



中国科学院教材建设专家委员会规划教材
全国高等医药院校规划教材

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医等专业使用

TM
案例版

医学物理学

第2版

主 编 仇 惠 王亚平



科学出版社

中国科学院教材建设专家委员会规划教材
全国高等医药院校规划教材

案例版TM

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医等专业使用

医学物理学

第2版

主 编 仇 惠 王亚平

副主编 鲍 艳 张鹏程 马天义 王阿明

编 者 (按姓氏笔画为序)

丁晓东 大连医科大学

于 勉 新乡医学院

马天义 佳木斯大学

王亚平 辽宁医学院

王志林 佳木斯大学

王阿明 徐州医学院

王昌军 辽宁医学院

仇 惠 牡丹江医学院

吉 强 天津医科大学

刘东华 新乡医学院

李玉娟 沈阳药科大学

张鹏程 湖北医药学院

陈艳霞 大连医科大学

赵 元 湖北科技学院

徐春环 牡丹江医学院

梁寒冰 徐州医学院

鲍 艳 湖北科技学院

科学出版社

北 京

· 版权所有 侵权必究 ·

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303(打假办)

郑 重 声 明

为顺应教育部教学改革潮流和改进现有的教学模式,适应目前高等医学院校的教育现状,提高医学教学质量,培养具有创新精神和创新能力的医学人才,科学出版社在充分调研的基础上,引进国外先进的教学模式,独创案例与教学内容相结合的编写形式,组织编写了国内首套引领医学教育发展趋势的案例版教材。案例教学在医学教育中,是培养高素质、创新型、实用型医学人才的有效途径。

案例版教材版权所有,其内容和引用案例的编写模式受法律保护,一切抄袭、模仿和盗版等侵权行为及不正当竞争行为,将被追究法律责任。

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学:案例版 / 仇惠,王亚平主编. —2版. —北京:科学出版社,2012.8

中国科学院教材建设专家委员会规划教材·全国高等医药院校规划教材
ISBN 978-7-03-035262-0

I. 医… II. ①仇… ②王… III. 医用物理学-医学院校-教材 IV. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 185397 号

责任编辑:周万灏 / 责任校对:钟 洋

责任印制:肖 兴 / 封面设计:范璧合

版权所有,违者必究。未经本社许可,数字图书馆不得使用

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 1 月第 一 版 开本:850×1168 1/16

2012 年 8 月第 二 版 印张:16 1/4

2012 年 8 月第七次印刷 字数:537 000

定价:42.80 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

第2版前言

医学物理学不是一门独立的学科,该门课程是引导学生学会如何将物理学的概念、原理、规律应用在医学上。在实施教学过程中,教师的教学目的不是精彩再现物理学的理论和思想体系,重点也不在于完整地导出物理公式的过程,而是要突出“医学应用”。谈到用,必然要联系到实际,教学案例具有实践性、典型性、时代性和启发性等特征,它突破了传统教材的编写体例和书写格式,案例式教学法所提供的案例,正是理论知识在实践中的运用和升华。案例教学法是推进素质教育,培养高水平的应用型医学人才的重要方法和手段之一。随着启发式教学法内涵的拓展,案例式教学法在教学中的重要性日益凸显。

我们在第1版案例式教材的基础上,经过了5年的探索和实践,总结了教材中存在的问题和不足,修订、编写了第2版案例式教材。本次修订以启发式教学为总的指导思想,以开发学生智能和培养学生的辩证思维能力、创新能力为宗旨,将选取的具有典型性、代表性、能说明问题的案例有机地融入到教材中,力争使案例式教学取得“教”、“学”相长的双赢效果。

新版教材的特点:

1. 较好地汲取了历年出版的《医学物理学》教材中的主要内容,注重了基本概念的介绍和方法原理的介绍,将《医学物理学》的三基(即基本理论、基本知识、基本技能)要点与案例有机结合。

2. 强调学以致用,该书共有案例62个,融案例于物理学基本理论之中,图文并茂,形象生动,有利于提高学生学习的兴趣,使学生的学习更主动、更有效。

3. 编排新颖、双色印刷、版式紧凑、形式多样、全面系统、易教易学。

本教材适合高等医学院校五年制和七年制临床、预防、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医、全科医学等专业使用,也可供医药院校其他专业的师生和研究工作者作为参考书。本书的编写得到了各位编者所在大学领导的关心和支持,也得到科学出版社的领导和责任编辑的大力帮助,在此表示衷心的感谢。对支持本书第1版编写工作的王光昶、王静、冯永振、安郁宽、李义兵、余大昆、张秀梅、张瑞兰、钟守昌、盖立平等教授表示诚挚的谢意。

尽管我们认真总结了第1版教材在编写和使用过程中出现的问题和不足,并广泛汲取了同仁们的意见,由于我们的水平和能力有限,书中难免还会有不妥之处,恳请专家、教授、同行及广大学生多提宝贵意见和建议,以便再版时修订。

编者
2012年6月

第1版前言

医学物理学是把物理学的基本原理和方法应用于人类疾病的预防、诊断、治疗和保健、康复的一门交叉学科。传统的医学物理学教材注重突出物理学自身的特点而忽略了物理学在医学教学中的地位与作用。事实上,现代医学的发展走的是一条与物理学紧密结合的道路。目前医学教育培养目标定位在培养全方位的医学人才,因此要求学生不仅要有很强的医学实践能力,同时也要有深厚的物理学知识。如何将物理学与医学有机地结合在一起并传授给学生,是亟待解决的一个问题。因此,案例版医学物理学教材应运而生。

案例版教材是在教材中增加了临床真实案例或标准化案例,并结合理论知识进行分析、归纳,加强了基础理论与临床实践的结合,为互动式教学创造了条件,激发了学生学习的积极性、主动性和创造性。案例版教材的编写是旨在提高学生科学素质,加强创新能力、实用能力的教学改革的重要措施,做到以学生为中心,以就业为导向,将教育部倡导的教育教学改革精神和创新教育落到实处。

案例版教材中的插图大多采用双色印刷,使图片更加直观,增添了视觉上的美感。在语言叙述上既考虑到物理学的科学用语,同时也考虑到语言的通俗性,也有利于非物理专业学生的课外阅读与自学。再加上生动贴切的案例,增强了教材的生动性与趣味性,这些都是本书的特色,也是我们所倡导的精神所在。

本教材适合高等医学院校五年制和七年制临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医等专业用,也可供医药院校其他专业的师生和研究工作者作为参考书。本书的编写得到了各位编者所在学校领导的关心和支持,也得到科学出版社的领导和责任编辑的大力帮助,在此表示衷心的感谢。对热情支持本书编写工作的其他人员表示诚挚的谢意。

案例版教材在我国出现的时间还不长,此类教材的编写和使用,毫无经验可谈,由于我们的水平有限,加之时间仓促,书中难免存在疏漏甚至错误之处,敬请使用本教材的同行及学生多提宝贵意见,使教材质量和教学效果不断提高。

仇 惠

2007年7月

目 录

绪论	(1)	第七章 静电场	(95)
第一章 力学基础	(3)	第一节 电场 电场强度	(95)
第一节 刚体的转动	(3)	第二节 高斯定理	(97)
第二节 刚体的平衡	(8)	第三节 电势	(100)
第三节 物体的弹性	(12)	第四节 电偶极子 电偶层	(103)
第四节 骨的力学性质	(14)	第五节 静电场中的电介质	(106)
第二章 振动与波	(18)	第八章 直流电	(112)
第一节 简谐振动	(18)	第一节 电流密度和欧姆定律	(112)
第二节 阻尼振动 受迫振动 共振	(22)	第二节 基尔霍夫定律	(116)
第三节 简谐振动的合成	(24)	第三节 电容器的充电和放电	(118)
第四节 机械波	(28)	第四节 能斯特方程和生物膜电位	(120)
第五节 简谐波	(30)	第五节 直流电在医学中的应用	(121)
第六节 波的能量	(31)	第九章 磁场与电磁感应	(125)
第七节 波的干涉	(33)	第一节 磁场 磁感应强度	(125)
第三章 声波	(39)	第二节 电流的磁场	(126)
第一节 声波	(39)	第三节 磁场对电流的作用	(129)
第二节 多普勒效应与冲击波	(42)	第四节 磁介质	(132)
第三节 超声波	(45)	第五节 电磁感应与电磁波	(133)
第四节 常用超声诊断仪	(46)	第六节 磁场的生物效应	(137)
第四章 流体的运动	(50)	第十章 波动光学	(139)
第一节 理想流体 定常流动	(50)	第一节 光的干涉	(139)
第二节 理想流体的伯努利方程	(51)	第二节 光的衍射	(144)
第三节 黏滞性流体的流动	(55)	第三节 光的偏振	(148)
第四节 黏滞流体的运动规律	(57)	第四节 旋光现象	(153)
第五节 血液在循环系统中的流动	(60)	第十一章 几何光学	(155)
第六节* 血液流变学简介	(62)	第一节 球面折射	(155)
第五章 分子动理论	(66)	第二节 透镜	(157)
第一节 理想气体分子动理论	(66)	第三节 眼睛	(162)
第二节 气体分子速率分布律和能量分 布律	(71)	第四节 几种医用光学仪器的原理及应用	(166)
第三节 输运过程	(72)	第十二章 量子力学基础	(173)
第四节 液体的表面现象	(75)	第一节 黑体辐射	(173)
第六章 热力学基础	(83)	第二节 光电效应	(176)
第一节 热力学第一定律	(83)	第三节 康普顿效应	(178)
第二节 卡诺循环	(86)	第四节 氢原子光谱 玻尔的氢原子理论	(179)
第三节 热力学第二定律	(87)	第五节 物质的波动性质	(181)
第四节 熵 熵增加原理	(89)		

第六节	波函数 薛定谔方程	(184)	第四节	射线与物质的相互作用	(221)
第十三章	激光	(190)	第五节	射线的辐射剂量与防护	(223)
第一节	激光的发射原理	(190)	第六节	放射性核素在医学上的应用 ...	(225)
第二节	激光的特性	(193)	第十六章	核磁共振	(228)
第三节	常用激光器	(194)	第一节	核磁共振的基本概念	(228)
第四节	激光的医学应用及防护	(196)	第二节	核磁共振波谱	(231)
第十四章	X 射线	(200)	第三节	磁共振成像的基本原理和方法 ...	(232)
第一节	X 射线的产生	(200)	第四节	磁共振在医学应用中的优点及 局限性	(237)
第二节	X 射线谱	(202)	第十七章	狭义相对论基础	(240)
第三节	X 射线的基本性质	(205)	第一节	力学的相对性原理 伽利略变换	(240)
第四节	物质对 X 射线的衰减规律	(205)	第二节	狭义相对论原理 洛伦兹变换 ...	(241)
第五节	X 射线的医学应用	(207)	第三节	狭义相对论的时空观	(242)
第十五章	原子核和放射性	(215)	第四节	狭义相对论动力学方程	(244)
第一节	原子核的基本性质	(215)			
第二节	原子核的衰变类型	(217)			
第三节	原子核的衰变规律	(218)			
参考文献		(246)			
附录 基本物理常量		(247)			
索引		(248)			

绪 论

一、物理学的研究对象

自然界是由运动着的物质组成的,一切物质都处于永恒的运动和变化之中,绝对不动的物质是不存在的。物质运动的形式多种多样、丰富多彩,它们既服从共同的普遍规律,又有各自独特的规律,对各种不同物质运动形式的研究,形成了自然科学的各个学科。

物理学(physics)是研究自然界中物质的基本结构、相互作用及运动规律的一门科学。研究的目的在于揭示物质各层次的内部结构和认识物质运动的普遍规律。包括力学、声学、热学、电磁学、光学、原子和原子核物理学等多个分支学科。物理学研究的物质运动形态和运动规律具有普遍的适用性、统一性和简单性,例如:自然界中的一切物体,无论有无生命,都遵从万有引力定律;一切变化过程,无论它们是否具有化学的、生物的或其他特殊性质,都遵从能量守恒定律。随着近代科学的迅速发展和各学科的互相渗透,出现了许多和物理学直接相关并独立而成一门学科的“边缘学科”,医学物理学就是这样的一门学科,它是现代物理学与医学相结合所形成的交叉学科。医学物理学的基础知识,已成为研究医学所不可缺少的基础,并为医学提供物理依据。

二、物理学的研究方法

通过模型来揭示原型的形态、特征和本质的方法称为模型法。物理学研究问题的方法普遍采用的是模型法,通过引入模型(能方便我们解释那些难以直接观察到的事物的内部构造,事物的变化以及事物之间的关系的符号、公式、表格、实物等)将物理问题实际化。磁感应线、光线、力的示意图、理想流体、绝对黑体等都是人为建立的理想化模型。通过对模型的分析、归纳及数学推导就会得出表示规律的公式、定律和定理,这些定律、定理的成立条件、适用范围就是对应模型的条件。

模型法不仅应用在物理学中,而且还大量应用于医学基础理论及临床技术的研究中。模型法和计算机技术相结合使模型法的应用迅速普遍并快速发展。所以我们应重视模型法,在学习中逐渐理解、掌握、运用它。

三、物理学与医学的关系

医学是一门以人的生命运动形式为研究对象的科学。现代医学研究已经从形态的定性研究进入到功能的定量研究、从细胞水平进入到分子、量子水平,即医学研究已经逐步进入对生命现象的本质性研究阶段。虽然生命现象是一种复杂、高级的物质运动形态,但它还是遵守物质运动的基本规律,医学的各分支学科已越来越多地把他们的理论建立在精确的物理科学基础上,物理学的技术和方法,在医学研究和医疗实践中的应用也越来越广泛。光学显微镜和 X 射线透视对医学的巨大贡献是大家早已熟悉的。光导纤维做成的各种内镜已淘汰了各种刚性导管内镜,计算机和 X 射线断层扫描术(X-CT)、超声波扫描仪(US)和磁共振断层成像(MRI)、正电子发射断层显像术(PET)等现代医学影像设备的制成和应用,不仅大大地减少了病人的痛苦和创伤,提高了诊断的准确度,而且直接促进了现代医学影像诊断学的建立和发展,使临床诊断技术发生质的飞跃。目前,物理学在医学应用中的深度和广度正在进一步拓展,往往需要综合利用多种知识,比如能迅速缓解疼痛病状的声电疗法,就是综合利用了超声和交流电。在其他方面,液晶在医学上已用于医疗热谱图(诊断乳癌、血液疾病等)和其他显像技术中,超导等技术在医学中也有应用。物理学每一个新的发现或是技术发展到每一个新的阶段,都为医学研究和医疗实践提供更先进、更方便和更精密的仪器和方法。物理学极大地促进了医学的发展和医学的关系必将越来越密切,物理学不仅为医学中病因、病理的研究和预防提供了现代化的实验手段,而且还为临床诊断和治疗提供了

先进的器械设备。可以说,没有物理学的支持,就没有现代医学的今天。

四、案例教学法在医学物理学教学中的重要作用

医学物理学的特点在于将物理学知识应用于医学实践当中去,因此,恰当地引入以物理学知识为基础的医学案例,在教学过程中具有十分重要的地位和作用。从学生接受的角度来讲,如果教师只是介绍抽象出来的理论,而不是与实际应用联系起来,会给人枯燥空泛的感觉,也不能充分调动学生的学习兴趣。从促进学生能力发展的角度看,案例教学是学生了解现实问题的重要媒介,可以培养学生分析问题、解决问题的能力,并能促进所学知识的灵活运用。如果能与讨论、角色模拟等形式相结合,还可以进一步提高学生学习的主动性和创造性。

从教师传授知识的角度来讲,如果教师在教学的过程中巧妙地运用适当的教学法,例如用案例引路,用事实说话、解惑,教学效果会非常好,比如在医学物理学的授课过程中讲到黏性流体的运动规律时,给学生提供一些涉及的颈动脉狭窄引起患者耳鸣的案例,从而使学生于实例中切实感受到医学物理学不仅是课程学习的需要,也是他们日常生活、人类生命以及今后学习和工作的需要。这样一来,这门课程的重要性便不言自明了。案例教学法可以及时反馈信息,促进教与学的双向交流。案例教学是学生之间、学生与教师之间的多向信息交流方式,它改变了传统教学中单向传递信息的方式,使学与教都处于教师、学生及案例所组成的全方位、多层次的体系之中。在案例教学中,学生通过具体的案例分析,可以充分表达自己的见解,并能得到教师的及时指导,深化和巩固所学的知识;另一方面,教师通过学生在案例分析中提出的多角度的观点可以发现教学中需要改进的地方,督促教师在今后的教学中考虑问题更全面、更细致。

总而言之,案例教学是医学物理学讲授的重要手段之一。互动式案例教学,通过对各类典型案例的分析和讲解,将加深学生对基础理论的掌握及理论与实践的结合运用,达到培养学生分析问题、解决问题以及创新能力的目的。

(仇 惠)

第一章 力学基础

【教学要求】

1. 掌握角位移、角速度、角加速度、转动惯量、角动量、应力、应变及弹性模量等概念;掌握转动定律及角动量守恒定律的应用。
2. 理解人体静力平衡及其条件。
3. 了解骨骼的力学特性。

力学(mechanics)是研究机械运动(mechanical motion)客观规律的学科。它的内容可以分为运动学、动力学和静力学三个部分。运动学研究物体位置变化与时间的关系,动力学研究产生各种机械运动的原因,而静力学则研究物体在力或力矩作用下平衡的条件。本章将讨论与医学关系密切的刚体的转动、刚体的平衡及物体的弹性等力学基础知识。

第一节 刚体的转动

一、刚体的定轴转动

如果一个物体在外力的作用下,它的各个部分之间的距离都保持不变,或它的形状和大小都不发生变化,则这个物体称为刚体(rigid body)。

1. 角位移、角速度、角加速度 若刚体在运动中它上面各点都绕同一直线作圆周运动,则这种运动称为刚体的转动(rotation),该直线称为转轴,如果转轴固定不动,则这种转动称为刚体的定轴转动(fixed-axis rotation)。

如图 1-1 所示,设一刚体绕定轴 AA' 转动,在刚体内选取一个垂直于 AA' 的参考平面,并在此平面上取一参考线 Ox ,刚体的方位由参考平面上任选的矢径 Op 与 Ox 的夹角 θ 决定,在转动过程中,角 θ 随时间而变化。如果刚体在 t 到 $t + \Delta t$ 的时间间隔内转过的角度为 $\Delta\theta$,则 $\Delta\theta$ 称为刚体在 Δt 时间内的角位移(angular displacement)。角位移 $\Delta\theta$ 与时间间隔 Δt 的比值 $\Delta\theta/\Delta t$,称为刚体在 Δt 时间间隔内的平均角速度。当 Δt 趋于零时,平均角速度的极限值称为刚体在 t 时刻的瞬时角速度,简称角速度(angular velocity),用 ω 表示,即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-1)$$

角速度的单位为 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。角速度 $\vec{\omega}$ 是矢量,矢量的方向用右手螺旋法则确定:伸出右手,拇指与四指垂直,当弯曲的四指与刚体的转动方向一致时,拇指所指的方向就是角速度矢量的方向。

在变速转动中,刚体的角速度是变化的,其变化的快慢用角加速度表示。若在 t 到 $t + \Delta t$ 时间间隔内角速度由 ω 变到 $\omega + \Delta\omega$,增量为 $\Delta\omega$,则在 $\Delta\omega$ 这段时间内的平均角加速度为 $\Delta\omega/\Delta t$ 。当 Δt 趋于零时,平均角加速度的极限值即为刚体在 t 时刻的瞬时角加速度,简称角加速度(angular acceleration),即

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-2)$$

角加速度的单位是 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$ 。角加速度 $\vec{\alpha}$ 的方向与 $\Delta\vec{\omega}$ 的方向一致。

2. 角量和线量的关系 P 点在 Δt 时间内的角位移为 $\Delta\theta$,当 $\Delta\theta$ 很小时, P 点在 Δt 时间内的位移 Δs 可近似用 $r\Delta\theta$ 表示,即 $\Delta s = r\Delta\theta$,此式两边同除以 Δt ,并取 Δt 趋于零的极限,得

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

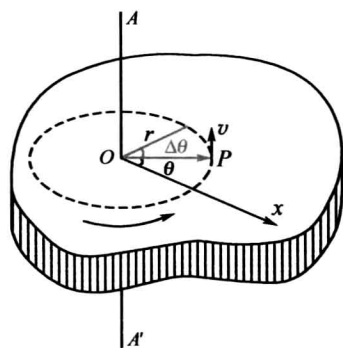


图 1-1 刚体的定轴转动

即 $v = r\omega$ (1-3)
这就是刚体上任一点的线速度与角速度的关系式。

当 P 点作变速圆周运动时, P 点的加速度 a 可分解为切向加速度 a_t 和法向加速度 a_n , 切向加速度的大小为

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha \quad (1-4)$$

法向加速度的大小为

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \quad (1-5)$$

P 点加速度的大小

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = r \sqrt{\alpha^2 + \omega^4} \quad (1-6)$$

对于刚体的角加速度 α 保持不变的匀加速转动, 以 ω_0 表示刚体在 $t=0$ 时的角速度, 以 ω 表示它在时刻 t 的角速度, 以 θ 表示它从 0 到 t 时刻这一段时间内的角位移, 仿照匀加速直线运动公式可得到匀加速转动的相应公式

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (1-7)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (1-8)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \quad (1-9)$$

二、转动动能与转动惯量

1. 转动动能 一个刚体可以看成是由许多质点组成的, 假设这些质点的质量分别为 $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n$, 它们作圆周运动的速度分别为 $v_1, v_2, \dots, v_n$, 那么所有这些质点的动能总和, 就是该刚体的转动动能 E_k , 即

$$E_k = \frac{1}{2} \Delta m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \Delta m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} \Delta m_n v_n^2$$

设刚体转动的角速度为 ω , 各质点到转轴的距离分别为 $r_1, r_2, \dots, r_n$ 根据式(1-3), 相应的速度分别表示为 $v_1 = r_1 \omega, v_2 = r_2 \omega, \dots, v_n = r_n \omega$, 代入上式得

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \Delta m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} \Delta m_2 r_2^2 \omega^2 + \dots + \frac{1}{2} \Delta m_n r_n^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} (\Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \dots + \Delta m_n r_n^2) \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \right) \cdot \omega^2 \end{aligned}$$

$$\text{令} \quad J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \quad (1-10)$$

则刚体的动能 E_k 的表达式可以写成

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (1-11)$$

2. 转动惯量 将式(1-11)与质点运动的动能公式 $\frac{1}{2}mv^2$ 比较, 式(1-11)中的角速度 ω 与质点的运动速度 v 相对应, 而 J 则与 m 相对应。质点运动中的质量是物体惯性大小的量度, 所以 J 是反映刚体转动惯性的物理量, 称为转动惯量(moment of inertia), 单位为 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。如果刚体的质量是连续分布的, 则式(1-10)可以写成积分的形式

$$J = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV \quad (1-12)$$

式中, dV 表示 dm 的体积元, ρ 表示该处的密度, r 为该体积元到转轴的距离。从式(1-10)和式(1-12)可知刚体的转动惯量取决于三个因素: ①刚体的总质量, 形状、大小相同的均匀刚体总质量越大, 转动惯量越大; ②刚体的质量分布, 总质量相同的刚体, 质量分布离轴越远, 转动惯量越大; ③转轴的位置, 同一刚体, 转轴不同, 质量对轴的分布就不同, 因而转动惯量就不同。

【例 1-1】 有一质量为 m , 长度为 l 的均匀细棒, 求它对通过中心及一端的垂直转轴的转动惯量。

解:在棒上离轴 x 处,取一微元长度为 dx , 棒的线质量密度为 $\rho = \frac{m}{l}$, 则微元的质量为 $dm = \rho dx = \frac{m}{l} dx$, 微元对转轴的转动惯量为 $dJ = x^2 dm = x^2 \frac{m}{l} dx$

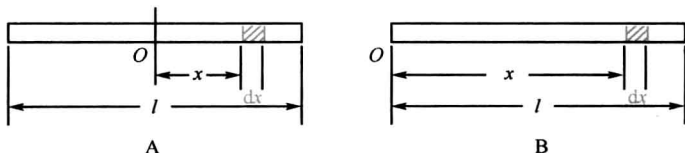


图 1-2 例题 1-1 均匀细棒转动惯量计算

A. 转轴通过中心; B. 转轴通过一端

(1) 转轴通过中心:如图 1-2A 所示,以细棒中心为原点,这时左端坐标为 $x = -\frac{l}{2}$, 右端坐标为 $x = \frac{l}{2}$, 则整个棒的转动惯量为

$$J = \int dJ = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 dm = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \frac{m}{l} dx = \frac{1}{12} ml^2$$

(2) 转轴通过一端:如图 1-2B 所示,以细棒左端为原点,则右端的坐标为 $x=l$, 此时棒的转动惯量为

$$J = \int dJ = \int_0^l x^2 dm = \int_0^l x^2 \frac{m}{l} dx = \frac{1}{3} ml^2$$

可见,对于同一细棒,转轴位置不同,对应的转动惯量也不同。

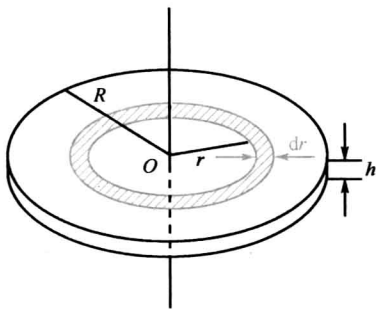


图 1-3 例题 1-2 均匀圆盘转动惯量计算

【例 1-2】求质量为 m , 半径为 R , 厚度为 h 的均匀圆盘的转动惯量, 轴与圆盘垂直并通过盘心。

解:如图 1-3 所示,圆盘可以认为是由许多薄圆环组成。取任一半径为 r , 宽度为 dr 的薄圆环。其转动惯量为

$$dJ = r^2 dm$$

式中, dm 为薄圆环的质量,以 ρ 表示圆盘的密度,则有

$$dm = \rho 2\pi r h dr$$

代入上式得

$$dJ = 2\pi r^3 h \rho dr$$

因此,圆盘总的转动惯量为

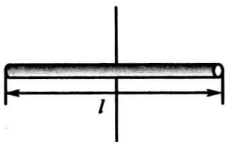
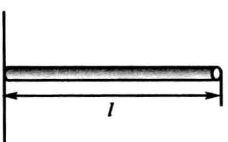
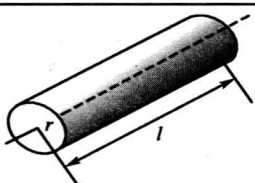
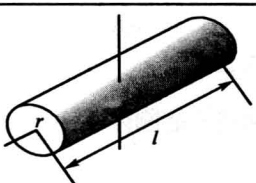
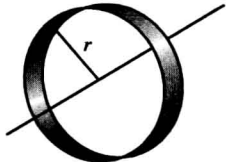
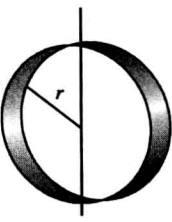
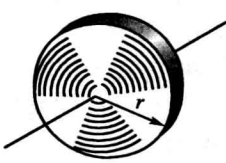
$$J = \int dJ = \int_0^R 2\pi r^3 h \rho dr = \frac{1}{2} \pi R^4 h \rho$$

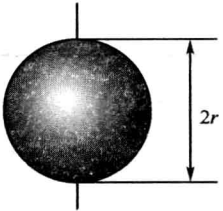
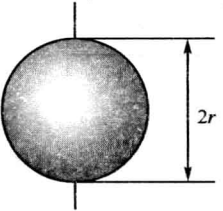
由于 $\rho = \frac{m}{\pi R^2 h}$, 所以

$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

表 1-1 给出几种常见刚体定轴转动的转动惯量。

表 1-1 常见刚体的转动惯量

 $J = \frac{1}{12} ml^2$ 细棒 转轴通过中心与棒垂直	 $J = \frac{1}{3} ml^2$ 细棒 转轴通过端点与棒垂直	 $J = \frac{1}{2} mr^2$ 圆柱体 转轴沿几何轴	 $J = \frac{1}{4} mr^2 + \frac{1}{12} ml^2$ 圆柱体 转轴通过中心与几何轴垂直
 $J = mr^2$ 圆环 转轴通过中心与环面垂直	 $J = \frac{1}{2} mr^2$ 圆环 转轴沿直径	 $J = \frac{1}{2} mr^2$ 薄圆盘 转轴通过中心与盘面垂直	 $J = \frac{1}{4} mr^2$ 薄圆盘 转轴沿直径

 $J = \frac{2}{5}mr^2$ 球体 转轴沿直径	 $J = \frac{2}{3}mr^2$ 球壳 转轴沿直径		
---	---	--	--

三、力矩和转动定律

1. 力矩 如图 1-4 所示, 设转轴垂直于转动平面, 外力 $\vec{F}$ 的作用线位于转动平面内, 作用点为 P 点, 其矢径为 $\vec{r}$, 从转轴到力的作用线的垂直距离为 l , 称为力对该转轴的力臂(force arm)。力的大小与力臂

的乘积称为力对转轴的力矩(moment of forces), 用 $\vec{M}$ 表示, 其大小为

$$M = Fl = Fr \sin \varphi \quad (1-13)$$

力矩的单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 。力矩 $\vec{M}$ 是一个矢量, 其方向用右手螺旋法则确定: 伸出右手, 拇指与四指垂直, 当右手四指由矢径方向经过小于 180° 的角度转到力 $\vec{F}$ 的方向时, 拇指所指的方向即为力矩 $\vec{M}$ 的方向。力矩也可写成矢积的形式

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1-14)$$

如果外力不在垂直于转轴的平面内, 那么就必须把外力分解为两个力, 一个是与轴平行的分力, 一个是在转动平面的分力, 在转动平面内的分力才能使刚体转动。

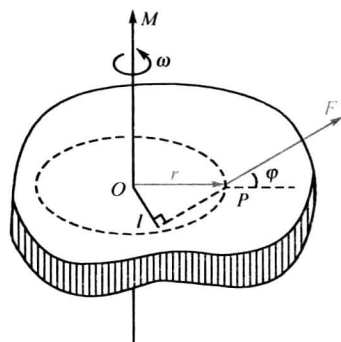


图 1-4 转动平面内的力矩

2. 转动定律 如图 1-5 所示, 设刚体在力 $\vec{F}$ 的作用下绕垂直于纸面的 O 轴转动, 当转动一微角 $d\theta$ 时, $\vec{F}$ 的作用点 P 的位移为 $r d\theta$, $\vec{F}$ 在位移 $r d\theta$ 方向上的分量 $F_1 = F \cos \varphi$, 这时力所作的元功 dA 为

$$dA = F \cos \varphi \cdot r d\theta = F \cdot r \cos \varphi \cdot d\theta = Fl d\theta$$

式中, $r \cos \varphi = l$ (力臂), $Fl = M$ (力矩), 故上式可写成 $dA = M d\theta$, 做功的结果将引起刚体动能增加 dE_k , 且 $dE_k = dA$, 而 $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$, 于是有

$$M d\theta = dE_k = d\left(\frac{1}{2} J \omega^2\right)$$

刚体作定轴转动时转动惯量 J 为恒量, 于是 $M d\theta = J \omega d\omega$ 由此可得:

$$M \frac{d\theta}{dt} = J \omega \frac{d\omega}{dt}, \text{ 即 } M = J \alpha \quad (1-15)$$

上式表明, 刚体对某转轴的转动惯量与角加速度的乘积, 等于外力对该轴的合力矩, 这就是转动定律。

将转动定律 $M = J \alpha$ 与牛顿第二定律 $F = ma$ 相比较, 力矩、转动惯量和角加速度在刚体转动中所起的作用, 分别与力、质量和加速度在质点运动中所起的作用相对应。

【例 1-3】 一个质量为 M , 半径为 R 的定滑轮(当做均匀圆盘), 上面绕有细绳, 细绳的一端固定在滑轮边上, 另一端挂一质量为 m 的物体而下垂, 忽略轴处摩擦, 求质量为 m 的物体由静止下落 h 高度时的速度和此时滑轮的角速度。设滑轮和细绳之间没有滑动。

解: 对定滑轮和物体分别进行受力分析, 如图 1-6 所示, 绳中张力 T_1 和 T_2 的大小相等, 以 T 表示。定滑轮对于通过 O 点的转轴, 应用转动定律有

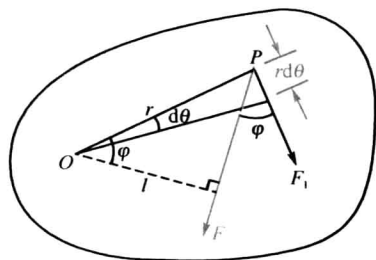


图 1-5 转动定律的推导

$$RT = J\alpha = \frac{1}{2}MR^2\alpha$$

对物体,选垂直向下方向为正方向,由牛顿第二定律有

$$mg - T = ma$$

滑轮和物体的运动学关系为

$$a = R\alpha$$

以上三式联立,可得物体下落的加速度为

$$a = \frac{m}{m + \frac{M}{2}}g$$

所以物体下落高度 h 时的速度为

$$v = \sqrt{2ah} = \sqrt{\frac{4mgh}{2m + M}}$$

这时滑轮转动的角速度为

$$\omega = \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{4mgh}{2m + M}} \frac{1}{R}$$

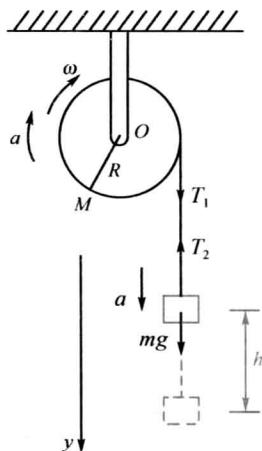


图 1-6 定滑轮转动

四、角动量、角动量守恒定律

案例 1-1 火箭起飞后,人们如何控制它的飞行方向?

当一刚体绕一定轴以角速度 ω 转动时,它绕该轴的角动量(angular momentum)为

$$L = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i v_i = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \omega = \left(\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \right) \omega = J\omega \quad (1-16)$$

利用角动量这一表达式,刚体的转动定律可写成

$$M = J \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(J\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt} \quad (1-17)$$

此式说明,刚体所受的外力矩等于刚体角动量的变化率。由式(1-17)可进一步得到

$$M dt = dL \quad (1-18)$$

式(1-18)右边是角动量的增量,而左边是力矩与作用时间的乘积,称为冲量矩(moment of impulse)。当

$\vec{M} = 0$ 时, $dL = d(J\omega) = 0$, 即

$$J\omega = \text{恒量} \quad (1-19)$$

这表明,当定轴转动的刚体所受合外力矩等于零时,其角动量保持不变,这一结论称为角动量守恒定律(law of conservation of angular momentum)。角动量守恒定律是分析人体转动过程的力学基础。

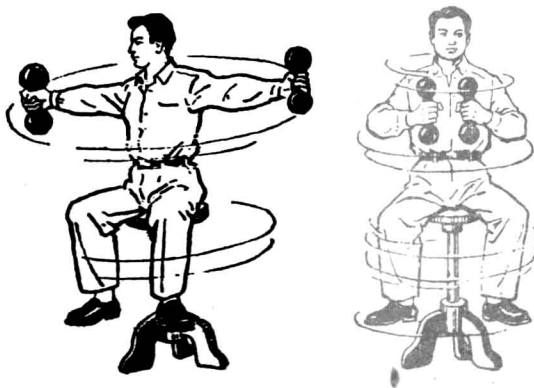


图 1-7 角动量守恒定律的演示

如图 1-7 所示,一个人坐在凳子上,凳子能绕竖直轴转动(摩擦力忽略不计),人的两手各握一个很重的哑铃。当他张开双臂,在别人的推动下,人和凳一起转动起来,由于转动后在水平面内没有外力矩的作用,所以人和凳的角动量应保持不变。如果人收拢两臂,那么转动惯量就会减少,角速度会增大,也就是说比张开两臂时转的要快些。

在日常生活中,利用角动量守恒的例子也是很多的,例如,滑冰、舞蹈运动员在旋转时,往往先将两臂伸开旋转,然后两臂收回靠拢身体,以减少转动惯量加快旋转速度。跳水运动员在起跳开始旋转后,迅速用两臂抱起双膝,使身体在空中收缩,减小转动惯量,加快旋转

翻滚,但在入水前又迅速打开身体,增大转动惯量,减慢旋转,以便控制入水角度。

火箭内部装有一可控制转速的飞轮,图 1-8 所示,如把火箭的飞轮视为一个系统,系统的角动量守恒。

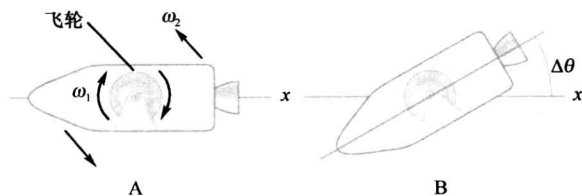


图 1-8 火箭调整飞行方向

A. 飞轮旋转, 火箭反方向旋转; B. 调整后的火箭

若此时飞轮不旋转, 火箭也不会旋转, 保持原有的飞行方向。然而若欲使火箭飞行方向改变, 可让飞轮按图 1-8A 所示的方向旋转起来, 那么由角动量守恒定律可知, 这时火箭的转动方向将与飞轮旋转方向相反。当火箭飞行方向调整到合适的位置后, 再使飞轮停止旋转, 图 1-8B 所示, 火箭飞行就稳定在新的方向上了。

五、旋 进

刚体绕轴转动时, 若转轴与竖直方向不重合, 则刚体会受到重力矩的作用, 使刚体在绕自身转轴旋转的同时, 还绕与自身转轴成一定夹角的竖直轴转动, 这种现象称为旋进 (precession), 也称为进动。

下面以陀螺为例来说明旋进现象。图 1-9A 中, 设陀螺以角速度 ω 绕 A 轴旋转, 它的角动量为 $\vec{L}$ 。A 轴 (也就是矢量 $\vec{L}$) 的方向与轴 Z 成 θ 角。陀螺在旋转的同时质心受到重力 mg 的作用, 对 O 点产生重力矩 $\vec{M}$, 矢量 $\vec{M}$ 的方向是和 A 轴与重力组成的面垂直的。在时间 dt 内, 重力矩 $\vec{M}$ 将产生一个同方向的冲量矩 $\vec{M}dt$ 。根据角动量定理, 这一冲量矩将使陀螺的角动量得一增量 $d\vec{L} = \vec{M}dt$ 。其方向与外力矩的方向相同。因外力矩的方向垂直于 $\vec{L}$, 所以 $d\vec{L}$ 的方向也垂直 $\vec{L}$, 结果使 $\vec{L}$ 的大小不变而方向发生变化。从图 1-9B 中可以看出, $\vec{L}$ 与 $d\vec{L}$ 合成的结果是使 $\vec{L}$ (也就是转轴 A) 的方向发生变化, 由 OA 变成 OB, 但 $\vec{L}$ 的量值不变。因为重力矩是一直存在的, 所以 $\vec{L}$ 的方向总是绕 Z 轴改变, 这就是陀螺旋进的原因。旋进是陀螺的自旋与重力矩产生的转动合成的结果。当 OA 与 Z 轴一致时, 重力矩为零, 陀螺将只有自旋而没有旋进。另一方面, 如果只有重力矩的作用而没有自旋, 陀螺就只能倒下。

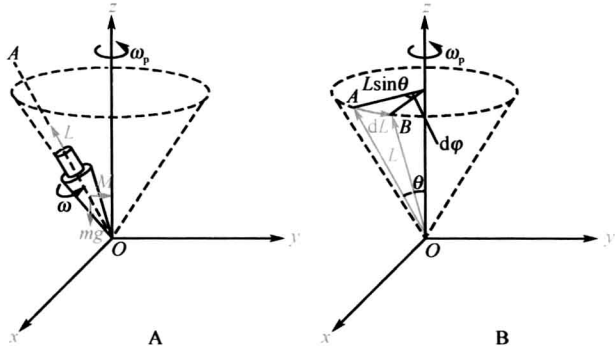


图 1-9 陀螺的旋进

A. 陀螺旋进; B. 角动量的变化

设 $d\varphi$ 为旋进角, $\frac{d\varphi}{dt}$ 为旋进角速度 ω_p , 从图

1-9B 可以看出

$$dL = L \sin\theta d\varphi = Mdt$$

从而可知

$$\omega_p = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L \sin\theta} \quad (1-20)$$

式(1-20)说明了旋进角速度与重力矩、自旋角动量以及 θ 角之间的关系。

第二节 刚体的平衡

案例 1-2 人在搬重物时, 如图 1-10 所示, 应该采用哪种姿势?

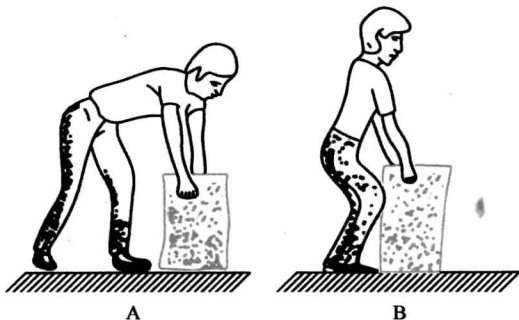


图 1-10 案例 1-2 提物姿势

一、刚体的平衡条件

在力学中,我们把静止状态、匀速直线运动状态和匀速转动状态称为平衡状态。物体处于平衡状态时,作用在物体上的外力必须满足一定的条件,这些条件通常称为静力平衡条件。

与此相似,要保持刚体的平衡状态不变,由牛顿第二定律可知,刚体的线加速度必须为零,因此作用在刚体上的外力的矢量和必须为零,即

$$\sum_{i=1}^n F_i = 0 \quad (1-21)$$

这些外力在任意一对互相垂直的坐标轴上投影的代数和为零,即

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \quad (1-22)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{yi} = 0 \quad (1-23)$$

除此之外,还要保持刚体的转动状态不变。由转动定律可知,刚体的角加速度必须为零,因此作用在刚体上的外力对任一转轴 O 的力矩的代数和为零,即

$$\sum_{i=1}^n M_{Oi} = 0 \quad (1-24)$$

式(1-22)、式(1-23)、式(1-24)就是刚体处于平衡状态时,作用于刚体上的外力应满足的条件。应用这些条件可以分析人体处于平衡状态时各部位所受的力,下面举几个例子加以说明。

二、人体受力分析举例

1. 作用在脚上的力 当人独脚站立时,分析脚受力的情况,如图 1-11A 所示。图中 F_T 为跟腱作用在脚上的力, F_B 为小腿骨(胫骨和腓骨)作用在脚上的力; N 为地面作用在脚上的支撑力,其大小等于人体的重力 G 。人脚本身的重力与这些力相比是很小的,因此可忽略不计。将正常成人脚的受力情况简化为图 1-11B 后,根据静力平衡条件

$$\sum F_{xi} = 0, \text{得 } F_T \sin 7^\circ - F_B \sin \theta = 0$$

$$\sum F_{yi} = 0, \text{得 } F_T \cos 7^\circ + G - F_B \cos \theta = 0$$

$$\sum M_O = 0, \text{得 } G \times 10 - F_T \cos 7^\circ \times 5.6 = 0$$

将上述三个方程联立,可求得 $F_T = 1.80G$, $F_B = 2.8G$, $\tan \theta = 0.079$, $\theta = 4.5^\circ$

由此可知,当人独脚踏起站立时,肌腱中的张力 F_T 差不多等于体重的 2 倍,而作用在脚上距骨处的力,则差不多是体重的 3 倍。这就是为什么通常跟腱易于撕裂和距骨易于骨折的原因。

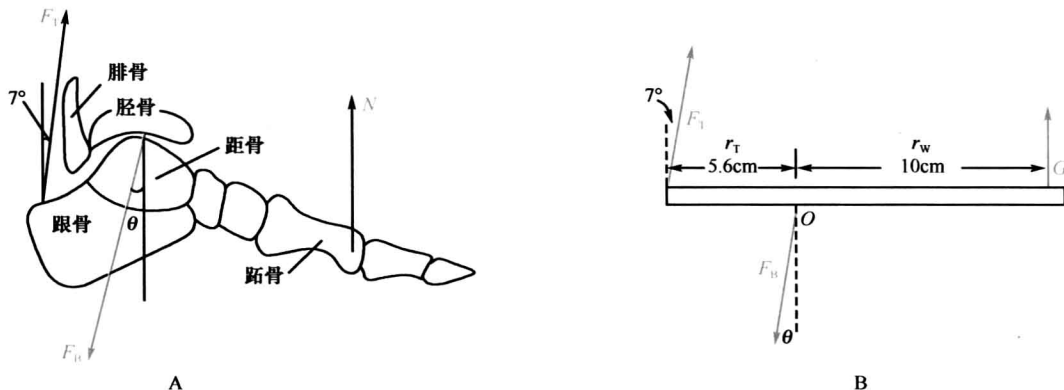


图 1-11 作用在脚上的力
A. 脚的结构; B. 受力示意图

2. 作用在髋关节上的力 我们应用静力平衡条件来确定作用在髋外展肌上力的方向和大小,以及髋臼施于股骨头上的力的方向和大小。

图 1-12A 是大腿骨和髋骨的示意图。图的上部为骨盆,骨盆由髌骨和左右髋骨(包括骨骼、坐骨和耻骨)等组成。左右髋骨在后方与髌骨相连,构成髌髋关节。股骨头从髋延伸到膝,上端有球形的股骨头,与髋骨的髋臼构成髋关节。股骨上部外侧有一个较大的隆起叫大转子。

股骨表面有很多隆起(包括大转子),是肌肉的附着处,有 5 块肌肉的腱链接到此牵引骨上端。其中,臀中肌和臀小肌的另一端散开附着于髋骨。它们的机能是转动骨盆和控制腿远离或朝着人体轴线移动。正常成人大转子和股骨头中心之间的距离是 7.0cm,大转子和地面反作用线之间的距离为 18.0cm。我们将图 1-12A 简化为图 1-12B 后可以看出股骨上各部分的受力情况。图中, F_1 为臀部各外展肌加于大转子的力, R 是髋臼作用于股骨头上的力。由图可知,力 R 可分解为沿 x 方向和 y 方向的分力 R_x 、 R_y 。 N 是地面对脚的支撑力,设它等于人体的重力,即 $N=G$ 。 G_L 是腿的重力,设它等于人体重力的 $1/7$,即 $G_L = G/7$,该力作用于腿的重心,即作用在稍高于膝的地方。根据英曼的研究结果,作用在大转子上的等效外展肌力的作用线大约与水平线成 70° 的倾角。下面我们来计算一只脚支持身体时,力 F_1 与 R 的大小和方向。

在平衡状态下,按力的平衡条件可知,作用于股骨的合力为零,即

$$\sum F_{yi} = 0, \text{得 } F_1 \sin 70^\circ - R_y - \frac{1}{7}G + G = 0$$

$$\sum F_{xi} = 0, \text{得 } F_1 \cos 70^\circ - R_x = 0$$

若以股骨头中心为旋转中心,则髋臼的作用力 R 通过此点,因而在列转动方程时可不考虑此力。即

$$\sum M_{O_i} = 0, \text{得 } F_1 \sin 70^\circ \times 7.0 + \frac{1}{7}G \times 3.0 - G \times 11.0 = 0$$

由上述三式联立,可求得 $F_1 \approx 1.6G$, $R_x = 0.55G$, $R_y = 2.36G$ 。力 R 的大小和方向分别为

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \approx 2.5G, \tan \varphi = \frac{R_x}{R_y} = 0.233, \varphi \approx 13^\circ \text{ (力的方向向左偏离 } y \text{ 轴 } 13^\circ \text{ 角)}$$

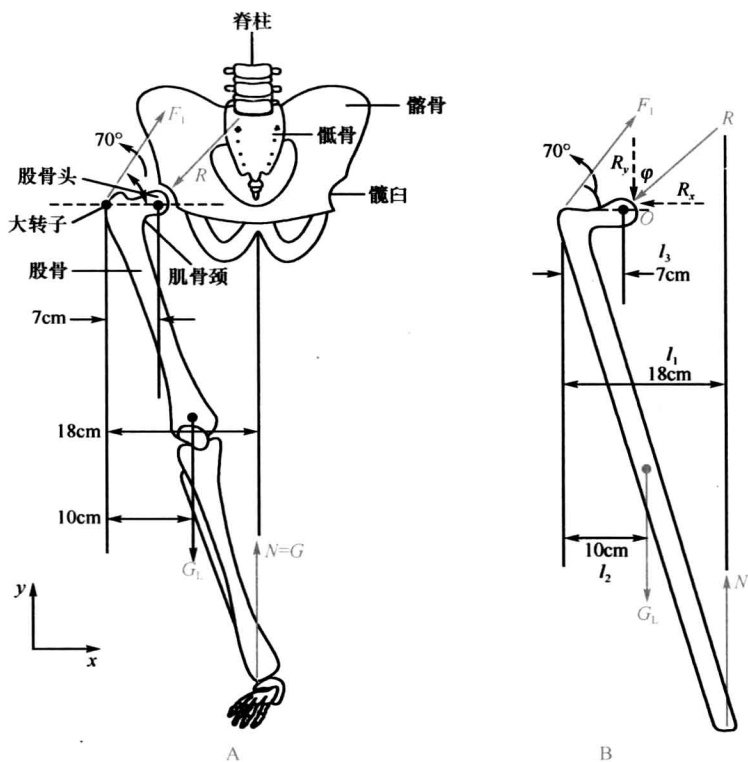


图 1-12 作用在髋关节上的力

A. 基本结构; B. 受力示意图