

普通高等教育系列规划教材

材料力学

白新理 主编

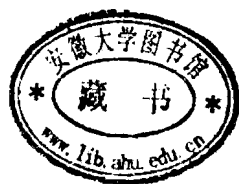


科学出版社

普通高等教育系列规划教材

材 料 力 学

白新理 主编



科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是根据高等学校工科专业教学计划及材料力学教学大纲编写而成的。主要内容有:材料力学基本概念、轴向拉压、扭转、弯曲、应力分析、强度理论、组合变形、压杆稳定、能量方法、超静定结构、动荷载、交变应力及截面的几何性质等。

水土类专业的弯矩图一般以向下为正,而机电类专业则习惯于弯矩图以向上为正。考虑到本书的适用面,在弯曲内力和弯曲应力两章中,将水土类专业和机电类专业综合考虑,两种弯矩图并列绘出,以供不同专业学生选用。

本书可作为高等学校工科专业材料力学课程的教材,也可供相关专业教师及工程技术人员学习和参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/白新理主编. —北京:科学出版社, 2013. 1

(普通高等教育系列规划教材)

ISBN 978-7-03-036043-4

I. ①材… II. ①白… III. ①材料力学-高等学校-教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 273504 号

责任编辑:朱晓颖 张丽花/责任校对:钟 洋

责任印制:闫 磊/封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2013年1月第一次印刷 印张:21 1/2

字数:550 000

定价:45.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

本书是根据高等学校工科专业教学计划及材料力学教学大纲编写而成的。全书共有 13 章,主要包括:绪论、拉伸与压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力应变分析和强度理论、组合变形、压杆稳定、能量方法、超静定结构、动荷载、交变应力等。最后,在附录中给出了截面的几何性质、常用截面的几何性质计算公式、型钢规格表、简单荷载作用下梁的挠度和转角。书后附有各章习题的参考答案。

水土类专业的弯矩图一般以向下为正,而机电类专业则习惯于弯矩图以向上为正。考虑到本书的适用面,在弯曲内力和弯曲应力两章中,将水土类专业和机电类专业综合考虑,两种弯矩图并列绘出,以供不同专业学生(教师)选用。

本书可作为高等学校工科专业材料力学课程的教材,也可供相关专业教师及工程技术人员学习和参考。

本书由华北水利水电学院白新理任主编,参加编写的有:白新理(第 1、13 章,附录 A~D)、温中华(第 2、7 章)、马文亮(第 3、9、10、12 章)、刘云(第 4、5、6 章)、张庆华(第 8、11 章)。郑州大学孙利民教授审阅了书稿,并提出了有益的建议。

本书在编写过程中参考了许多文献资料,在此向有关作者、编者一并表示谢意。

由于编者水平有限,书中难免存在疏漏不妥之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

2012 年 10 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的基本假设	2
1.3 外力、内力及截面法	3
1.4 应力与应变	6
1.5 杆件变形的基本形式	9
思考题	11
习题	11
第 2 章 拉伸与压缩	13
2.1 轴向拉伸与压缩的概念	13
2.2 横截面上的内力和应力	13
2.3 斜截面上的应力	19
2.4 材料在拉伸时的力学性能	21
2.5 材料在压缩时的力学性能	25
2.6 失效、安全系数和强度计算	27
2.7 轴向拉伸或压缩时的变形、胡克定律	30
2.8 轴向拉伸或压缩的变形能	33
2.9 拉伸、压缩超静定问题	35
2.10 温度应力和装配应力	38
2.11 应力集中的概念	42
思考题	43
习题	44
第 3 章 扭转	49
3.1 扭转的概念、扭矩和扭矩图	49
3.2 纯剪切	52
3.3 圆轴扭转时的应力、强度条件	54
3.4 圆轴扭转时的变形、刚度条件	62
3.5 扭转超静定问题	65
3.6 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力和变形	67
3.7 等直非圆截面杆的自由扭转	70
思考题	73
习题	74
第 4 章 弯曲内力	80
4.1 弯曲的概念和实例	80

4.2	受弯杆件的简化	80
4.3	弯曲内力——剪力和弯矩	82
4.4	剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图	85
4.5	载荷集度、剪力和弯矩间的关系	88
4.6	平面刚架和曲杆的内力图	92
	思考题	95
	习题	95
第5章	弯曲应力	100
5.1	纯弯曲	100
5.2	纯弯曲时梁横截面上的正应力	101
5.3	横力弯曲时的正应力	103
5.4	弯曲切应力	105
5.5	梁的合理设计	110
	思考题	112
	习题	113
第6章	弯曲变形	118
6.1	工程中的弯曲变形问题	118
6.2	梁的位移和挠曲线的微分方程	118
6.3	积分法求弯曲变形	119
6.4	叠加法计算梁的位移	123
6.5	简单超静定梁	125
6.6	梁的刚度条件及提高梁的刚度的措施	127
	思考题	129
	习题	129
第7章	应力应变分析和强度理论	132
7.1	概述	132
7.2	二向应力状态分析——解析法	135
7.3	二向应力状态分析——图解法	139
7.4	三向应力状态	142
7.5	平面应变状态分析	144
7.6	广义胡克定律	147
7.7	复杂应力状态下的应变能密度	149
7.8	常用强度理论及其相当应力	151
7.9	莫尔强度理论	154
7.10	强度理论的应用	156
	思考题	159
	习题	160
第8章	组合变形	165
8.1	组合变形和叠加原理	165
8.2	斜弯曲	166

8.3	拉伸或压缩与弯曲的组合	169
8.4	偏心压缩、截面核心	172
8.5	扭转与弯曲的组合	177
8.6	普遍形式	181
8.7	剪切和挤压的实用计算方法	181
	思考题	185
	习题	185
第9章	压杆稳定	188
9.1	压杆稳定的概念	188
9.2	两端铰支细长压杆的临界压力	189
9.3	不同杆端约束下细长压杆的临界压力	192
9.4	欧拉公式的适用范围、临界应力总图	194
9.5	压杆的稳定校核	199
9.6	提高压杆稳定性的措施	203
	思考题	204
	习题	205
第10章	能量方法	209
10.1	概述	209
10.2	应变能、余能	209
10.3	互等定理	217
10.4	卡氏定理	220
10.5	虚功原理	223
10.6	单位荷载法、莫尔积分	226
10.7	计算莫尔积分的图乘法	230
	思考题	231
	习题	232
第11章	超静定结构	237
11.1	超静定结构概述	237
11.2	用力法解超静定结构	239
11.3	对称及反对称性质的利用	242
11.4	连续梁及三弯矩方程	246
11.5	支座沉陷及温度变化对超静定梁的影响	250
	思考题	254
	习题	255
第12章	动荷载	258
12.1	概述	258
12.2	动静法的应用	258
12.3	杆件受冲击时的应力和变形	262
	思考题	269
	习题	270

第 13 章 交变应力	273
13.1 交变应力与疲劳失效	273
13.2 疲劳极限	276
13.3 对称循环下构件的疲劳强度计算	282
13.4 非对称循环下构件的疲劳强度计算	284
13.5 弯扭组合交变应力的强度计算	287
13.6 变幅交变应力	289
13.7 提高构件疲劳强度的措施	290
思考题	291
习题	291
附录 A 截面的几何性质	295
A.1 静矩和形心	295
A.2 惯性矩、极惯性矩、惯性积	297
A.3 平行移轴公式、组合截面的惯性矩和惯性积	300
A.4 转轴公式、主惯性轴	302
思考题	304
习题	305
附录 B 常用截面的几何性质计算公式	308
附录 C 型钢规格表	310
附录 D 简单荷载作用下梁的挠度和转角	323
参考文献	326
习题参考答案	327

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务

理论力学中的研究对象是刚体,所谓刚体指的是不变形的物体。而在材料力学中,人们的研究对象却成了可以变形的物体,它更接近工程中的实际物体。

为了便于描述,首先粗略地明确几个概念:荷载、结构、构件。后面还会详述。

荷载(又称载荷):结构物和机械受到外力的作用,这些力称为荷载。

结构:建筑物或机械中能够承受荷载起骨架作用的部分。

构件:组成结构和机械的单个部分。

工程结构或机械都是由构件组成的。如:建筑物的纵梁、横梁、柱,机床的轴,起重机的吊臂等。构件的设计与计算与“材料”密不可分。

在生产落后的封建社会及以前,建筑物的“材料”大多是石料、木材、铸铁等。人们在长期的生产实践中,逐步积累了关于“材料”的经验。例如,砖石材料具有较好的抗压性能,就被用来做成拱形以承受压力;而用竹索做成悬索桥,以充分利用竹材的抗拉强度。

封建社会解体后,社会生产力得到了迅速发展。由于需要建造新的建筑物、车船、机械等,材料力学作为一门科学逐步形成。不仅有了计算构件的理论,人们还采用了实验的方法。随着生产的发展,以及铁路车辆、船舶、飞机等的发明和使用,提出了减轻构件自重、减少材料消耗的要求。由此推动了冶金工业的发展,使高强度的金属材料也逐渐成为主要的工程材料。近几十年来,由于大跨度的桥梁、高耸建筑结构的社会需求,高强度的混凝土材料及高强度的合金材料也逐步被采用。

当工程结构或机械工作时,构件将受到荷载的作用。如厂房的外墙受到风压力,楼板受自重与堆放物品重力的作用,车床主轴受齿轮啮合力和切削力的作用等。构件一般由固体制成。在外力作用下,固体具有有限的抵抗破坏的能力,同时还会发生尺寸和形状的变化,称为变形。为了使构件在受荷载时能正常工作,首先要求构件在受荷载作用时不发生破坏。例如,机床主轴不能因为荷载过大而断裂。但仅仅不断裂并不一定能保证构件或整个结构的正常工作。例如,机床主轴若发生过大的变形,那么虽然机械仍然工作,但是因为主轴变形影响了零件的加工精度,而使加工出的构件不能达到标准要求,机器仍然属于不正常工作。因此要求构件的变形不能过大。另外,有些构件在外部压力的作用下有可能离开其原有的平衡形态而丧失稳定性。如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆,若不能维持其原有的直线平衡形态而被压弯,则不能正常工作。因此要求这样的构件不能被压弯,即不能丧失稳定性。针对上述三种情况,对于构件的正常工作的要求可以归纳为以下三点:

(1) **强度要求** 要求构件在受荷载作用时不发生破坏(即断裂),即构件应具有足够的强度。如冲床曲轴不可折断,储气罐不可爆破。强度要求就是指构件应具有足够的抵抗破坏的能力。

(2) **刚度要求** 要求构件在受荷载作用下不发生较大变形,或所产生的变形不超过工程上允许的范围,即构件应具有足够的刚度。当然,材料力学所研究的构件发生了变形是可以的,也是存在的。这里所说的较大变形是影响了机器或是构件正常工作时的变形。总之,刚度

要求就是指构件应具有足够的抵抗变形的能力。

(3) **稳定性要求** 要求构件在受荷载作用时,能够在原有的形状下保持为稳定的平衡。即构件应具有足够的保持原有平衡形态的能力,或称满足稳定性要求。

设计构件时,若截面尺寸不足或形状不合理,或材料选取不当,将不能满足上述要求,从而使结构不能正常工作。为了满足上述强度、刚度、稳定性要求而不合理地加大截面尺寸也是不可取的。这就是经济方面的要求。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性要求前提下,为设计既经济又安全的构件,提供必要的理论基础和计算方法。

一般说来,构件设计应满足强度、刚度、稳定性要求。但是针对具体构件又往往有所侧重。例如,储气罐主要是要保证强度,车床主轴侧重于刚度,而受压的细长杆则应保持稳定性。但总体来讲,强度要求是一切构件所必须满足的基本要求。

研究构件的强度、刚度和稳定性时,应了解材料在外力作用下表现出的变形和破坏方面的性能,即材料的力学性能。而材料的力学性能要由实验来测定。此外,经过简化得出的理论是否可信,还有一些尚无理论结果的问题,都需要借助实验方法来解决。所以实验分析和理论研究是材料力学解决问题的基本方法。

1.2 变形固体的基本假设

制作构件所用的材料是多种多样的,而材料的具体组成与微观结构更是非常复杂,但它们具有一个共同的特点,即都是固体,而且在荷载作用下都会发生变形。这些材料统称为**可变形固体或变形固体**。在材料力学中,不能像静力学中那样,把物体看成为不可变形的刚体。

由于变形固体种类繁多,工程材料中有金属与合金,工业陶瓷,聚合物等,性质是多方面的,而且很复杂。材料的基本组成部分,例如金属、陶瓷、岩石的晶体,混凝土的石子、砂和水泥等,彼此之间以及基本组成部分与构件之间的力学性能都存在不同程度的差异。但由于基本组成部分的尺寸与构件尺寸相比极为微小,而且其排列方向又是随机的,因此材料的力学性能反映的是无数个随机排列的基本组成部分的力学性能的统计平均值。

对于变形固体制成的构件,在进行强度、刚度、稳定性计算时,通常略去一些次要因素,将它们抽象为理想化的材料,然后进行理论分析。现根据工程材料的主要性质对其作下列假设:

1) 连续性假设

假设物体在其全部体积内毫无空隙地充满了物质,其结构是密实的。而实际上,组成固体的粒子之间存在空隙,但这种空隙与构件尺寸相比是微乎其微的,在宏观研究时完全可以忽略不计,认为物质是**连续**的。这就可以根据连续函数的性质,利用微积分等数学知识来研究力学中的有关问题。

此外,连续性假设不仅适用于构件变形前,也适用于变形后。也就是说,变形固体的变形必须满足**变形协调条件**或**几何相容条件**,即构件内变形前相邻近的质点在变形后仍保持邻近,既不产生新的空隙或孔洞,也不出现重叠现象。

2) 均匀性假设

假设从固体内取出的任何一小部分的力学性质都是完全相同的,材料的力学性能与其在构件中的位置无关,即认为是**均匀**的。按照此假设,固体内到处有相同的力学性能,反过来讲,从固体内任意一点处截取的微单元体,其力学性能都能代表整个固体的力学性能。

对于实际的工程材料而言,其组成部分的力学性能往往存在不同程度的差异。例如,就使

用最多的金属来说,它是由无数微小晶粒组成的,各晶粒的力学性能并不完全相同。又如混凝土材料由石子、砂和水泥组成,它们的性质更是各不相同。但由于这些晶粒或组成物质的大小与构件的整体尺寸相比很小,而且排列也是随机的,因此,从宏观上来看,可以将固体的力学性质看成是各组成部分力学性能的统计平均值,可认为各部分的力学性能是均匀的。这样,如果从固体中取出一部分,无论大小,也无论从何处取出,力学性能总是相同的。

3) 各向同性假设

假设材料沿各个方向的力学性能是完全相同的,即认为是**各向同性**的。

就金属的单一晶粒而言,沿不同的方向的力学性能并不完全一样,属于各向异性体,但由于构件包含数量极多的晶粒,而且这些晶粒又杂乱无章地排列,这样沿各个方向的力学性质就接近相同。具有这种属性的材料称为**各向同性材料**。金属材料如铸钢、铸铁、铸铜等均可认为是各向同性材料,像玻璃、混凝土、塑料等非金属材料也可认为是各向同性材料。

沿不同方向力学性能不同的材料,称为**各向异性材料**。如经过碾压的钢材、纤维整齐的木材以及玻璃纤维、碳纤维等复合材料、某些人工合成的材料等,则属于各向异性材料,应按各向异性问题处理。材料力学中主要研究各向同性的材料。

如上所述,在材料力学的理论分析中,以均匀、连续、各向同性的可变形固体作为构件材料的力学模型。这种理想化了的力学模型抓住了各种工程材料的基本属性,从而使理论研究成为可行。而且,用这种力学模型进行计算所得的结果,在大多情况下是满足工程计算的精度要求的。

材料力学除了采用以上假设外,主要研究以下范围的变形固体:

1) 小变形体

物体在承受荷载作用后将产生变形,如果变形的大小与物体的原始尺寸相比小得多,可以忽略不计,这样的物体称为**小变形体**。在小变形情况下,研究构件平衡和运动以及内部受力和变形时,均可按构件的原始尺寸和形状来计算。这种变形微小及按原始尺寸和形状进行计算的概念,在材料力学中经常用到。

有些构件在受力变形后,必须按变形后的形状来计算,如第9章的压杆稳定问题就属于这类问题。而对于大变形问题,则超出了本书所讨论的范围,可参阅后继相关课程。

2) 线弹性体

工程材料在荷载作用下将发生变形。当荷载不超过一定的范围时,绝大多数材料在荷载卸除后均可以恢复原状。但当荷载过大时,则在荷载卸除后只能部分地复原,而残留下一部分变形而不能消失。在卸除荷载后能够完全消失的那一部分变形,称为**弹性变形**,不能消失而残留下来的那一部分变形,则称为**塑性变形**。对于某一种材料,当荷载不超过某个限度时,其变形是完全弹性的。材料在弹性变形范围内,变形与荷载呈线性关系的物体称为**线弹性体**。大多数构件在正常工作时均要求其材料只发生弹性变形。所以,材料力学中所研究的大部分问题都限于弹性变形范围内,即研究的是线弹性体。

总之,在材料力学中是把实际材料看做均匀、连续、各向同性的变形固体,且在大多数场合下局限在线弹性变形范围内和小变形条件下进行研究。

1.3 外力、内力及截面法

1.3.1 外力

材料力学的研究对象是构件。假想地把这一构件从周围物体中单独取出,并用力来代替

周围各物体对于构件的作用,这些来自构件外部的力就是**外力**。因此,构件或物体上的外力包括**荷载与约束反力**。

外力按其作用方式可分为**体积力**和**表面力**。**体积力**是分布作用在杆件整个体积内各质点上的力,如杆的自重、杆件加速运动时的惯性力等。**表面力**是分布作用在杆件表面的力。若分布力的作用范围远小于构件的表面面积,或沿杆件轴线的分布范围远小于杆件长度,则可将分布力简化为作用于一点处的力,称为**集中力**;若作用面积较大,则称为**面分布力**。若分布集度均匀,称为**均布荷载**;若分布集度是变化的,则称为**非均布荷载**。如作用于油缸内壁上的油压力属于均布荷载,作用于大坝上游面的水压力属于非均布荷载,火车轮对于钢轨的压力、滚珠轴承对于轴的反作用力可近似看成是集中力。

外力按其作用时随时间变化的情况可分为**静荷载**和**动荷载**。随时间变化极缓慢或不变化的荷载,称为**静荷载**。其特征是在加载过程中,构件的加速度很小可以忽略不计。例如,把机器缓慢放置于基础之上,机器的重力对于基础的作用不随时间变化,属于静荷载。随时间显著变化或使构件各质点产生明显加速度的荷载,称为**动荷载**。再按其随时间变化的方式,动荷载又可分为**冲击荷载**和**交变荷载**。**冲击荷载**是指物体的运动在瞬时发生突然变化所引起的荷载。例如,锻造时汽锤的锤杆、急刹车时飞轮的轮轴会受到冲击荷载的作用。此部分内容将在第 12 章中讲述。**交变荷载**是随时间做周期性变化的荷载。例如,齿轮啮合传动时,轮齿所受到的力就是随时间做周期性变化的。此部分内容将在第 13 章中讨论。

材料在静荷载与动荷载作用下的力学性能很不相同,分析方法也不完全相同。但前者是后者的基础。

1.3.2 内力

当物体受外力作用而发生变形时,其内部各质点间的相对位置将发生变化。物体内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用即为**内力**。大家知道,即使没有外力作用,物体各质点之间也存在着相互作用力。材料力学中的内力,是指在外力的作用下,各质点之间的相互作用力的改变量,即**附加内力**——仅由外力作用而引起的附加相互作用力。这样的内力随着外力的增大而增大,当达到某一限度时就会引起构件的破坏。构件的强度、刚度及稳定性,与内力的大小及其在构件内的分布情况密切相关。因此,内力分析是解决构件强度、刚度与稳定性问题的基础。

1.3.3 截面法

由刚体静力学可知,为了分析两物体之间的相互作用力,必须将这两个物体分离,取分离体进行分析。同样,要分析构件的内力,例如要分析图 1-1(a)所示杆件横截面 $m-m$ 上的内力,也必须沿该截面假想地将杆件截开,得到如图 1-1(b)所示截开的两部分。由连续性假设可知,内力是作用在截开截面上的连续分布力,于是截开截面上的内力如图 1-1(b)所示。

应用力系简化理论,将上述分布内力向横截面的形心 C 简化,得到主矢 $\mathbf{F}_R$ 与主矩 $\mathbf{M}$ (图 1-2(a))。以形心 C 为坐标原点建立空间直角坐标系,沿截面法线建立坐标轴 x ,在所截截面内建立坐标轴 y 与 z ,将主矢 $\mathbf{F}_R$ 和主矩 $\mathbf{M}$ 沿上述三轴分解(图 1-2(b)),得到内力分量 F_N 、 F_{Sy} 与 F_{Sz} ,以及内力偶矩分量 M_x 、 M_y 与 M_z 。

在材料力学中,这些内力对于杆件的作用效果是不同的,现给出不同的名称如下:沿轴线的内力分量 F_N ,称为**轴力**;作用线位于横截面的内力分量 F_{Sy} 与 F_{Sz} ,称为**剪力**;矢量沿轴线的

内力偶矩分量 M_x , 称为**扭矩**(一般用 T 表示); 矢量位于所截横截面的内力偶矩分量 M_y 与 M_z , 称为**弯矩**。上述内力及内力偶矩分量与作用在截开杆段上的外力保持平衡, 则由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0, \quad \sum M_y = 0, \quad \sum M_z = 0$$

即可建立内力与外力间的关系表达式, 或由外力确定内力。为了叙述简单, 以后将内力分量及内力偶矩分量统称为**内力分量**。

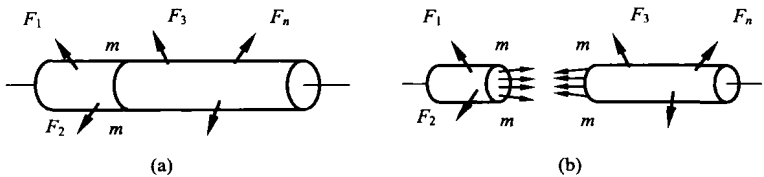


图 1-1 截面法

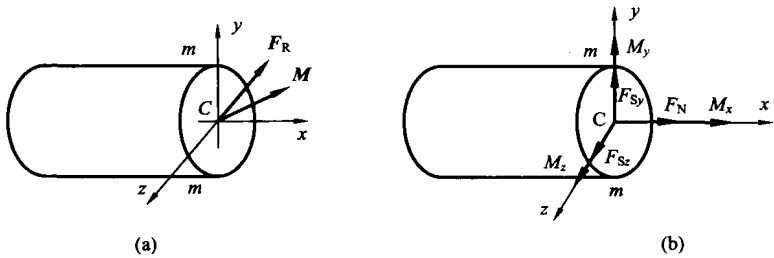


图 1-2 内力的定义

上述将杆件假想地截开以显示内力, 并由平衡条件建立内力与外力间的关系或由外力确定内力的方法, 称为**截面法**。它是分析杆件内力的一般方法。截面法主要有以下三个步骤:

- (1) **截开** 在需要求内力的截面处, 假想用一截面将杆件截为两部分;
- (2) **代替** 留取其中任一部分作为研究对象, 弃去另一部分。并用作用在截面上的内力(力或力偶)代替弃去部分对保留部分的作用;
- (3) **平衡** 建立保留部分的平衡方程, 确定未知内力(大小和方向)。

例 1-1 钻床如图 1-3(a)所示, 在荷载 F 的作用下, 试确定 $m-m$ 截面上的内力。

解: (1) 沿 $m-m$ 截面假想地将钻床截开, 分成上、下两部分。

(2) 取 $m-m$ 以上的部分作为研究对象, 以 $m-m$ 截面的形心 O 为原点选取坐标系, 如图 1-3(b)所示。用内力代替 $m-m$ 截面下面部分对于上面部分的作用。由于这是一个平面任意力系问题, 外力只有一个向上的集中力而无水平力作用, 因此 $m-m$ 截面上的内力可简化为一个竖向力 F_N (即轴力)和一个力偶 M (即弯矩)。事实上, 当外力 F 作用时, 图 1-3(b)所示的研究对象将沿 y 轴方向向上运动, 同时绕点 O 转动, 而 $m-m$ 截面下面部分必然以轴力 F_N 和弯矩 M 作用于该截面上以阻止这样运动, 维持上部的平衡。

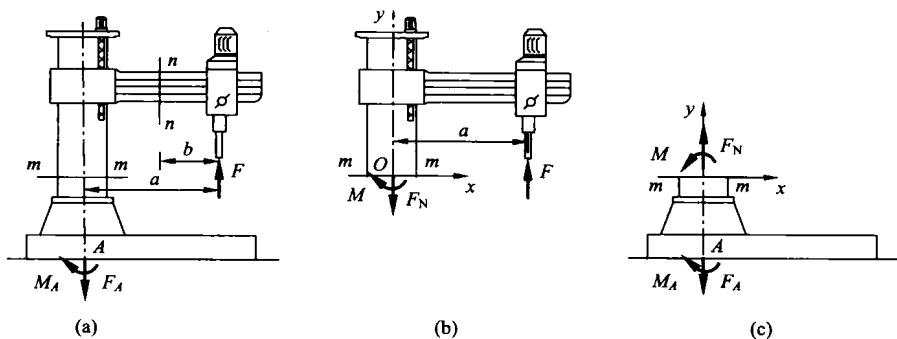


图 1-3 钻床受力简图

(3) 列平衡方程:

$$\sum F_y = 0, \quad F - F_N = 0$$

$$\sum M(F) = 0, \quad F \cdot a - M = 0$$

求得内力 F_N (轴力) 和 M (弯矩) 分别为

$$F_N = F, \quad M = Fa$$

注意, 在第二步中, 如果取 $m-m$ 截面下面部分作为研究对象, 同样可以计算出 $m-m$ 截面上的内力。只是需要先对整体进行分析, 求出基础的反力 (作用于图 1-3(a) 中的点 A), 然后再以 $m-m$ 截面以下的部分为研究对象, 并将基础反力作为已知外力, 列平衡方程即可。

1.4 应力与应变

1.4.1 应力

在例 1-1 中, 内力 F_N (轴力) 和 M (弯矩) 是 $m-m$ 截面上的分布内力系向点 O 简化后的结果。这些内力只能说明其与外力之间的平衡关系, 不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。而工程实际的杆件总是从内力集度最大处开始破坏的, 因此只求出截面上分布内力的合力 (力和力偶) 是不够的, 还必须进一步确定截面上各点处分布内力的集度。为此, 引入内力分布集度即应力的概念。

应力 是受力杆件某一截面上某一点处的内力集度。研究受力杆截面 $m-m$ 上任一点 k 处 (图 1-4(a)) 的应力的方法是: 在该点周围取一微小面积 ΔA , 设 ΔA 上分布内力的合力为 ΔF , 则在面积 ΔA 上内力 ΔF 的平均集度为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

p_m 是一个矢量, 称为面积 ΔA 上的平均应力。一般地说, 一个截面上的内力分布并不是均匀的, 因而平均应力的大小和方向将随所取的微小面积 ΔA 的大小而不同, 即随着 ΔA 的逐渐缩小, p_m 的大小和方向都将逐渐变化。为表明分布内力在点 k 处的集度, 令 ΔA 无限缩小而趋于零, 此时 p_m 的大小和方向都将趋于一定极限。即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-2)$$

式(1-2)表示截面 $m-m$ 上点 k 处的内力的集度,称为截面 $m-m$ 上点 k 处的总应力。其方向一般来讲既不与截面垂直,也不与截面相切。通常将总应力 p 分解为与截面垂直的法向分量 σ 和与截面相切的切向分量 τ 。法向分量 σ 称为正应力,切向分量 τ 称为切应力(又称剪应力)。

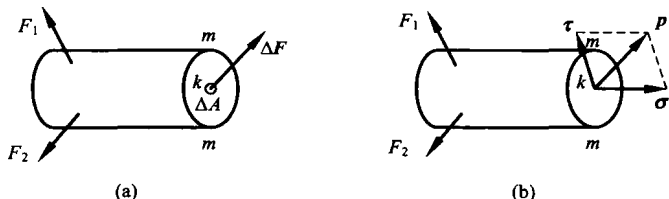


图 1-4 应力的定义

由应力的定义可见,应力具有以下特征:

(1) 应力定义在受力物体的某一截面上的某一点处,因而,讨论应力必须明确在哪一个截面上的哪一点处。

(2) 在某一截面上的某一点处的应力是矢量。

(3) 整个截面上各点处的应力与微分面积 dA 乘积的合成(积分),即为该截面上的内力。

在国际单位制中,应力的单位为 Pa,其名称为“帕斯卡”,简称为“帕”, $1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$,工程中应力的常用单位为 MPa(兆帕)、GPa(吉帕),其关系为: $1\text{MPa}=10^6\text{Pa}$, $1\text{GPa}=10^9\text{Pa}$ 。

1.4.2 位移与变形

在外力作用下,构件发生变形,同时引起应力。为了研究构件的变形及其内部的应力分布,需要了解构件内部各点处的变形。

固体在外来因素作用下产生的形状和尺寸的改变称为变形。设固体中的一点 A ,因变形而移动到 A' (图 1-5)。AA'称为点 A 的位移。一般假设固体受到约束,不能做刚体运动,点 A 的位移全部是由变形引起的。如果允许固体做刚性运动,则应在总位移中扣除刚性位移。

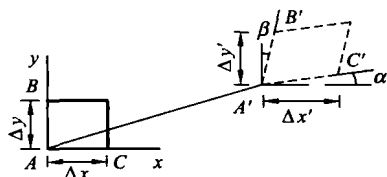


图 1-5 应变的定义

固体变形的程度要有一定的衡量标准。例如,两根截面积相等的圆杆,一根长 10m,另一根长 5m,如果都伸长 1mm,其变形(伸长)的程度显然是不一样的。因此需要对固体的变形作进一步的研究。由此而引出下述的应变的概念。

1.4.3 应变

假想地在构件内点 A 处取出微小的长方体,它在 xy 平面内的边长为 Δx 和 Δy ,如图 1-5 所示(图中未画出厚度)。物体受力后,单元体的位置发生了变化,由点 A 移至点 A' ,相邻棱边的长度以及相邻棱边间的夹角一般也发生变化,如边长 Δx 和 Δy 变为 $\Delta x'$ 和 $\Delta y'$,直角变为锐角(或钝角),从而引出下面两种表示长方体变形的量。

1) 线应变

棱边的原长为 Δx , 变形后的长度为 $\Delta x' = \Delta x + \Delta u$, 即长度改变量为 $\Delta u = \Delta x' - \Delta x$ 。线段长度的改变量并不能真正反映变形的程度, 很显然线段长度的改变量随线段原长的不同而变化, 为了消除线段原长的影响, 引入线应变(即相对变形)的概念。 $\Delta u = \Delta x' - \Delta x$ 与 Δx 的比值, 称为棱边的平均线应变, 用 ϵ_m 表示, 即

$$\epsilon_m = \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-3)$$

一般情况下, 棱边各点处的变形程度并不相同, 平均线应变的大小将随原长的长度而改变。为了精确地描写某点处的线应变, 取无限小的单元体即微元体, 由此所得平均线应变的极限值, 即

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x}, \quad \epsilon_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta y' - \Delta y}{\Delta y} \quad (1-4)$$

称为点 A 沿 x 方向和 y 方向的线应变。如果不特指某一方向, 线应变一般用 ϵ 表示。采用类似方法, 还可确定点 A 处沿其他任意方向的线应变。线应变也称为正应变, 它是一个无量纲的量。

2) 切应变

通过一点互相垂直的两线段之间所夹直角的改变量, 称为切应变, 用 γ 表示。例如在图 1-5 中, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 和 $\Delta y \rightarrow 0$ 时, 直角的改变量为

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \angle B'A'C' = \alpha + \beta \quad (1-5)$$

称为点 A 的切应变。切应变又称剪应变, 通常用弧度表示, 也是无量纲的量。

线应变(正应变) ϵ 和切应变(剪应变) γ 是描述物体内一点变形的两个基本量, 它们分别与正应力和切应力(剪应力)相对应。

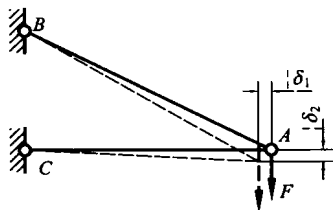


图 1-6 原始尺寸原理

实际构件的变形一般是极其微小的, 要用精密仪器才能测出来。材料力学中所研究的问题限于小变形, 即变形和位移的量远小于构件的最小尺寸。因此在静力计算时仍使用变形前的几何尺寸, 即忽略变形和位移对于几何尺寸的影响。这种方法称为原始尺寸原理。例如在图 1-6 所示的支架结构中, 在外力作用下变形后的形状如图中虚线所示。点 A 的水平 and 铅直位移 δ_1 、 δ_2 都是非常小的。在列静力平衡方程求二杆(杆 AB 和杆 AC)的内力时, 仍使用变形前的原始尺寸。这样既满足工程精度要求, 又可使计算大大简化。如果不忽略这里的微小变形, 而按变形后的尺寸计算二杆内力, 则列平衡方程时要考虑支架形状和尺寸的变化, 而这些变化在求得二杆内力之前又是未知的。问题就变得十分复杂了。

因为位移和应变是微小的量, 所以这些量的平方或乘积与其本身相比就可以看做是高阶微量了。在材料力学的相关计算中, 有时需要略去高阶微量, 只保留一阶微量。

例 1-2 两边固定的薄板如图 1-7 所示。变形后 ab 和 ad 仍保持为直线。点 a 沿垂直方向向下位移 0.025mm。试求 ab 边的平均应变和 ab 、 ad 两边夹角的变化。

解: 由式(1-3), ab 边的平均应变为

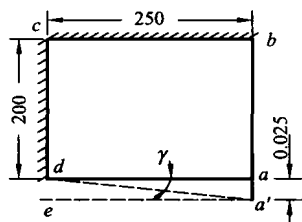


图 1-7 薄板的应变计算

$$\epsilon_m = \frac{a'b - ab}{ab} = \frac{0.025}{200} = 125 \times 10^{-6}$$

变形后 ab 和 ad 两边夹角的变化为 $\angle ea'd = \angle ada' = \gamma$, 由于 γ 非常小, 所以有

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{aa'}{ad} = \frac{0.025}{250} = 100 \times 10^{-6} (\text{rad})$$

1.5 杆件变形的基本形式

实际构件有各种不同的形状, 根据几何形状可将构件分为: 杆件、板壳、块体三类。杆件是指纵向(长度方向)尺寸远大于横向(垂直于长度方向)尺寸的构件, 如房屋建筑中的梁、柱, 机器中的轴、连杆等。板壳是指一个方向(厚度)的尺寸远小于另外两个方向的尺寸的构件, 如房屋建筑中的楼板。块体是指三个方向尺寸相当的构件, 如水利工程中的混凝土大坝。材料力学主要研究杆件。某些构件, 如齿轮的轮齿、曲轴的轴颈等, 并不是典型的杆件, 但在近似计算或定性分析时也简化为杆件。所以杆是工程中最基本的构件。至于板壳和块体则要在弹性力学中进行研究。

杆件的几何特征可由横截面和轴线来描述。横截面指的是垂直于杆件长度方向的截面。各横截面形心的连线称为轴线, 如图 1-8 所示。



图 1-8 杆件的轴线与横截面

轴线为直线的杆件称为直杆; 轴线为曲线的杆件称为曲杆。各横截面尺寸不变的杆称为等截面杆, 否则称为变截面杆。工程上常见的是等截面直杆, 简称等直杆, 它是材料力学的主要研究对象。等直杆的计算原理一般也可近似地用于曲率很小的曲杆和横截面变化不大的变截面杆。

杆件在各种形式的外力作用下, 其变形形式是多种多样的。一般把这些变形分解为四种基本形式。大多数杆件的变形不外乎是这四种基本变形形式之一, 或者是这几种基本变形的组合。这四种基本变形是:

(1) **轴向拉伸或轴向压缩** 直杆受到与其轴线相重合的外力作用时, 其主要变形是轴线方向的伸长或缩短。这种变形称为轴向拉伸(图 1-9(a))或轴向压缩(图 1-9(b)), 简称拉伸或压缩。桁架中的杆件就发生轴向拉伸或轴向压缩变形, 如在图 1-9(c)中, 在荷载 F 的作用下, 杆 AC 受拉伸作用, 而杆 BC 受压缩作用。另外, 起吊重物的钢索、液压油缸的活塞杆等的变形, 都属于拉伸或压缩变形。这部分内容将在第 2 章中讨论。

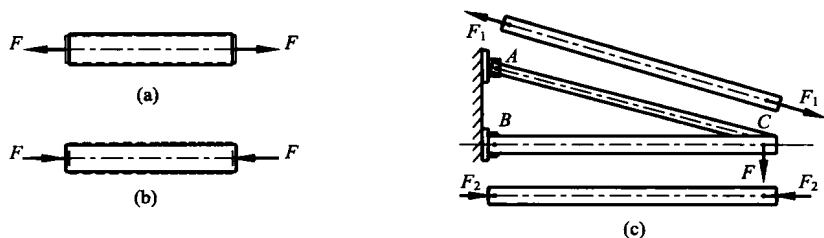


图 1-9 轴向拉伸和压缩