



高教版考试用书
www.eduexam.com.cn

考研数学 必备手册

公式、概念、图表
轻松记忆

● 主编 蔡子华



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

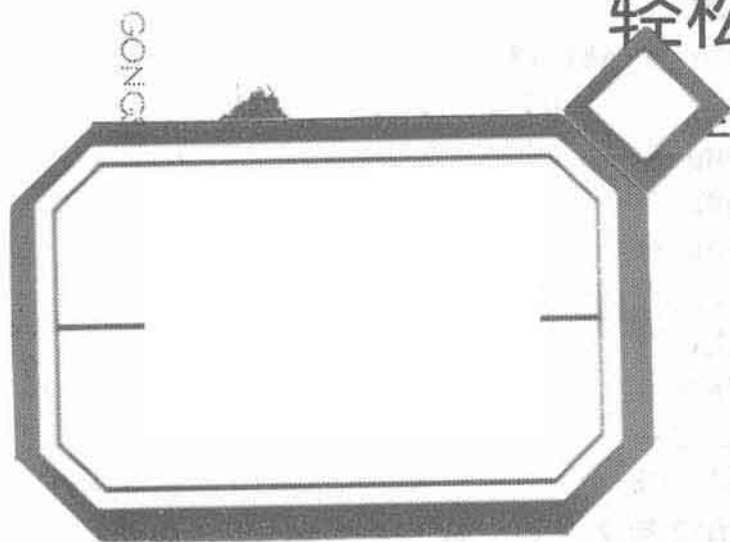


高教版考试用书
www.eduexam.com.cn

考研数学 必备手册

公式、概念、图表
轻松记忆

主编 蔡子华



GONG

SHOUCE
DINGJI



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

考研数学必备手册:公式、概念、图表轻松记忆/
蔡子华主编. --北京:高等教育出版社,2012.1
ISBN 978-7-04-034246-8

I. ①考… II. ①蔡… III. ①高等数学-研究生-人
学考试-自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 260428 号

出版发行	高等教育出版社
社 址	北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码	100120
购书热线	010-58581118
咨询电话	400-810-0598
网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
网上订购	http://www.landraco.com http://www.landraco.com.cn
印 刷	北京市密东印刷有限公司
开 本	787mm×1092mm 1/64
印 张	2.125
字 数	60千字
版 次	2012年2月第1版
印 次	2012年10月第3次印刷
定 价	5.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究
物料号 34246-00

前 言

许多考生反映考研数学涉及的定义、定理、公式太多,复习时感到记忆困难。为了帮助广大考生方便查阅、轻松记忆,根据《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》规定的考试内容和考试要求,结合考生实际需求,编写了这本《考研数学必备手册:公式、概念、图表轻松记忆》。

本手册内容全面,不仅包含初等数学、高等数学、线性代数、概率与统计中考研常考的定义、性质、公式、图像及解法,还包含一些现行本科教材中没有,但在考研数学中广泛使用的结论及方法等内容。

欢迎使用本手册的广大考生提出宝贵意见。

蔡子华

2011-11-12

目 录

第一部分 初等数学

一、初等代数	(1)
二、三角函数	(4)
三、初等几何	(6)
四、平面解析几何	(8)

第二部分 高等数学

一、一元函数微分学	(13)
二、一元函数积分学	(33)
三、空间解析几何	(43)
四、多元函数微分学	(48)
五、重积分	(53)
六、曲线、曲面积分	(59)
七、级数	(65)
八、微分方程	(72)
九、差分方程	(76)

第三部分 线性代数

一、行列式	(78)
二、矩阵	(82)
三、向量	(94)
四、线性方程组	(98)
五、方阵对角化问题和二次型	(101)

第四部分 概率与统计

一、事件的关系与运算	(103)
二、概率的定义	(104)
三、概率的计算公式	(105)
四、几个常用概型	(107)
五、一维随机变量	(109)
六、二维随机变量	(112)
七、随机变量的数字特征	(118)
八、大数定理与中心极限定理	(122)
九、数理统计	(124)

第一部分 初等数学

一、初等代数

1. 乘法和因式分解公式

$$(1) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(2) (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac;$$

$$(3) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$(4) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$

$$(5) a^2 - b^2 = (a + b)(a - b);$$

$$(6) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2);$$

$$(7) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$(8) a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})(n \text{ 为正整数});$$

$$(9) a^n - b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + ab^{n-2} - b^{n-1})(n \text{ 为正偶数});$$

$$(10) a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})(n \text{ 为正奇数}).$$

2. 不等式

$$(1) |a + b| \leq |a| + |b|;$$

$$(2) |a - b| \leq |a| + |b|;$$

$$(3) |a - b| \geq |a| - |b|;$$

$$(4) \frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (a > 0, b > 0);$$

$$(5) \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$$

$$(x_i > 0, i = 1, 2, \cdots, n);$$

$$(6) e^x > 1 + x (x \neq 0);$$

$$(7) \ln(1 + x) < x \quad (x > -1 \text{ 且 } x \neq 0);$$

$$(8) \sin x \leq x \quad (x \geq 0).$$

3. 指数

$$(1) a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta};$$

$$(2) (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta};$$

$$(3) \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

(其中 a, b 是正实数, α, β 是任意实数);

$$(4) a^0 = 1 \quad (a > 0).$$

4. 对数

$$(1) a^{\log_a N} = N;$$

$$(2) \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N;$$

$$(3) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N;$$

$$(4) \log_a M^b = b \log_a M.$$

5. 数列

(1) 等差数列

① 通项公式 $a_n = a_1 + (n - 1)d.$

② 前 n 项的和 $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$

(2) 等比数列

① 通项公式 $a_n = a_1 q^{n-1}.$

② 前 n 项的和

当 $q = 1$ 时, $S_n = na_1;$

当 $q \neq 1$ 时, $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q}.$

(3) 其他数列前 n 项的和(常用)

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n + 1)}{2};$$

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2;$$

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}.$$

6. 排列组合和二项式定理

(1) 排列数

① $A_n^k = n(n - 1)\cdots(n - k + 1)$

(元素不可重复的排列).

② $A_n^k = n^k$ (元素可以重复的排列).

③ $P_n = n(n-1)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$.

(全排列)

(2) 组合数

$$\begin{aligned} C_n^k &= \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!} \\ &= \frac{n!}{(n-k)! k!} \end{aligned}$$

(3) 二项式定理

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k \quad (n \in \mathbf{N}).$$

7. 根与系数的关系

(1) 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a};$$

(2) 一元三次方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$,

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{c}{d},$$

$$x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}.$$

二、三角函数

1. 和差角公式

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta,$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta,$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}.$$

2. 倍角公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$= 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1,$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}, \quad \cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}.$$

3. 和差与积的关系

$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta),$$

$$2\cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta),$$

$$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta),$$

$$-2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta),$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}.$$

三、初等几何

1. 任意三角形的面积

$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, 其中 a, b, c 为其三边长, $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

2. 圆

(1) 圆弧长

$l = R\theta$, 其中 R 是圆的半径, θ 为圆弧所对的圆心角(单位为弧度).

(2) 扇形面积

$$S = \frac{1}{2}Rl = \frac{1}{2}R^2\theta$$

(θ 的单位为弧度).

3. 旋转体

(1) 圆柱体

设 R 为底面圆半径, H 为柱高, 则

① 侧面积 = $2\pi RH$.

② 全面积 = $2\pi R(H+R)$.

③ 体积 = $\pi R^2 H$.

(2) 圆锥

设 R 为底面圆半径, H 为高, $l = \sqrt{R^2 + H^2}$, 则

① 侧面积 = πRl .

② 全面积 = $\pi R(l+R)$.

$$\textcircled{3} \text{ 体积} = \frac{1}{3}\pi R^2 H.$$

(3) 圆台

设 R_1 、 R_2 为上、下底面圆半径, H 为高, 则

$$\textcircled{1} \text{ 侧面积} = \pi(R_1 + R_2)l.$$

$$\textcircled{2} \text{ 全面积} = \pi R_1(l + R_1) + \pi R_2(l + R_2).$$

$$\textcircled{3} \text{ 体积} = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2),$$

式中 $l = \sqrt{H^2 + (R_1 - R_2)^2}$.

(4) 球

设 R 为半径, 则

$$\textcircled{1} \text{ 全面积} = 4\pi R^2.$$

$$\textcircled{2} \text{ 体积} = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

4. 棱柱及棱锥

设 S 为底面积, H 为高, 则

(1) 棱柱体积

$$V = SH.$$

(2) 棱锥体积

$$V = \frac{1}{3}SH.$$

(3) 正棱锥侧面积

$$S = \frac{1}{2} \text{斜高} \times \text{底周长}.$$

5. 棱台

设 S_1 、 S_2 表示上、下底的面积， H 表示其高，则

$$(1) \text{ 体积} = \frac{1}{3}H(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}).$$

(2) 正棱台侧面积

$$= \frac{1}{2}(\text{上底周长} + \text{下底周长}) \times \text{斜高}.$$

四、平面解析几何

1. 两点间距离

两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 间的距离

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

2. 定比分点

设 $M(x, y)$ 是线段 AB (两点坐标同上) 的分点.

$$(1) \frac{AM}{MB} = \lambda, \quad \begin{cases} \lambda > 0, \text{内分,} \\ \lambda < 0, \text{外分.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \end{cases} \quad \lambda \neq -1.$$

(2) 当 M 为 AB 的中点时,

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2}. \end{cases}$$

3. 直线

(1) 方程

① 一般式 $Ax + By + C = 0$.

② 点斜式 $y - y_0 = k(x - x_0)$.

③ 斜截式 $y = kx + b$.

④ 截距式 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a \neq 0, b \neq 0$).

(2) 点 (x_0, y_0) 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离的公式

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

4. 二次曲线

(1) 椭圆

① 标准方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

② 焦点 $F(\pm c, 0)$, $c^2 = a^2 - b^2$.

③ 切线 $\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$, 切点 (x_1, y_1) .

④ 面积 $S = \pi ab$.

(2) 双曲线

① 标准方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

② 焦点 $F(\pm c, 0)$, $c^2 = a^2 + b^2$.

③ 渐近线 $y = \pm \frac{b}{a}x$.

④ 切线 $\frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$, 切点 (x_1, y_1) .

(3) 抛物线

① 标准方程 $y^2 = 2px$ ($p > 0$).

② 焦点 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$.

③ 切线 $y_1 y = p(x + x_1)$, 切点 (x_1, y_1) .

5. 极坐标

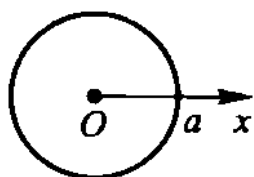
(1) 直角坐标与极坐标的关系

$$\textcircled{1} \begin{cases} x = r \cos \theta, \\ y = r \sin \theta. \end{cases}$$

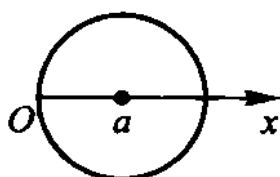
$$\textcircled{2} \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ \theta = \arctan \frac{y}{x}. \end{cases}$$

(2) 几种常用曲线的方程与图形

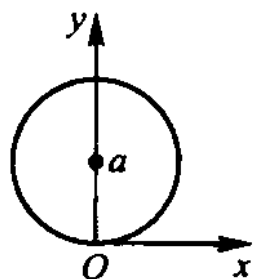
① 圆



$$r = a$$

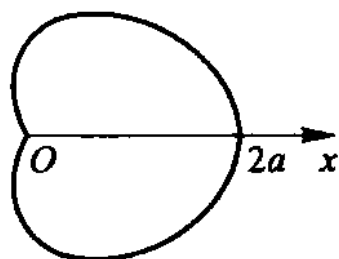


$$r = 2a \cos \theta$$

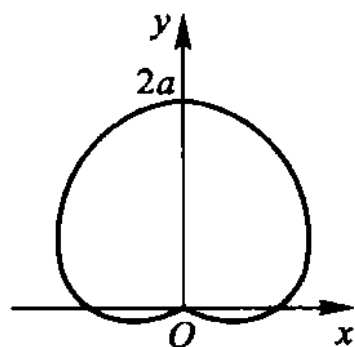


$$r = 2a \sin \theta$$

② 心形线

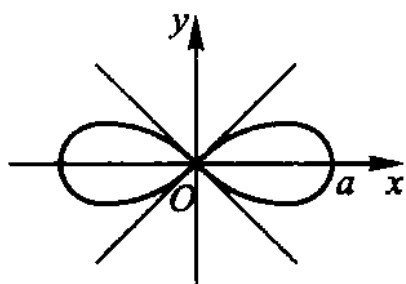


$$r = a(1 + \cos \theta)$$

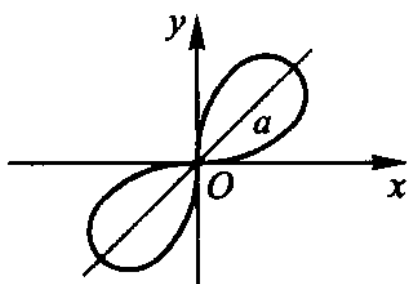


$$r = a(1 + \sin \theta)$$

③ 双扭线

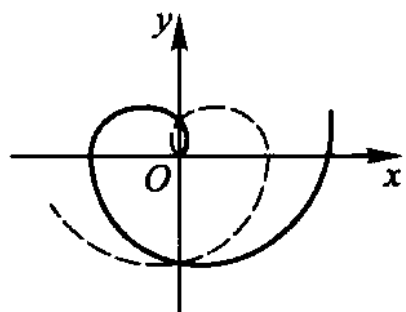


$$r^2 = a^2 \cos 2\theta$$

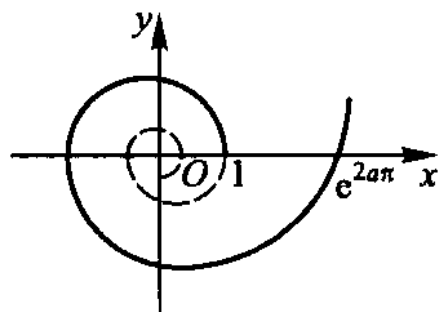


$$r^2 = a^2 \sin 2\theta$$

④ 螺线



$$r = a\theta$$



$$r = e^{a\theta}$$