

高考模拟自测题及近三年高考试题丛书

〔理工农医类〕

数学 物理 化学

赵 康 叶九成 杨玉文等 编著

书目文献出版社

0-44

9088671

<3>

号881字登珠(京)

高考模拟自测题及近三年高考试题丛书
(理工农医类)

数学·物理·化学

赵康 叶九成 杨玉文 毛又德 等编著

徐州师院图书馆

书目文献出版社



22257701

(京)新登字189号

图书在版编目 (CIP) 数据

高考模拟自测题及近三年高考试题丛书: 数学·物理·化学分册 / 赵康等
编著. —北京: 书目文献出版社, 1994

ISBN7-5013-1144-7

I. 高… II. 赵… III. ①数学—高中—升学考试—试题—汇编 ②物理—
高中—升学考试—试题—汇编 ③化学—高中—升学考试—试题—汇编 IV. G634

高考模拟自测题及近三年高考试题丛书
(理工农医类)

数学·物理·化学

赵 康 叶九成 杨玉文 毛又德等编著

书目文献出版社

(北京文津街七号)

北京顺义牛富屯印刷厂排版 涿州新华印刷厂印刷

书目文献出版社发行 新华书店经销

787×1092毫米 16开 13.625印张 280千字

1994年5月北京第1版 1994年5月北京第1次印刷

印数: 1 — 2000册

ISBN 7-5013-1144-7

G·313 定价: 12.00元

编 委 会

主编
编委

刘家桢	高恩全		
王景尧	刘家桢	田 心	叶九成
曲 妍	李振兴	赵 康	陈家骏
陈 静	周长生	杨玉文	赵锡山
高恩全	缪志浩		



前 言

本丛书是为了帮助广大高中学生提高总复习效果,提高参加高考的应试能力而编写的。

本丛书根据教学大纲、现行教材,并针对广大师生的实际需要而精心编著。

本丛书共分三个分册:《英语》分册,文史类的《语文·数学·历史》分册、理工农医类的《数学·物理·化学》分册。

每分册都由模拟试题、区模拟试题及近三年高考试题三部分组成的。

模拟试题是由北京市一些高等院校、重点中学及长期在高三把关的教授、特级教师、高级教师编写的。这些专家和优秀教师对于高考的信息较为了解,对考试大纲的领会较为深刻,因此他们编写的模拟题针对性强,贴切考试精神,可供考生练习和复习参考,也可作考前的热身训练。

区模拟自测题是来自部分城区教研中心的模拟试题选萃。它的特点是既注重考查基础知识,又重视考查能力水平。覆盖面广,难易适度,题型多样、灵活且富有思考性,有助于读者巩固知识,掌握规律,学会解题方法,从而扎实、稳步地提高总复习水平和应试能力。

汇集近三年高考试题的目的在于使读者从考试命题的发展趋势,吃透精神,把握住复习方向,掌握住重点和难点,对高考复习有积极的导向作用。

参加编写的还有赵龙华、毛又德、刘瑛、王景尧、冯松岩、赵瑞、张伟、陈杏菊、黄淑玲等。

本丛书及时地为高中毕业生提供了大量的试题信息,她是高中学生的良师益友。不足之处,望读者批评指正。

编 者

94.2

目 录

一 数学部分	(1)
(一) 北京市重点中学高考理科数学模拟自测题及 答案	(1)
第一份高考理科数学模拟自测题	(1)
参考答案	(3)
第二份高考理科数学模拟自测题	(5)
参考答案	(7)
第三份高考理科数学模拟自测题	(10)
参考答案	(12)
(二) 北京市区高考理科数学模拟自测题及 答案	(18)
海淀区高考理科数学模拟自测题精选	(18)
参考答案	(23)
西城区高考理科数学模拟自测题精选	(27)
参考答案	(30)
东城区高考理科数学模拟自测题精选	(33)
参考答案	(36)
(三) 近三年高考试题及答案	(37)
1991年普通高等学校招生全国统一考试数学试题	(37)
参考答案	(40)
1992年普通高等学校招生全国统一考试数学试题	(45)
参考答案	(47)
1993年普通高等学校招生全国统一考试数学试题	(52)
参考答案	(55)
二 物理部分	(62)
(一) 北京市重点中学高考理科物理模拟自测题及 答案	(62)
第一份高考理科物理模拟自测题	(62)
参考答案	(67)
第二份高考理科物理模拟自测题	(68)
参考答案	(74)
第三份高考理科物理模拟自测题	(76)
参考答案	(83)
(二) 北京市区高考物理模拟自测题及 答案	(84)
海淀区高考物理模拟自测题精选	(84)
参考答案	(94)

西城区高考物理模拟自测题精选	(97)
参考答案	(102)
东城区高考物理模拟自测题精选	(103)
参考答案	(107)
(三) 近三年高考物理试题及答案	(109)
1991年普通高等学校招生全国统一考试物理试题	(109)
参考答案	(116)
1992年普通高等学校招生全国统一考试物理试题	(119)
参考答案	(124)
1993年普通高等学校招生全国统一考试物理试题	(126)
参考答案	(132)
三 化学部分	(137)
(一) 北京市重点学校高考化学模拟自测题及答案	(137)
第一份高考化学模拟自测题	(137)
参考答案	(141)
第二份高考化学模拟自测题	(142)
参考答案	(146)
第三份高考化学模拟自测题	(148)
参考答案	(152)
(二) 北京市区高考化学模拟自测题及答案	(154)
海淀区高考化学模拟自测题精选	(154)
参考答案	(166)
西城区高考化学模拟自测题精选	(169)
参考答案	(174)
东城区高考化学模拟自测题精选	(176)
参考答案	(182)
(三) 近三年高考化学试题及答案	(183)
1991年普通高等学校招生全国统一考试化学试题	(183)
参考答案	(190)
1992年普通高等学校招生全国统一考试化学试题	(193)
参考答案	(198)
1993年普通高等学校招生全国统一考试化学试题	(200)
参考答案	(207)

一 数学部分

(一)北京市重点中学高考理科数学模拟自测题及答案

第一份高考理科数学模拟自测题

一、选择题：本大题共18个小题，每小题3分，共54分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。把所选项前的字母填在题后括号内。

(1) 设 $f(x) = a\sin x + b\lg x + c\lg x + 5$, 其中 a, b 是常数。若 $f(-9) = -17$, 则 $f(9)$ 的值是

- (A) 17 (B) 27 (C) 22 (D) 12

(2) 已知实数 a 和 b 满足 $0 < a < 1 < b$, 则下列关系成立的是

(A) $\log_a b > (\log_a b)^2 > \log_a b^2$

(B) $(\log_a b)^2 > \log_a b > \log_a b^2$

(C) $(\log_a b)^2 > \log_a b^2 > \log_a b$

(D) $\log_a b^2 > \log_a b > (\log_a b)^2$

(3) 设 $n \in \mathbb{Z}$, 则复数 $(\sqrt{3} + i)^n$ 是实数的充分非必要条件是

(A) $n = 3k$ ($k \in \mathbb{Z}$) (B) $n = 6k$ ($k \in \mathbb{Z}$)

(C) $n = 9k$ ($k \in \mathbb{Z}$) (D) $n = 12k$ ($k \in \mathbb{Z}$)

(4) 直线 l 和 l 外一点 A , 过 A 点且与 l 相切圆的圆心的轨迹为

- (A) 直线 (B) 椭圆 (C) 双曲线 (D) 抛物线

(5) 若方程 $\frac{x^2}{m-5} - \frac{y^2}{3-m} = -1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 则 m 的取值范围是

- (A) $m > 3$ (B) $3 < m < 5$ (C) $m < 3$ (D) $m > 5$

(6) 二次方程 $z^2 - 2z + i = 0$ 的根的情况是

(A) 有两个不等实根

(B) 有一对共轭虚根

(C) 有一个实根和一个虚根

(D) 有两个不等虚根

(7) 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 那么“ $f(a)f(b) < 0$ ”是“ $b^2 - 4ac \geq 0$ ”

(A) 充分非必要条件

(B) 必要非充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既非充分又非必要条件

(8) $|m|$ 为小于3的实数, 曲线 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 和曲线 $\frac{x^2}{25-m^2} + \frac{y^2}{9-m^2} = 1$ 必定有 ()

- (A) 相同的准线 (B) 相同的顶点
(C) 相同的焦距 (D) 相同的离心率

(9) 若将坐标系平移, 使原坐标系下曲线 $y = f(x)$ 上一点 $P(1, 0)$ 变为 $P'(2, 0)$, 则此曲线在新坐标下的方程是 ()

- (A) $y' = f(x' - 1)$ (B) $y' = f(x') - 1$
(C) $y' = f(x' + 1)$ (D) $y' = f(x') + 1$

(10) 若 $\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha = 1$, 则 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值是 ()

- (A) 1 (B) -1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

(11) 函数 $y = \sin x (x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}])$ 的反函数是 ()

- (A) $y = \arcsin x$ (B) $y = \pi - \arcsin x$
(C) $y = \pi + \arcsin x$ (D) $y = \frac{\pi}{2} + \arcsin x$

(12) 如果等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为1, 且 $a_1 + a_2 + \dots + a_{98} = 137$, 则 $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{98}$ 的值是 ()

- (A) 91 (B) 93 (C) 95 (D) 97

(13) 半径为 $5\sqrt{2}$ 的球面上有 A, B, C 三点, $AB = 6, BC = 8, CA = 10$, 则球心到 $\triangle ABC$ 所在平面的距离为 ()

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

(14) 在两个正数 a, b 之间插入5个数, 使它们成等比数列, 则这个数列的公比是 ()

- (A) $\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$ (B) $\sqrt[6]{\frac{a}{b}}$ (C) $\pm \sqrt[6]{\frac{b}{a}}$ (D) $\pm \sqrt[6]{\frac{a}{b}}$

(15) 五个人排成一列, 甲乙必须相邻且甲在乙的后面的排法数有 ()

- (A) P_5^5 (B) $\frac{1}{2}P_5^5$ (C) $\frac{1}{2}P_4^4$ (D) $C_2^2 P_3^3$

(16) 已知 $A = \{x | C_7^x \leq 21\}$, 则 A 的真子集的个数为 ()

- (A) 7 (B) 8 (C) 63 (D) 127

(17) 满足方程 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 1$ 的实数对 (x, y) 中, $\frac{y}{x-1}$ 的最小值是 ()

- (A) $\frac{15}{8}$ (B) $\frac{8}{15}$ (C) 2 (D) 3

(18) $(1 + \sqrt{3})^{100}$ 的展开式里, 既大于前一项, 又大于后一项的项是 ()

- (A) 第101项 (B) 第51项
(C) 第64项 (D) 第65项

二、填空题: 本大题共5小题; 每小题3分, 共15分. 把答案写在题中横线上.

(19) 若关于 x 的不等式 $m > |x-1| + |x+1|$ 的解集为非空数集, 则实数 m 的取值范围是_____.

(20) 函数 $y = |x^{\frac{2}{3}} - 1|$ 的单调递减区间是_____.

(21) 双曲线的两条渐近线为 $4x + 3y - 10 = 0$ 和 $4x - 3y + 2 = 0$, 一条准线方程为 $5x + 4 = 0$, 则双曲线的方程是_____.

(22) 直线 $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + \sqrt{2}t \\ y = \sqrt{2}t \end{cases}$ (t 是参数) 被抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 所截得的弦长为_____.

(23) 底面边长为 $6\sqrt{3}$ cm, 高为4cm的正三棱锥的内切球的体积是_____.

三、解答题: 本大题共5小题: 共51分. 解答应写出文字说明、演算步骤.

(24) (本小题满分9分)

已知 $\begin{cases} 1 - \cos\alpha - \cos\beta + \sin\alpha\cos\beta = 0 \\ 1 + \cos\alpha - \sin\beta + \sin\alpha\sin\beta = 0 \end{cases}$, 试求 $\sin\alpha$ 的值

(25) (本小题满分10分)

已知 $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$, 试用 a, b 表示不等式 $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_2(2^{x+1} - 2) < 2$ 的解集.

(26) (本小题满分10分)

已知二面角 $M-AB-N$ 为 45° , P 在平面 M 内, Q 在平面 N 内, PQ 在平面 N 内的射影在 QC 上, $C \in AB$, 又知 $\angle ACQ = \theta (0^\circ < \theta < 90^\circ)$, PQ 与平面 N 所成角为 φ , $PC = a$, 求线段 PQ 的长.

(27) (本小题满分10分)

设复平面内 $\triangle OAB$ 的顶点 A, B 分别对应于复数 α, β , O 是坐标原点, 且 α, β 满足 $(1-i)\alpha + \beta = 0, |\alpha - 3| = 1$, 试求 $\triangle OAB$ 的面积 S 的最大值与最小值.

(28) (本小题满分12分)

已知双曲线 $x^2 - 3y^2 = 3$ 的右焦点为 F , 右准线为 l , 以 F, l 为相应的焦点和准线的椭圆被直线 $y = kx + 3$ 所截得的弦恰好被 x 轴平分, 求实数 k 的取值范围.

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	B	B	D	D	C	D	A	C	A	A	B	B	B	C	D	C	A	D

二、(19) $m > 2$, (20) $(-\infty, -1], [0, 1]$

(21) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

(22) $4\sqrt{2}$

(23) $\frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$

三、(24) 由已知可得

$$\sin\beta = \frac{1 + \cos\alpha}{1 - \sin\alpha}, \quad \cos\beta = \frac{1 - \cos\alpha}{1 - \sin\alpha}$$

再由 $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$ 可得 $2 + 2\cos^2\alpha = 1 - 2\sin\alpha + \sin^2\alpha$,
化简得

$$3\sin^2\alpha - 2\sin\alpha - 3 = 0$$

$$\text{解得} \quad \sin\alpha = \frac{1 - \sqrt{10}}{3}$$

(25) 原不等式同解于

$$\log_2(2^x - 1) + \log_2(2^x - 1) - 2 < 0,$$

$$\text{解得} \quad -2 < \log_2(2^x - 1) < 1, \quad \frac{5}{4} < 2^x < 3,$$

$$\therefore \log_2 5 - 2 < x < \log_2 3$$

原不等式的解集是 $\{x | b - 2 < x < a\}$.

(26) 作 $PO \perp$ 平面 N 于 O , 作 $OD \perp AB$ 于 D , 连 PD , 则 $\angle PDO = 45^\circ$.

$$\because PO = PQ \sin \varphi, \quad PO = OD, \quad OD = CO \sin \theta, \quad PO^2 + CO^2 = a^2,$$

$$\therefore PQ^2 = \frac{a^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \varphi (1 + \sin^2 \theta)}, \quad PQ = \frac{a \sin \theta}{\sin \varphi \sqrt{1 + \sin^2 \theta}}$$

(27) 由 $(1 - i)\alpha + \beta = 0$ 得

$$\frac{\beta}{\alpha} = i - 1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$$

$$\therefore \angle AOB = \frac{3\pi}{4}, \quad |\beta| = \sqrt{2} |\alpha|$$

又由 $|\alpha - 3| = 1$ 可设 $\alpha = 3 + \cos\theta + i\sin\theta$, 故

$$|\alpha|^2 = (3 + \cos\theta)^2 + \sin^2\theta = 10 + 6\cos\theta$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} |\alpha| \cdot |\beta| \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{2} |\alpha|^2$$

$$= 5 + 3\cos\theta$$

当 $\cos\theta = 1$ 时, S 有最大值 8; 当 $\cos\theta = -1$ 时, S 有最小值 2.

(28) 由双曲线方程可得: $a^2 = 3, b^2 = 1$, 故 $F(2, 0)$, $l: x = \frac{3}{2}$

设符合题意的椭圆的离心率为 $e (0 < e < 1)$, 其上任一点 $P(x, y)$ 满足

$$\frac{\sqrt{(x-2)^2 + y^2}}{|x - \frac{3}{2}|} = e$$

化简, 得

$$(1 - e^2)x^2 + (3e^2 - 4)x + y^2 + 4 - \frac{9}{4}e^2 = 0$$

椭圆的中心为 $O'(\frac{3e^2 - 4}{2e^2 - 2}, 0)$

由椭圆对称性, 直线 $y = kx + 3$ 应通过 O' 点, 故 $k \cdot \frac{3e^2 - 4}{2e^2 - 2} + 3 = 0$

由此得 $e^2 = \frac{4k+6}{3k+6}$ ($k \neq -2$)

$\therefore 0 < e^2 < 1$,

$\therefore 0 < \frac{4k+6}{3k+6} < 1$ 解得 $-\frac{3}{2} < k < 0$

第二份高考理科数学模拟自测题

一、选择题：本大题共12小题，每小题3分，共36分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后括号内

1. 若 A, B 是两个非空集合，且 $A \subset B$, I 为全集，则下列选项中表示空集的是 ()
 (A) $A \cap B$; (B) $\overline{A} \cap B$; (C) $\overline{A} \cap \overline{B}$; (D) $A \cap \overline{B}$.

2. 点 A 分有向线段 $\overline{BC}$ 的比为 2，下列结论中错误的是 ()

(A) 点 A 分 $\overline{CB}$ 的比为 -2 ; (B) 点 C 分 $\overline{AC}$ 的比为 $-\frac{2}{3}$;

(C) 点 C 分 $\overline{AB}$ 的比为 $-\frac{1}{3}$; (D) 点 C 分 $\overline{BA}$ 的比为 -3 .

3. 如图为 4 个指数函数的图象，① $y=a^x$ ② $y=b^x$ ③ $y=c^x$ ④ $y=d^x$ ，则 a, b, c, d 的大小关系是 ()

(A) $a < b < c < d$;

(B) $b < a < c < d$;

(C) $a < b < d < c$;

(D) $b < a < d < c$.

4. 圆锥侧面展开图是半径为 10cm，圆心角为 216° 的扇形，则此圆锥的轴截面面积是 ()

(A) 48cm^2 ; (B) 30cm^2 ; (C) 50cm^2 ; (D) 40cm^2 .

5. 某小组有 10 位同学，男女各半，现从中选 4 人组成宣传组，并规定宣传组必须有男、女成员，那么推选的种数是 ()

(A) 210; (B) 200; (C) 150; (D) 100.

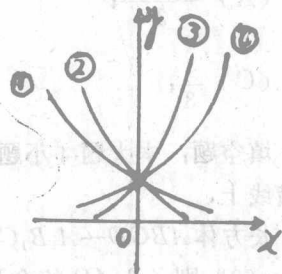
6. 若 $z \neq \pm 1$ ，而 $|z|=1$ ，则 $\frac{z-1}{z+1}$ 是 ()

(A) 实数; (B) 整数; (C) 虚数; (D) 纯虚数.

7. 把函数 $y = \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$ 的图象经过变化得到 $y = -2 \sin 2x$ ，这个变化是 ()

(A) 沿 x 轴方向向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位; (B) 沿 x 轴方向向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位;

(C) 沿 x 轴方向向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位; (D) 沿 x 轴方向向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位.



8. $a(a-b) < 0$ 是 $\frac{b}{a} > 1$ 成立的 ()

- (A) 充分不必要条件; (B) 必要不充分条件;
(C) 充分必要条件; (D) 既不充分又不必要条件.

9. 与圆 $x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$ 相切且在 x, y 轴上截距相等的直线共有 ()

- (A) 3条; (B) 4条; (C) 5条; (D) 6条.

10. 椭圆 $\rho = \frac{8}{3 - \cos\theta}$ 的焦距是 ()

- (A) $\frac{8}{3}$; (B) 2; (C) $\frac{2}{3}$; (D) 1.

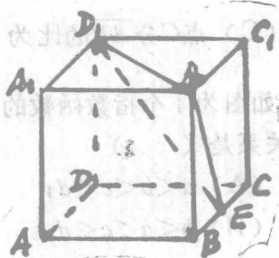
11. 三角方程 $4\sin^2 x + 4\sqrt{3}\cos x - 7 = 0$ 的解集是 ()

- (A) $\{x | x = k\pi + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$ (B) $\{x | x = k\pi + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$;

- (C) $\{x | x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$; (D) $\{x | x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$.

12. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 如果 E 是 BC 的中点, 那么平面 B_1D_1E 与平面 $ABCD$ 所成二面角的正弦值是 ()

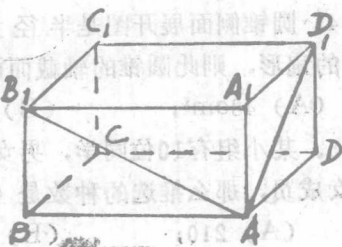
- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; (B) 1;
(C) $\frac{1}{3}$; (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.



二、填空题: 本大题 4 小题, 共 12 分, 把答案填在题中横线上.

13. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle BAB_1 = 45^\circ$, $\angle DAD_1 = 60^\circ$, 则 $\angle B_1AD_1$ 的余弦值是 _____.

14. 设 $\theta = \arcsin(\frac{1}{8} - x - x^2)$, 则 θ 的取值范围是 _____.



15. 设 $t = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $n \in \mathbb{N}$ 则 $C_n^0 - C_n^1 t(t-1) + C_n^2 t^2(t-1)^2 + \dots + (-1)^n C_n^n t^n(t-1)^n$

$+ \dots + (-1)^n C_n^n t^n(t-1)^n =$ _____.

16. 设直线 $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 4-t \end{cases}$ 与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于相异的两点, 则这两点到点 $A(2, 4)$ 距离之和等于 _____.

三、解答题: 本题共 8 小题计 72 分, 解答题应写出文字说明运算步骤.

17. (本题满分 8 分)

已知: $A = \{x | \sqrt{x-1} \leq 3-x\}$, $B = \{x | x^2 - (a+1)x + a \leq 0\}$, 且 $A \subset B$, 求 a 的取值范围.

18. (本题满分 8 分)

已知 $\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha} = -2$, 求 $|\sin\alpha - \cos\alpha|$ 的值.

19. (本题满分 8 分)

设 S_n 表示等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和, 且 $S_9 = 18$, $S_{15} = 240$, 若 $a_{n-4} = 30$ ($n > 9$), 求 n 的值.

20. (本题满分 8 分)

在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 底面是边长为 a 的正三角形, AA' 与 AB , AC 所成的角均为 60° , 且 $AA' = BA' = CA'$

求: (1) 棱柱的侧面积;

(2) 棱柱的体积.

21. (本题满分 10 分)

已知: 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + a)$ 在区间 $(-\infty, \sqrt{2})$ 上是增函数, 求 a 的取值范围.

22. (本题满分 10 分)

$\triangle ABC$ 的三条边 AB , BC , CA 的长依次为 2, 3, 4, D 是以 $\triangle ABC$ 的外接圆为大圆的球面上的一点, 若 D 到 A , B , C 的距离都相等, 则三棱锥 $D-ABC$ 的体积是多少?

23. (本题满分 10 分)

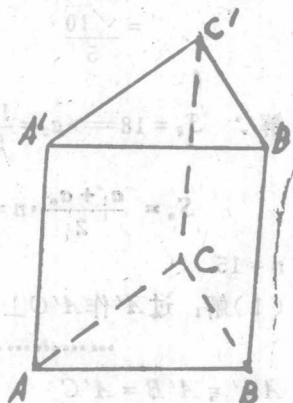
已知数列 $\{a_n\}$, $a_n > 0$, ($n \in N$) 它的前 n 项的和记为 S_n , 如果 $\{a_n\}$ 是一个首项为 a , 公比为 q ($q > 0$) 的等比数列, 且 $G_n = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$ ($n \in N$) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{G_n}$.

24. (本题满分 10 分)

已知椭圆的一个焦点和一条准线与抛物线 $y^2 = 8(x+2)$ 的焦点和准线分别重合

(1) 求椭圆短轴端点的轨迹 C ;

(2) 过点 $A(-4, 0)$, 斜率为 k 的直线 l 与 C 交于第一象限内的两点 P , Q , 定点 $B(0, 8)$ 与 PQ 的中点 M 的连线交 x 轴于点 N , 若点 N 位于点 A 左侧, 求出 k 的取值范围.



参考答案

一、选择题 (每小题 3 分) 共 36 分

1. D 2. A 3. D 4. A 5. C 6. D 7. D
8. C 9. A 10. B 11. C 12. A

二、填空题: (每小题 3 分共 12 分)

13. $\angle B_1AD_1$ 的余弦值是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

14. $\left[-\frac{\pi}{2}, \arcsin \frac{3}{8}\right]$

15. 2^n 16. $12\sqrt{2}$

三、解答题

17. 解: $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 4分
 $a > 2$ 8分

18. 解: $\because \frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha} = 2 \therefore \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} = 2$ 即 $\frac{1+\sin 2\alpha}{1-\sin 2\alpha} = 4$ 2分

解得 $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ 4分

$\therefore |\sin\alpha - \cos\alpha| = \sqrt{(\sin\alpha - \cos\alpha)^2}$ 6分
 $= \frac{\sqrt{10}}{5}$ 8分

13. 解: $S_5 = 18 \Rightarrow a_5 = \frac{18}{5}$ 2分

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_{n-4} + a_5}{2} n$ 6分

$\therefore n = 15$ 8分

20. (1) 解: 过 A' 作 $A'O \perp$ 平面 ABC , 垂足为 O
..... 1分

$\because AA' = A'B = A'C$

$\therefore O$ 是正三角形 ABC 的中心

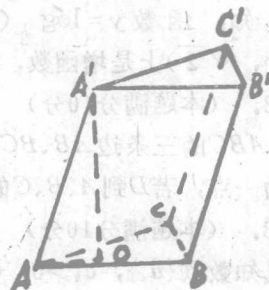
$\therefore AO \perp BC$

由三垂线定理可知 $AA' \perp BC$

$\therefore BCC'B'$ 为矩形 4分

$\therefore S_{BCC'B'} = a^2$ 5分

$S_{\text{菱形} A'ABB'} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ $S_{\text{侧}} = a^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ 6分



(2) $AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$ 在 $\text{Rt} \triangle A'OA$ 中, $A'O = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} a\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$

$\therefore V = S \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} a = \frac{\sqrt{2}}{4} a^3$ 8分

21. 解: $\because y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + a)$ 在区间 $(-\infty, \sqrt{2})$ 上是增函数

$\therefore u = x^2 - ax + a$ 在区间 $(-\infty, \sqrt{2})$ 上是减函数

且 $u = x^2 - ax + a > 0$ $u = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{4a - a^2}{4}$ 1分

根据题意, 有 $\begin{cases} \frac{a}{2} \geq \sqrt{2} \\ u(\sqrt{2}) \geq 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a \geq 2\sqrt{2} \\ 2 - \sqrt{2}a + a \geq 0 \end{cases}$ 8分

$\therefore a$ 的取值范围是 $[2\sqrt{2}, 2(\sqrt{2} + 1)]$ 10分

22. 解: 由题设, D 是 $\triangle ABC$ 的外心 2分

设 三棱锥 $D-ABC$ 的高是 h $\therefore V_{D-ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot h$

$h = 1$ (球半径) 5分

$$V_{D-ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot R = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{4}{2} R \cdot R = 2 \quad \dots\dots\dots 8分$$

$$= 2 \quad \dots\dots\dots 10分$$

23. 解: (1) $q = 1$ 时, $S_n = na$, $G_n = na^2$,

$\therefore a > 0 \quad \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{G_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na}{na^2} = \frac{1}{a} \quad \dots\dots\dots 2分$

当 $0 < q < 1$ 时 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1-q} \lim_{n \rightarrow \infty} G_n = \frac{a^2}{1-q^2}$

$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{G_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} S_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} G_n} = \frac{1+q}{a} \quad \dots\dots\dots 5分$

当 $q > 1$ 时 $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} \quad G_n = \frac{a^2(1-q^{2n})}{1-q^2} \quad \therefore \frac{S_n}{G_n} = \frac{1+q}{a(1+q^n)}$

$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{G_n} = \frac{1+q}{a} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1+q^n} = 0 \quad \dots\dots\dots 9分$

综上 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{G_n} = \begin{cases} \frac{1+q}{a} & (0 < q < 1) \\ \frac{1}{a} & (q = 1) \\ 0 & (q > 1) \end{cases} \quad \dots\dots\dots 10分$

24. 解: (1) $y^2 = 8(x+2)$ 顶点 $(-2, 0)$ 焦点 $(0, 0)$ 准线 $x = -4$ 2分

设椭圆短轴端点 $T(x, y)$, 由椭圆定义得

$$\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x+4} = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

整理得抛物线 $y^2 = 4x (x > 0)$ 和椭圆 $(x+1)^2 + \frac{y^2}{2} = 1 (-2 \leq x < 0)$ 为所求轨迹 C

..... 4分

(2) 设 $l: y = k(x+4) (k > 0)$

由 $\begin{cases} y = k(x+4) \\ y^2 = 4x \end{cases}$ 得 $k^2 x^2 + (8k-4)x + 16k^2 = 0$

由 $\Delta = -64k^2 + 16 > 0$ 且 $k > 0 \quad \therefore k \in (0, \frac{1}{2}) \quad \dots\dots\dots 6分$

设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ PQ 中点 $M(x_0, y_0)$

则 $\begin{cases} x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2-4k^2}{k^2} \\ y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = k(x_0 + 4) = \frac{2}{k} \end{cases} \quad \dots\dots\dots 8分$

$\therefore BM$ 的方程 $\frac{y-8}{\frac{2}{k}-8} = \frac{x}{\frac{2}{k^2}-4}$

令 $y = 0$ 得 $x_N = \frac{-8(2k^2-1)}{k(4k-1)}$

若点 A 位于点 N 的左侧

$$\therefore x_N < -4 \quad \text{且} \quad 0 < k < \frac{1}{2} \quad \text{解得} \quad 0 < k < \frac{1}{4} \quad \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

第三份高考理科数学模拟自测题

一、选择题：本大题共18小题，每小题3分，共54分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。

(1) 满足关系 $\{a, b\} \subseteq M \subseteq \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 M 的个数是 ()

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

(2) 若函数 $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$ 其中 $x \neq -\frac{3}{2}$ ，且 $f[f(x)] = x$ ，则 c 的值是 ()

- (A) -3 (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 3

(3) 设 $f(x)$ 是 R 上的奇函数，且当 $x \in [0, +\infty)$ 时

$f(x) = x(1 + \sqrt[3]{x})$ ，那么，当 $x \in (-\infty, 0)$ 时， $f(x)$ 的表达式是 ()

- (A) $x(1 - \sqrt[3]{x})$ (B) $-x(1 - \sqrt[3]{x})$
(C) $x(1 + \sqrt[3]{x})$ (D) $-x(1 + \sqrt[3]{x})$

(4) 已知 $f(e^x) = x^2 - 2x + 3$ ，则 $f(x)$ 的最小值是 ()

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

(5) 函数 $y = \log_x(-2x^2 + 5x - 2)$ 是增函数的区间是 ()

- (A) $(1, \frac{5}{4}]$ (B) $(\frac{1}{2}, 1)$ (C) $(\frac{1}{2}, \frac{5}{4})$ (D) $[\frac{5}{4}, 2)$

(6) 等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_p = q$ ， $a_q = p$ ， $p \neq q$ ，则前 $p+q$ 项的和 S_{p+q} 的值是 ()

- (A) $\frac{1}{2}(p+q)(p-q-1)$ (B) $\frac{1}{2}(p+q)(p+q+1)$
(C) $\frac{1}{2}(p+q)(p-q+1)$ (D) $\frac{1}{2}(p+q)(p+q-1)$

(7) 复数 $(\frac{2+2i}{1-\sqrt{3}i})^8$ 的值是 ()

- (A) $-16 + 16\sqrt{3}i$ (B) $-16 - 16\sqrt{3}i$
(C) $-8 + 8\sqrt{3}i$ (D) $-8 - 8\sqrt{3}i$

(8) 用数字 0, 2, 5, 7, 9 可以组成能被 3 整除且数字不重复的四位数的个数是 ()

- (A) 24 (B) 120 (C) 18 (D) 32

(9) 化简 $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ 的值是 ()