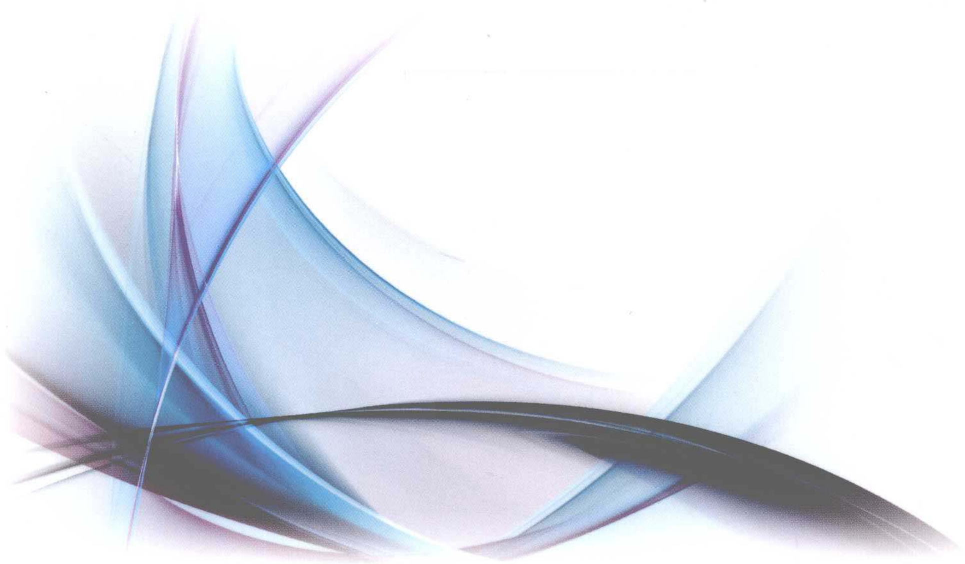

大学物理学

（下册）

UNIVERSITY PHYSICS

主　编　吴志颖
副主编　滕　香

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是根据2010年教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，结合多年的教学实践编写而成的。全书共六篇，分上、下两册，涵盖了《教学基本要求》中的全部A类要求的内容和部分B类要求的内容。上册包括力学、振动和波、热学三篇；下册包括电磁学、光学、近代物理基础三篇。

本书具有注重基础理论知识、突出课程的系统性和应用性、强化思维训练等方面的特点，可作为高等学校理工科各专业的大学物理课程的教材，也可供其他相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 下册/吴志颖主编. —北京:高等教育出版社,2012.9

ISBN 978-7-04-035902-2

Ⅰ.①大… Ⅱ.①吴… Ⅲ.①物理学-高等学校-教材 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第173524号

策划编辑 马天魁　责任编辑 马天魁　封面设计 于 涛　版式设计 余 杨
责任校对 刘 莉　责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街4号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	涿州市星河印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×960mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	20.75	版　　次	2012年9月第1版
字　　数	370千字	印　　次	2012年12月第2次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	32.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　35902-00

目　录

第四篇　电　磁　学

第五篇 光 学

第六篇　近代物理基础

第四篇

电磁学

电磁运动是物质运动的一种最基本的形式，电磁学主要是研究电荷、电场与磁场的基本性质和基本规律及其相互联系的科学。

电磁学源于人类的生产运动，并随着生产的发展而逐步完善起来。早在我国汉朝就有“琥珀拾芥”的记载，我国是最早发明指南针的国家。然而人类对于电磁现象系统的研究，却是近几百年来的事情。最早对电现象的定量研究是在1785年，由法国物理学家库仑(Coulomb)从实验中总结出两个点电荷的相互作用力的定律，这是静电学的第一个基本定律。19世纪，随着生产的迅速发展，1819年奥斯特(Oersted)发现电流的磁效应后，人们才结束了对电现象和磁现象分别孤立研究的状态。1831年，法拉第(Faraday)发现了电磁感应现象及其规律，使人们对电磁现象的内在联系有了进一步认识。1865年，麦克斯韦(Maxwell)在前人工作的基础上，提出了感应电场和位移电流的假说，同时以其深刻的物理思想，高超的数学技巧，系统地把电磁学规律归纳成对变化电磁场也适用的方程组，并由此预言了电磁波的存在，同时建立了光的电磁理论。1887年，德国的物理学家赫兹(Hertz)利用巧妙的实验发现了电磁波，这些发现为电磁波应用与通信技术开辟了道路。一个多世纪以来，人类社会的进步、生产效率的提高都和电磁学的发展有着不可分割的关系。直到今天，电磁学理论仍然是现代应用技术的基础。

本篇主要讲述宏观电磁学的基本规律，分为真空中的静电场(第八章)、静电场中的导体和电介质(第九章)、恒定磁场(第十章)与电磁感应和电磁场(第十一章)共四章。在本篇中，读者将对电磁理论的基本概念、基本理论及电与磁的关系有一较为系统的认识，并且领略到在不同的惯性系中电磁场分布的变化。

第八章　真空中的静电场

静电除尘是静电的应用之一，是人们公认的高效可靠的除尘技术。以煤作燃料的工厂、电站，每天排出的烟气带走大量的煤粉，不仅浪费燃料，而且严重地污染环境。利用静电除尘可以消除烟气中的煤粉，图 8-1 是静电除尘器的原理示意图。除尘器由金属管 A 和悬挂在管中的金属丝 B 组成，A 接到高压电源的正极，B 接到高压电源的负极，它们之间有很强的电场，而且距离 B 越近，场强越大。B 附近的空气分子被强电场电离，成为电子和正离子，正离子被吸到 B 上，得到电子，又成为分子。电子在向着正极运动的过程中，遇到烟气中的煤粉，使煤粉带负电，吸附到正极 A 上，最后在重力的作用下落入下面的漏斗中。静电除尘用于粉尘较多的各种场所，除去有害的微粒，或者回收物资等。

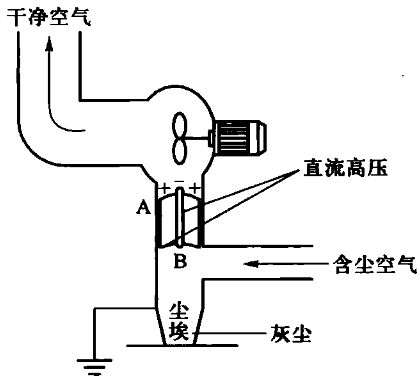

图 8-1　静电除尘器的原理

相对于观察者静止的电荷产生的电场称为静电场。静电场主要有以下两个性质：① 静电场对处于其中的电荷有力的作用；② 当电荷在电场中移动时，电场对电荷的作用力要做功。本章将研究真空中静电场的基本性质和基本规律，从静电场对处于其中的电荷有力的作用这一性质入手，引入**描述静电场强弱和方向的物理量——电场强度**；从电荷在电场中移动时电场力对电荷做功这一性质出发，引入**反映电场能的性质的物理量——电势**；同时，讲解反映电场性质的场强叠加原理、高斯定理和环流定理，并讨论场强和电势两物理量之间的关系。

§8.1　电荷　库仑定律

8.1.1　电荷

电荷是物质的一种属性。大家知道，用丝绸或毛皮摩擦过的玻璃、塑料、硬橡胶等都能吸引轻小物体，这表明它们在摩擦后进入一种特别的状态。我们把

处于这种状态的物体叫做**带电体**，并说它们带有电荷。**使物体带电称为起电**，用**摩擦的方法使物体带电称为摩擦起电**。人们现在认识到电荷的基本性质有以下几方面。

1. 电荷的种类

大量实验表明，自然界的电荷只有两种，一种和与丝绢摩擦过的玻璃棒带的电荷相同，叫**正电荷**；另一种和与毛皮摩擦过的橡胶棒带的电荷相同，叫**负电荷**。同种电荷相互排斥，异种电荷相互吸引。现在已经知道，宏观物体都是由分子、原子组成的，任何化学元素的原子，从微观上看都含有一个带有正电荷的原子核和若干带有负电荷的电子。在正常状态下，原子里电子所带的负电荷和原子核所带的正电荷相等，原子呈电中性。不同原子束缚其外围电子的能力是不同的，对电子束缚弱的原子易失去电子而变成正离子，对电子束缚强的原子易得到电子而变成负离子，这种现象称为**电离**。

2. 电荷的量子化

电荷的另一重要特性是它的量子化。**电荷的大小称为电荷量**，单位是库仑，用 C 表示。需要强调的是，在国际单位制中，库仑是一个导出单位，而基本单位是电流单位——安培，用 A 表示。它们的关系是 1 C=1 A·s，即 1 C 等于 1 A 的电流在 1 s 内流过某截面的电荷量。

1897 年，英国的物理学家汤姆孙(Thomson)发现了电子。电子是目前实验观测到的带有最小负电荷的粒子，其电荷量的近代测量值为 $e=1.602\,176\,565\times 10^{-19}$ C。

任意带电体的电荷量都是电子电荷量 e 的整数倍，即 e 是电荷量的一个基本单元。当带电体的电荷量发生变化时，它只能按 e 的整数倍改变，不能作连续的任意改变。这种**电荷量只能一份一份地取分立的、不连续数值的性质**，称为**电荷的量子性**。

3. 电荷守恒定律

大家知道，在正常状态下，玻璃棒上不带电，丝绸上也不带电，当玻璃棒与丝绸摩擦之后玻璃棒带正电荷，是因为其上的一些电子转移到丝绸上去，从而玻璃棒因缺少了电子而带上了正电荷。与此同时，丝绸上因有等量的多余电子而带负电荷，但对于丝绸与玻璃棒所组成的系统，其电荷量的代数和仍为零。

也就是说，**对于一个封闭系统，不管在系统内发生什么样的物理变化过程，系统内电荷量的代数和保持不变**，这个结论称为**电荷守恒定律**。它是物理学中的一条基本定律，不仅适用于宏观现象，在微观领域中同样也是正确的。

需要指出，电荷量是一个相对论不变量。电荷量与其运动状态无关，也就是

说，在不同参考系中观测，同一带电粒子的电荷量不变。电荷的这一性质称为**电荷的相对论不变性。**

8.1.2 库仑定律

1. 点电荷

在研究带电体之间的相互作用时，有必要引入点电荷这一概念。因为，带电体和带电体之间会发生电力相互作用，此电力与电荷的正负、电荷量的多少、带电体之间的相对距离及它们的尺寸、形状等因素有关，非常复杂。为了简化问题，我们提出点电荷的概念。**一个形状和大小可以忽略不计的带电粒子或带电体称为点电荷。**在实际研究中，**如带电体本身的几何线度比起它到其他带电体的距离小得多时**，就可以把这些带电体看作**点电荷**。点电荷是带电体的理想模型，如同力学中的质点。

2. 库仑定律

1785 年，法国科学家库仑利用扭秤实验对静止电荷的相互作用力进行定量研究后，总结出真空中两个静止的点电荷间相互作用的基本规律，即**库仑定律**。它可表述为：**在真空中，两个静止点电荷之间的相互作用力与这两个电荷电荷量的乘积成正比，与它们之间的距离 r 的平方成反比，力的方向沿两点电荷的连线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。**其矢量表达式为

$$\boldsymbol{F}=k\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{8-1}$$

式中，q_1 和 q_2 分别表示两个点电荷的电荷量，$\boldsymbol{r}$ 表示两个点电荷之间的相对位矢，r 表示两个点电荷之间的距离，$\boldsymbol{e}_r$ 表示从电荷 q_2 指向电荷 q_1 的单位矢量，k 为比例常量，用 $\boldsymbol{F}$ 表示 q_2 对 q_1 的作用力，如图 8 - 2 所示。

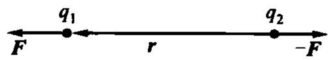

图 8 - 2 库仑定律

式(8 - 1)包含了库仑定律的所有内容，当两个点电荷 q_1 与 q_2 同号时，$\boldsymbol{F}$ 与 $\boldsymbol{e}_r$ 同方向，表明电荷 q_2 受 q_1 的斥力；当 q_1 与 q_2 反号时，$-\boldsymbol{F}$ 与 $\boldsymbol{e}_r$ 的方向相反，表示 q_2 受 q_1 的引力。

在国际单位制中，距离 r 用米(m)作单位，力 F 用牛顿(N)作单位，实验测定比例常量 k 的数值和单位为

$$k=8.988\,0\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}\approx9\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$$

为了以后的方便，令比例常量 k 为

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{8-2}$$

式中 ε_0 叫**真空介电常量**(又称**真空电容率**)，它的数值和单位为

$$\varepsilon_0=\frac{1}{4\pi k}=8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}}$$

把式(8-2)代入式(8-1)中，真空中库仑定律又可表示为

$$\boldsymbol{F}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{8-3}$$

8.1.3　静电力叠加原理

库仑定律只适用于两个点电荷之间的相互作用，但在许多情况下，常涉及两个以上点电荷的相互作用。实验表明，**当空间有两个以上点电荷存在的时候，其中每个点电荷所受的总静电力应等于所有其他点电荷单独作用的静电力的矢量和**，这就是**静电力的叠加原理**。

设一个由 n 个点电荷组成的点电荷系(图 8-3)，则 P 点处电荷量为 q 的点电荷受到其他点电荷作用的总静电力为

$$\boldsymbol{F}=\sum_i\boldsymbol{F}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i\frac{qq_i}{r_i^2}\boldsymbol{e}_{r_i} \tag{8-4}$$

式中 r_i 和 $\boldsymbol{e}_{r_i}$ 分别表示从点电荷 q_i 到点电荷 q 的距离和方向单位矢量。库仑定律与叠加原理相配合，原则上可以解决静电学的全部问题。

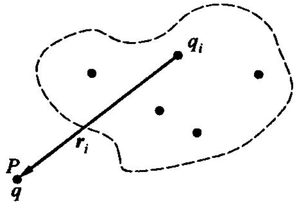

图 8-3　点电荷系

§8.2　电场强度

近代物理学的发展告诉我们：凡是有电荷的地方，四周就存在电场，**电场也是一种物质**。电场的基本性质是，**它对处在其中的任何电荷都有作用力**，这种力**称作电场力**。本节将讨论静电场的性质。为此，引入描述静电场强弱和方向的一个重要物理量——电场强度。

8.2.1　电场

关于电场力是如何通过真空从一个电荷作用于另一个电荷的，历史上曾经出现过两种观点。一种是超距作用观点，另一种是近距作用观点。超距作用观点认为，若真空中突然出现两个点电荷 q_1 和 q_2，它们之间会马上发生相互作用。而按照近距作用的观点，它们之间要经过一段时间才会发生相互作用。理论和实验都证明近距作用的观点是正确的，电力是通过一种中间物质来传递的，这种中间物质就**是电场**，如图 8-4 所示，在真空中它以光速 c 来

电荷 $\rightleftharpoons$ 电场 $\rightleftharpoons$ 电荷

图 8-4　电荷与电荷的相互作用

传递电力相互作用,故电力又称为**电场力**。**产生电场的电荷称为源电荷**。

8.2.2 电场强度

为了对电场进行定量描述,我们在电场中引入一个试验电荷 q_0,作为试验电荷应满足两个条件:其一,q_0的电荷量必须很小,小到对源电荷产生的电场分布的影响可以忽略不计;其二,q_0的几何尺寸也要很小,使其能精确地反映电场中各点的性质。综上所述,**试验电荷是一个电荷量很小的点电荷**。

实验指出,把试验电荷 q_0放在电场中不同点时,在一般情况下,q_0所受力的大小和方向是逐点不同的,但在电场中某给定点处改变试验电荷 q_0的电荷量值,发现 q_0所受力的方向不变,而力的大小改变了。当 q_0取各种不同量值时,所受力的大小与相应的 q_0值之比$\frac{F}{q_0}$却具有确定的量值。由此可见,比值$\frac{F}{q_0}$只与试验电荷 q_0所在点的电场性质有关,而与试验电荷 q_0的电荷量值无关,因此可以用比值$\frac{F}{q_0}$来描述电场。我们定义:**试验电荷 q_0在某场点处所受电场力 $\boldsymbol{F}$ 与 q_0的比值**,称为该点的**电场强度**,简称**场强**,场强是矢量,用 $\boldsymbol{E}$ 表示,即

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0} \tag{8-5}$$

如果取上式 $q_0=1\ \mathrm{C}$,则 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{F}/1\ \mathrm{C}$,即电场中某点的电场强度在量值上等于单位正电荷在该点所受到的电场力的大小,电场强度的方向就是正电荷在该点所受到的电场力的方向。

在国际单位制中,场强 $\boldsymbol{E}$ 的单位为牛顿每库仑($\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$),也可写成伏特每米($\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$)。

必须强调,电场是一个客观实体,与是否引入试验电荷无关,引入试验电荷的目的只是为了检验电场的存在和描述电场的性质。

8.2.3 电场强度的计算

1. 点电荷的电场强度

设点电荷的电荷量为 q,它在其周围产生电场,P 点是电场中的任意一点,它与 q 的距离为 r,如图 8-5 所示。为了计算场点 P 处的场强,取 q 所在的位置为原点 O,则 $OP=r$。

设想在场点 P 放一试验电荷 q_0,根据库仑定律,试验电荷 q_0所受的电场力为

$$\boldsymbol{F}=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r$$

图 8-5 点电荷的场强

式中 $\boldsymbol{e}_r$ 是沿 OP 方向的单位矢量。根据定义式(8－5)，P 点电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{8-6}$$

式(8－6)为点电荷的电场强度公式，它对于 $q>0$ 和 $q<0$ 两种情况都是适用的。当 $q>0$ 时，$\boldsymbol{E}$ 沿 $\boldsymbol{e}_r$ 方向，当 $q<0$ 时，$\boldsymbol{E}$ 沿 $\boldsymbol{e}_r$ 的反方向。

式(8－6)给出点电荷产生的电场中场强的分布。其特点是：

(1) $\boldsymbol{E}$ 的大小只与场点到场源电荷的距离 r 有关，即以场源电荷为球心的任一球面上各点的场强大小相等。

(2) $\boldsymbol{E}$ 的方向沿以场源电荷为中心的径矢($q>0$)或其反向($q<0$)，通常称这样的电场为球对称的。式(8－6)还表明，$\boldsymbol{E}$ 的大小与 r^2 成反比，当 $r\to\infty$ 时，$E\to 0$。所以，在距场源电荷很远处，可以认为场强为零。

2. 点电荷系的电场强度

如图 8－6 所示，若干点电荷构成一点电荷系，研究其在场点 P 处形成的场强情况。为此放一试验电荷 q_0 于 P 点，根据电场力叠加原理，其所受电场力为

$$\boldsymbol{F}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i$$

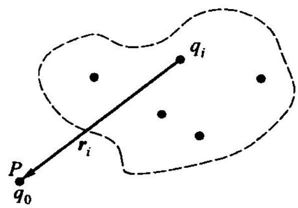

图 8－6　点电荷系的电场强度

式中 $\boldsymbol{F}_i$ 是点电荷系中第 i 个点电荷单独存在时受到的电场力。再按电场强度的定义有

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\boldsymbol{F}_i}{q_0}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i \tag{8-7}$$

式中 $\boldsymbol{E}_i=\dfrac{\boldsymbol{F}_i}{q_0}$ 是点电荷系中第 i 个点电荷单独存在时，在场点 P 处产生的电场强度。

式(8－7)表明：**点电荷系在某点产生的电场强度等于构成这个点电荷系的各个点电荷单独存在时在该点处产生的电场强度的矢量和**，这就是**电场强度的叠加原理**。从表面上看场强叠加原理似乎是电场力叠加原理的推论，但以场的观点来看，场强叠加原理是电场的一个基本性质，它比电力叠加原理更基本。

根据式(8－6)，可将式(8－7)写为

$$\boldsymbol{E}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\boldsymbol{e}_{r_i} \tag{8-8}$$

3. 连续带电体的电场强度

在讨论带电体周围的电场时，宏观上，可以认为电荷在带电体上是连续分布的，这样就可以把带电体分成无数个无限小的电荷元，每一个电荷元 $\mathrm{d}q$ 都可以

看作点电荷，电荷连续分布的带电体就可以看作无数个点电荷的集合。如图 8-7 所示，根据点电荷场强公式，可得到电荷元在空间某点 P 产生的电场强度为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r$$

式中的 $\boldsymbol{e}_r$ 表示电荷元 $\mathrm{d}q$ 指向场点 P 的单位矢量。那么整个带电体在 P 点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\int\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\boldsymbol{e}_r \qquad (8-9)$$

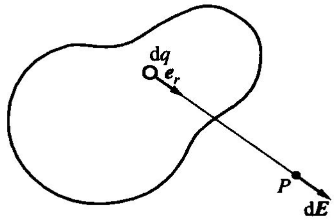

图 8-7 带电体的电场强度

由于带电体电荷的分布不同，我们引入电荷体密度 ρ、电荷面密度 σ、电荷线密度 λ 三个物理量。这样，电荷元 $\mathrm{d}q$ 就有三种不同的表达式：

$$\mathrm{d}q=\rho\mathrm{d}V,\quad \mathrm{d}q=\sigma\mathrm{d}S,\quad \mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l \qquad (8-10)$$

有了点电荷的场强公式和场强叠加原理，原则上从电荷分布求场强的问题已经解决。

例题 8-1 两个等量异号的点电荷 $+q$ 和 $-q$ 组成点电荷系，当它们之间的距离 l 比起所讨论的场点的距离小得多时，这一对点电荷系称为**电偶极子**。由负电荷 $-q$ 指向正电荷 $+q$ 的位矢 $\boldsymbol{l}$ 称为**电偶极子的轴**，$q\boldsymbol{l}$ 称为**电偶极矩**，简称**电矩**，用 $\boldsymbol{p}$ 表示，即 $\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}$。求电偶极子轴线 $\boldsymbol{l}$ 的延长线上任一点 A 和轴的中垂线上任一点 B 的场强。

解 (1) 求电偶极子轴延长线上的场强分布。如图 8-8(a)所示，建立直角坐标系，O 为电偶极子轴的中点，点电荷 $+q$ 和 $-q$ 在 A 点产生的场强的大小为

$$E_+=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(x-\frac{l}{2}\right)^2}$$

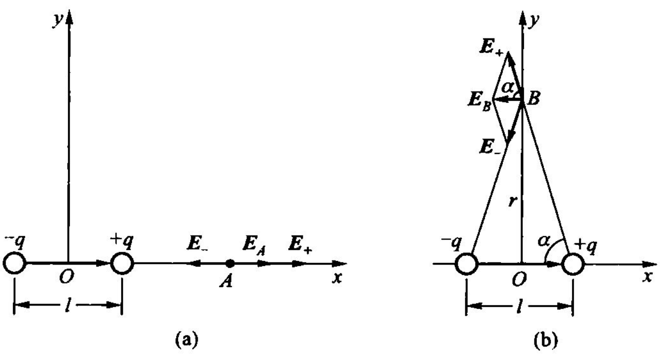

图 8-8 电偶极子的电场

$$E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(x+\frac{l}{2}\right)^2}$$

$\boldsymbol{E}_+$ 和 $\boldsymbol{E}_-$ 分别沿 x 轴正方向和负方向，故电偶极子在 A 点的总场强的大小为

$$E_A = E_+ - E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(x-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x+\frac{l}{2}\right)^2}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2lx}{\left(x^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}\right]$$

当 $x \gg l$ 时，$x^2 - \frac{l^2}{4} \approx x^2$，故

$$E_A = \frac{2ql}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$$

由于 $\boldsymbol{E}_A$ 沿 x 轴正向，与电偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 同向，所以，上式的矢量表达式为

$$\boldsymbol{E}_A = \frac{2\boldsymbol{p}}{4\pi\varepsilon_0 x^3} \tag{8-11}$$

（2）求电偶极子轴的中垂线上的场强分布。如图 8－8(b)所示，点电荷 $+q$ 和 $-q$ 在 B 点的场强大小为

$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(y^2+\frac{l^2}{4}\right)}$$

显然，电偶极子在 B 点的场强沿 x 轴负方向，即

$$E_B = -E_+\cos\alpha - E_-\cos\alpha = -2E_+\cos\alpha$$

因为 $\cos\alpha = \frac{l/2}{\left(y^2+\frac{l^2}{4}\right)^{1/2}}$，所以

$$E_B = -\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0\left(y^2+\frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} \tag{8-12a}$$

又由于 $y \gg l$，所以 $y^2 + \frac{l^2}{4} \approx y^2$，则

$$E_B = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{y^3} \tag{8-12b}$$

考虑到 $\boldsymbol{E}_B$ 的方向与电偶极子的电偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 的方向相反，上式的矢量形式为

$$\boldsymbol{E}_B = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boldsymbol{p}}{y^3} \tag{8-12c}$$

电偶极子是一个重要的物理模型，在后面章节研究电介质的极化时要用到。

例题 8-2 某均匀细杆，长度为 L，电荷量为 Q，电荷均匀地分布在细杆上，试求：

(1) 杆延长线上距杆的端点为 a 处的 A 点的场强；

(2) 杆中垂线上距杆中心为 b 处的 B 点的场强。

解 建立如图 8-9 所示坐标系，电荷线密度 $\lambda=\dfrac{Q}{L}$，电荷元 $dq=\lambda dx$。

(1) 将细杆分成许多电荷元，各电荷元在 A 点产生的场强方向相同，沿 x 轴正方向，长为 dx 的电荷元 dq 在 A 点产生的电场强度的大小为

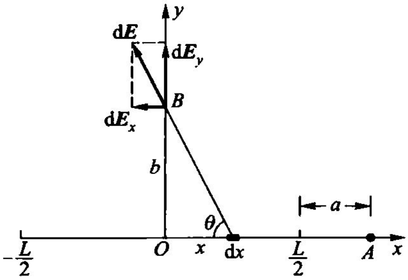

图 8-9 均匀带电细杆的电场

$$dE=\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{L}{2}+a-x\right)^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{L}{2}+a-x\right)^2}\frac{Q}{L}dx$$

积分后得 A 点电场强度大小为

$$E=\int dE=\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{L}{2}+a-x\right)^2}\frac{Q}{L}dx=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a(L+a)} \qquad (8-13)$$

其方向沿 x 轴正方向。

(2) 在 B 点，细杆上 x 处的电荷元产生的电场 $d\boldsymbol{E}$ 有两个分量 dE_x、dE_y，即 $d\boldsymbol{E}=dE_x\boldsymbol{i}+dE_y\boldsymbol{j}$，根据对称性可知，整个带电细杆在 B 点产生的 $d\boldsymbol{E}_x$ 分量互相抵消，故 B 点的场强在 x 轴上分量为零，只计算 y 轴分量 $\boldsymbol{E}_y$ 就可以了。由电荷元场强公式得

$$dE=\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+b^2)}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0(x^2+b^2)}\frac{Q}{L}dx$$

它在 y 轴上的分量为 $dE_y=dE\sin\theta=dE\dfrac{b}{\sqrt{x^2+b^2}}=\dfrac{b}{4\pi\varepsilon_0(x^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}\dfrac{Q}{L}dx$，故

$$E=\int dE_y=\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{bQ}{4\pi\varepsilon_0 L(x^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}dx=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 b(4b^2+L^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (8-14a)$$

当 $L\gg b$ 时，即细杆可看作无限长时，有

$$E=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 bL}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 b} \qquad (8-14b)$$

式(8-14b)为无限长均匀带电直线的场强公式。

例题 8-3 一个均匀的带电细圆环，半径为 R，电荷量为 q，求圆环轴线上任一

点的场强。

解　如图 8-10 所示，以环心 O 为坐标原点，环轴线为 x 轴，电荷线密度为 $\lambda=\frac{q}{2\pi R}$。在圆环上任取一线元 $\mathrm{d}l$，$\mathrm{d}l$ 上所带的电荷量为 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l$，电荷元 $\mathrm{d}q$ 在 P 点产生的场强大小为

$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\lambda\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

圆环上各电荷元在 P 点产生的场强大小相等，方向各不相同，将 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 分解为沿 x 轴的分量 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}_x$ 和垂直于 x 轴的分量 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}_\perp$，根据对称性可知，圆环的任一直径两端位置的电荷元在 P 点产生的场强垂直于 x 轴的分量互相抵消，只有沿 x 轴的分量，故 P 点的场强大小为

$$E=\int\mathrm{d}E_x=\int\mathrm{d}E\cos\theta=\int\frac{\lambda\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\int_0^{2\pi R}\frac{x\lambda}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}l$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}\tag{8-15}$$

其方向沿轴线方向。

讨论：

(1) 当 $x=0$ 时，$E=0$，即圆环中心场强为零；

(2) 当 $x\gg R$ 时，$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$，此时带电圆环可看做一个点电荷；

(3) 由 $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0$ 得 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}R$，即 E 的极大值在 x 轴上的位置。图 8-11 是带电圆环轴线上 $E-x$ 的分布图线。

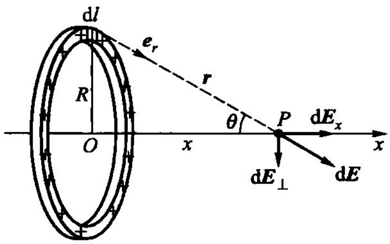

图 8-10　均匀带电细圆环轴线上的场强

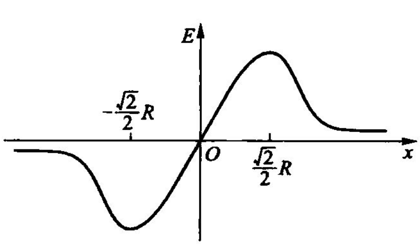

图 8-11　$E-x$ 的分布图线

例题 8-4　如图 8-12 所示，半径为 R 的薄圆盘均匀带电，电荷面密度为 σ。求圆盘轴线上任一点的场强。

解　均匀带电的薄圆盘可分解成不同半径的细圆环，取一个半径为 r，宽度为