\text{mm}$，长度 $l=2\text{m}$，$r=250\text{mm}$，材料的密度为 $\rho=7.8\times10^3\text{kg/m}^3$. 试确定 AB 杆最危险的位置和杆内最大正应力.



题 10.9 图

解 当杆在最低位置时，重力与惯性力同向且垂直于杆，此时最危险.

由自重产生的均布载荷 $q_1=A\rho g$

由惯性力产生的均布载荷 $q_2=\dfrac{q_1}{g}\omega^2r$ 其中 $\omega=\dfrac{2\pi\times300}{60}=10\pi\text{rad/s}$