

大学物理

下册

University
Physics



黄亦斌 主编

熊小华 燕 安 马善钧 余晓光 副主编

大学物理

下册

Daxue Wuli

黄亦斌 主编

熊小华 燕 安 马善钧 余晓光 副主编

内容简介

本书根据《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)编写而成。本书立足于物理学的知识体系,力图将物理学的思想和内容进行深入浅出的论述,兼顾知识的逻辑性和内容的可读性,具有鲜明的特色。

本书分为上、下两册,上册包括力学和光学两部分,下册包括电磁学、热学和近代物理三部分。本书可作为理工科非物理类专业的大学物理课程教材,也可供相关人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下册 / 黄亦斌主编. --北京: 高等教育出版社, 2012. 9

ISBN 978-7-04-035713-4

I. ①大… II. ①黄… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 168841 号

策划编辑 程福平

责任编辑 张海雁

封面设计 于涛

版式设计 马敬茹

插图绘制 尹莉

责任校对 杨雪莲

责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 国防工业出版社印刷厂
开 本 787 mm × 960 mm 1/16
印 张 15.25
字 数 270 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2012 年 9 月第 1 版
印 次 2012 年 9 月第 1 次印刷
定 价 24.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 35713-00

目 录

第 9 章 真空中的静电场	1
9.1 电荷和库仑定律	1
9.2 电场和电场强度	5
9.3 高斯定理	11
9.4 利用高斯定理求静电场的分布	16
9.5 电势	19
思考题	26
习题	27
第 10 章 有导体和介质时的静电场	29
10.1 静电场中的导体	29
10.2 电容器	34
10.3 电介质	36
10.4 静电场的能量	41
思考题	43
习题	44
第 11 章 恒定电流的磁场	47
11.1 恒定电流	47
11.2 磁场和磁感应强度	51
11.3 毕奥 - 萨伐尔定律	53
11.4 恒定电流磁场的基本方程	58
11.5 磁场对带电粒子和载流导线的作用	62
11.6 有磁介质时的磁场	67
思考题	71
习题	72
第 12 章 电磁感应与电磁波	76
12.1 电磁感应的基本定律	76
12.2 动生电动势	79
12.3 感生电动势与感生电场	82
12.4 自感和互感	84

12.5	磁场的能量	87
12.6	麦克斯韦方程组和电磁波	89
	思考题	93
	习题	94
第 13 章	热力学第一定律	98
13.1	平衡态 温度 理想气体物态方程	99
13.2	准静态过程 热力学第一定律	104
13.3	热力学第一定律的应用	109
13.4	循环过程 卡诺循环	112
13.5	范德瓦耳斯方程 气液相变	115
	思考题	118
	习题	118
第 14 章	热力学第二定律	121
14.1	可逆和不可逆过程 热力学第二定律	121
14.2	卡诺定理	126
14.3	熵与熵增加原理	129
	思考题	136
	习题	137
第 15 章	统计物理学初步	139
15.1	理想气体的压强和温度的微观意义	139
15.2	麦克斯韦速率分布和玻耳兹曼分布	142
15.3	能量均分原理 理想气体的内能	154
15.4	分子碰撞输运过程	159
15.5	热力学第二定律和熵的统计意义	163
	思考题	166
	习题	167
第 16 章	狭义相对论基础	170
16.1	相对性原理和牛顿时空观的困境	170
16.2	狭义相对论时空观 (I)	176
16.3	狭义相对论时空观 (II)	183
16.4	相对论动力学	189
16.5	电磁现象的相对性	192
	思考题	195
	习题	196
第 17 章	量子物理基础	198

17.1 量子假设 光的粒子性	198
17.2 氢原子光谱和玻尔半量子理论	205
17.3 物质波 不确定性关系 波函数	209
17.4 量子力学对氢原子的描写 电子自旋	216
17.5 多电子原子	222
思考题	225
习题	226
习题参考答案	228

第9章 真空中的静电场

对电磁学的研究可以追溯到我国春秋战国时期，当时人们已经知道琥珀经过摩擦后会吸引轻微物体，天然磁石会吸铁。河北省的磁县就是因为附近盛产天然磁石而得名。在国外，古希腊哲学家塞利斯曾记载了琥珀经过摩擦会吸引草屑，而对磁现象的研究要追溯到天然磁石会吸引铁块。电学和磁学这两门学科，直到1820年以前，还是彼此独立地发展的。1820年，奥斯特观察到导线中的电流可以影响罗盘中的磁针，这才发现这两门学科之间的联系。

电磁学这门学科是经过许多科学家的工作逐步发展起来的。奥斯特发现电流的磁效应引起了相反方向的探索，即寻找通过磁场产生电流的方法。法拉第在这方面进行了系统的探索，直到1831年，成功地发现了电磁感应定律。在此基础上，麦克斯韦集前人之大全，把电磁学定律归结为麦克斯韦方程组。麦克斯韦方程组在电磁学中所处的地位，与牛顿运动定律及万有引力定律在力学中所处的地位一样重要。

电磁运动是自然界所存在的普遍运动形态之一，自然界里的所有变化，几乎都与电和磁联系。所以，研究电磁运动对于人们深入认识物质世界是十分重要的。同时，由于电磁学已经渗透到现代科学技术的各个领域，并已成为许多学科和技术的理论基础，因而学习电磁学，掌握电磁运动的基本规律，具有极其重要的意义。

9.1 电荷和库仑定律

9.1.1 电荷 电荷守恒定律

自然界只存在两种电荷。美国物理学家富兰克林首先以正电荷、负电荷的名称来区分两种电荷，这种做法一直沿用至今。实验发现，电荷之间存在相互作用力，同种电荷互相排斥，异种电荷互相吸引。

宏观带电体所带电荷^①种类的不同根源在于组成它们的微观粒子所带电荷

^① 带电体是指处于带电状态的物体，电是物体(包括带电粒子)的一种属性，在习惯上常常把带电体称为电荷。类似的情况很多，例如把电容器称为电容，今后不再一一指出。

种类的不同：电子带负电荷，质子带正电荷，中子不带电荷。因此，原子的电性是由它所包含的质子数和电子数所决定的。在正常的情况下，原子的质子数和电子数相等，整个原子呈电中性。但在最外层，电子容易离去，也容易有外界电子被俘获。如果原子有一个或多个电子离去，原子就表现为带正电，称为正离子；如果原子获得了一个或多个电子，原子就表现为带负电，称为负离子。原子失去或获得电子的过程，称为电离。在正常情况下，物质是由电中性的原子组成，整体不呈电性。通过摩擦或其他方法使物体带电的过程，就是使原子电离而转变为离子的过程。当一个物体失去一些电子而带正电时，必然有另外的物体获得这些电子而带负电。摩擦而使物体带电的方法，并没有也不可能制造电荷，只是使电子由一个物体迁移到另一个物体，从而改变电子的空间分布情况。因此，一个与外界没有任何相互作用的孤立系统，无论发生什么变化，整个系统的电荷总量（正、负电荷的代数和）必定保持不变。这个结论称为电荷守恒定律。

电荷是什么？有人说，电荷就是质子和电子这些粒子。这是不对的。电子、质子带有电荷，但是它们本身并不是“电荷”。和物体的惯性质量和引力质量一样，电荷也是物质的一种属性。就像为表示物体之间引力的强度而对每个物体指定一个引力质量一样，为表示物体之间电场力的强度，我们引入电荷量，电荷量即电荷的量或电荷的大小。电荷量简称电荷。电子、质子等粒子带有电荷，同时又有质量。此外它们还具有其他的性质，例如，当两个质子靠得很近时，它们之间还有很强的核相互作用。

现代物理研究表明，在粒子的相互作用过程中，电荷是可以产生和消失的，但是电荷守恒定律并没有因此而遭到破坏。例如，一个高能光子和一个重原子核作用时，该光子可以转化为一个正电子和一个负电子（称为电子对的产生）；而一个正电子和一个负电子在一定条件下相遇，又会同时消失而产生两个或三个光子（称为电子对的湮没）。在已经观察到的各种过程中，正、负电荷总是成对产生或成对消失。由于光子不带电，正、负电子又各带有等量异号电荷，所以这种电荷对的产生和消失并不改变系统中电荷的代数和。所以，电荷守恒定律不仅适用于宏观过程，也适用于微观过程。它是物理学中具有普遍意义的定律之一，也是自然界所遵从的基本定律之一。

9.1.2 电荷的量子性

带电物体所带电荷的总量称为电荷量。由上面关于物质电结构的讨论可知，任何带电物体所带的电荷量都只能是某一基本单元（称为元电荷）的整数倍，电荷的这个特性称为电荷的量子性。电荷的基本单元就是一个电子所带电荷量的绝对值，常以 e 表示。实验测定

$$e = 1.602\,176\,565 \times 10^{-19} \text{ C}$$

近代物理从理论上预言基本粒子由若干种夸克和反夸克组成，每一个夸克或反夸克可能带有 $\pm \frac{1}{3}e$ 或 $\pm \frac{2}{3}e$ 的电荷量。然而至今单独存在的夸克尚未在实验中发现，即使今后发现了，也只不过把元电荷的大小缩小为目前的 $1/3$ ，电荷的量子性依然不变。

在讨论电磁现象的宏观规律时，所涉及的电荷与元电荷相比往往是一个很大的数。在这种情况下，我们只从平均效果上考虑，认为电荷连续地分布在带电体上，电荷的量子性所引起的微观起伏可以忽略。尽管如此，在说明某些宏观现象的微观本质时，还是要从电荷的量子性出发。

9.1.3 库仑定律

电荷最基本的性质是电荷之间的相互作用。实验表明，带电体之间的相互作用不仅与带电体之间的距离和所带电荷量有关，还与带电体的大小、形状以及电荷在带电体上的分布情况有关。所以，在通常情况下，两个带电体之间的相互作用与多种因素有关，非常复杂。但是当两个带电体相距足够远，以致带电体本身的线度比起它们之间的距离来可以忽略不计时，我们可以把带电体当作一个几何点，即将其看作一个点电荷。这时，带电体的形状、大小和电荷分布情况等因素已无关紧要，而且两者之间的距离就有了完全确定的意义，从而使问题的研究大为简化。

显然，点电荷的概念与质点、刚体和平面波等概念一样，是对实际情况的抽象，是一种理想模型。一个带电体能否看成为一个点电荷，必须根据具体情况来决定。有时虽然不能把一个带电体看成为一个点电荷，但是总可以把它看成为许多点电荷的集合，从而能够从点电荷所遵循的规律出发，得出结论。

法国科学家库仑在 1785 年通过对实验结果的分析，总结出如下的规律，称为库仑定律：真空中两个静止的点电荷之间相互作用的静电力 F 的大小与它们所带的电荷量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比，作用力的方向沿着两个点电荷的连线。在国际单位制中，它的数学表达式为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (9.1)$$

由于式中所有物理量的单位都已指定，所以比例系数只能由实验测出。其中 ϵ_0 叫做真空电容率（又称真空介电常量），是自然界的基本常量之一，其值为 $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

(9.1) 式只反映了静电力的大小，没有涉及方向，需要把它改写为矢量形式。在图 9.1 中，我们规定 e_{21} 代表由 q_1 指向 q_2 的单位矢量，即 q_2 相对于 q_1 的

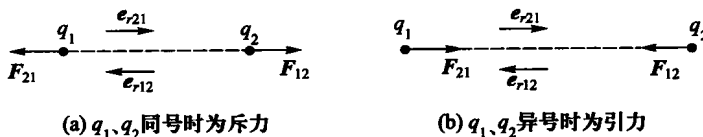


图 9.1 库仑定律的矢量形式

位矢的单位矢量, e_{r12} 代表由 q_2 指向 q_1 的单位矢量:

$$e_{r21} = \frac{\mathbf{r}_{21}}{r_{21}} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}, \quad e_{r12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = -e_{r21}$$

则库仑定律的矢量形式可以表示为

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{r21}, \quad \mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{r12} = -\mathbf{F}_{12} \quad (9.2)$$

今后, 在涉及矢量问题时, 我们将经常使用矢量表式, 请读者注意它们所表达的全部内容, 不要与标量表式等同看待.

例 9.1 氢原子中电子和质子的距离为 $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. 这两个粒子间的静电力和万有引力各为多大?

解: 电子的电荷为 $-e$, 质子的电荷为 $+e$, 电子的质量 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 质子的质量为 $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$. 由库仑定律, 两粒子间的静电力的大小为

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (5.3 \times 10^{-11})^2} \text{ N} = 8.1 \times 10^{-8} \text{ N}$$

而两粒子间的万有引力的大小为

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.7 \times 10^{-27}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} \text{ N} = 3.7 \times 10^{-47} \text{ N}$$

由计算结果可以看出, 氢原子中电子与质子的静电力远比万有引力大, 前者约为后者的 10^{39} 倍.

9.1.4 叠加原理

库仑定律讨论的是两个点电荷之间的静电力. 当空间中有多个点电荷存在时, 就需要补充另外一个实验事实: 作用于某个点电荷上的静电力等于其他点电荷中的每个单独存在时对该点电荷的静电力的矢量和. 这个结论称为叠加原理.

如图 9.2 所示, 有 q_1, q_2, q_3 三个点电荷. 我们可以把 q_3 拿掉, 测量出 q_2 施加在 q_1 上的力 $\mathbf{F}_{21}$; 或者将 q_2 拿掉, 测量出 q_3 施加在 q_1 上的力 $\mathbf{F}_{31}$. 而当 q_2, q_3 同时存在时, 也可以测出 q_1 所受的静电力 $\mathbf{F}$. 那么, 最后的 $\mathbf{F}$ 跟前面的 $\mathbf{F}_{21}$ 和 $\mathbf{F}_{31}$ 是什么关系呢? 实验告诉我们

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31}$$

而 $\mathbf{F}_{21}$ 和 $\mathbf{F}_{31}$ 可以根据库仑定律 (9.2) 式给出. 于是

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{r_{21}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \mathbf{e}_{r_{31}}$$

以上事实说明, 两个电荷间的作用力不因第三个电荷的存在而改变. 对于 n 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 组成的电荷系, 以 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 分别表示它们单独存在时对另一点电荷 q_0 的静电力, 则 q_0 受到的静电力为

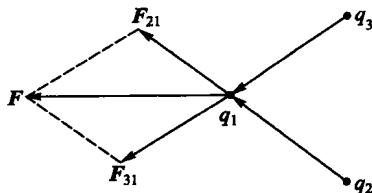


图 9.2 叠加原理

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_i \mathbf{F}_i \quad (9.3)$$

这就是叠加原理.

叠加原理是由实验事实得到的. 绝对不可认为叠加原理是理所当然的. 可能有一些涉及极小距离和极强作用力的现象, 在那里叠加原理不再成立. 我们应当有这样的认识, 很多事情看上去是理所当然的, 其实不一定.

9.2 电场和电场强度

空间中点电荷 Q 对 q 的静电力由库仑定律给出. 对于静电力的性质, 历史上有两种对立的观点. 一种认为静电力是超距作用, 它的传递不需要时间, Q 发生变化, q 所受的力也会在瞬间发生变化. 另一种观点认为静电力是近距作用, Q 对 q 的作用是 Q 先在其周围各处产生一种特殊的物质, q 处的该种物质再对 q 产生作用. 这就是静电力的由来. 这种特殊的物质称为电场, 因此近距作用观点又称为场的观点, 而超距作用观点是错误的.

如果两电荷静止, 两种观点给出的结果相同, 从而无法区分孰是孰非. 但如果电荷运动或变化时, 两种观点将给出不同的结果, 此时可以由实验来检验. 实验证明, 场的观点是正确的. 场也是一种物质, 跟实物一样具有能量、动量等力学性质. 场和实物是物质的两种存在形式.

由静止电荷激发的电场称为静电场, 本章主要研究静电场的性质.

9.2.1 电场强度

既然电场对电荷有作用力, 那么这种力就应该既跟该点的电场有关, 又跟受力电荷有关. 我们把在电场中需要研究的点称为场点, 而产生电场的电荷所在的点称为源点. 为了确定电场的性质, 我们可以利用试探电荷. 试探电荷必须满足两个条件: ①其线度必须小到可以被看作点电荷, 这样才可以确定电场中每个场点的性质; ②其电荷量必须足够小, 这样才能保证当它引入电场时,

在实验精度内,原有的电荷分布不会改变,从而对原来的电场没有影响.

实验发现,把试探电荷 q_0 放入电场中时,在不同的场点, q_0 所受的力 F 的大小和方向一般是不同的,但是在给定的场点, q_0 所受的力的大小和方向却是一定的. 在给定的场点,改变 q_0 的大小,力的大小改变但方向不变;如果改变 q_0 的符号,力将反向. 实验给出,当 q_0 取各种不同的量值时,其所受的力与其电荷量的比值 F/q_0 是确定的. 该比值既然与试探电荷无关,那么就只可能反映电场在该点的性质. 因此,我们就把 F/q_0 作为表示静电场中给定点的电场性质的一个物理量,称为**电场强度**,简称**场强**,记作 E :

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (9.4)$$

因此,场强的大小等于单位试探电荷在该点所受到的电场力的大小,其方向和正试探电荷在该点所受电场力的方向相同. 电场中的任意一点都有一个确定的场强 E ,而不同的点 E 一般可以不同. 各点场强的大小和方向相同的电场叫做**匀强电场**.

在国际单位制中,场强的单位为 N/C ,以后会看到场强的单位还可写成 V/m ,这是实用中更常见的写法.

有了电场的定义,就可以讨论静止点电荷 Q 激发的电场. 在某场点放置一个静止的试探电荷 q_0 . 由库仑定律, q_0 所受的电场力为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 Q}{r^2} e_r$$

式中 e_r 是从 Q 所在的源点到 q_0 所在的场点的单位矢量. 根据场强的定义(9.4)式,静止点电荷 Q 激发的电场为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (9.5)$$

(9.5)式表明,点电荷 Q 产生的场强方向沿 Q 与场点的连线. 当 $Q > 0$ 时, E 与 e_r 同向,场强背离 Q 点;当 $Q < 0$ 时, E 与 e_r 反向,场强指向 Q 点. 场强的数值随场点与 Q 的距离依平方反比律减少,在 Q 为中心的球面上,场强的大小相等,且方向沿径向. 通常说,这样的电场是球对称的.

9.2.2 电场叠加原理

由静电力的叠加原理很容易得到电场的叠加原理. 当电场由 n 个静止点电荷 $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ 激发时,某场点处的场强由定义(9.4)式和叠加原理(9.3)式可得

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{\sum_i F_i}{q_0} = \sum_i \frac{F_i}{q_0} = \sum_i E_i \quad (9.6)$$

其中 E_i 表示第 i 个点电荷单独存在时在 q_0 所在场点处激发的场强. 可见多个点电荷所激发的电场在某点的场强等于各个点电荷单独存在时在该点的场强的矢量和, 这叫做场强的叠加原理.

9.2.3 电场的计算

有了单个点电荷的场强公式(9.5)式和叠加原理(9.6)式, 原则上就可以确定任意静止带电体系所产生的电场分布.

例 9.2 一对等量异号的点电荷 $+q$ 和 $-q$, 相距 l , P 点为两电荷连线中垂线上任意一点, 到两电荷连线中点距离为 r . 当 $r \gg l$ 时, 这两个点电荷组成的电荷系称为电偶极子. l 的方向由负电荷指向正电荷(如图 9.3 所示). $p = ql$ 称为电偶极矩, 简称电矩, 是表征电偶极子特性的特征量. 求 P 点处的场强.

解: 先求 $+q$ 和 $-q$ 单独存在时在 P 点激发的场强的大小:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (l/2)^2}$$

方向如图所示. 根据场强叠加原理, 合场强为

$$E = E_+ + E_-$$

由矢量合成的平行四边形定则可得

$$E = 2E_+ \cos \alpha = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (l/2)^2} \cos \alpha$$

由图中几何关系可得

$$\cos \alpha = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + (l/2)^2}}$$

因此合场强的大小为

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{[r^2 + (l/2)^2]^{3/2}} \\ &\approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{r^3} \\ &= \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \end{aligned}$$

其中已经考虑到了 $r \gg l$. 由于 E 的方向与电矩 p 反向, 故

$$E = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (9.7)$$

可以看到, P 点场强只与乘积 ql 和 r 有关. 只要保持乘积 ql 即 p 不变, 增大 q 减少 l , 或减少 q 增大 l , 场强都不变. 正是由于有这个性质, 定义电矩 $p = ql$ 是有意义的. 还应注意, 电偶极子的场强按 $1/r^3$ 变化, 而点电荷的场强按 $1/r^2$ 变化.

对于电荷连续分布的任意带电体, 我们可以想象把带电体分割成许多足够小的电荷元 dq , 每一个电荷元都可以看作点电荷, 于是电荷元 dq 单独存在时在空间某一点 P 点激发的场强由(9.5)式为

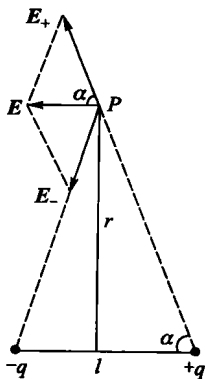


图 9.3 电偶极子

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

如图 9.4 所示. 根据场强叠加原理, 合场强应对各分场强求和. 在电荷连续分布的情况下, 即对 dE 积分. 所以 P 点的合场强为

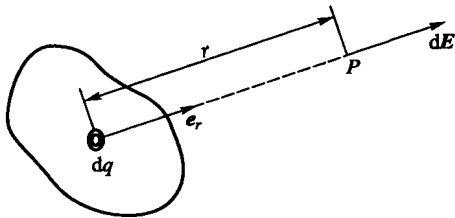


图 9.4 电荷元产生的电场

$$E = \int dE = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (9.8)$$

这种把连续体分割为许多微元的方法称为微元法.

例 9.3 有一根电荷均匀分布的带电细直棒, 电荷线密度为 λ (单位为 C/m). P 点为棒外一点, 到棒的垂直距离为 r , P 点到棒的两端的连线与直棒之间的夹角分别为 α 和 β , 如图 9.5 所示. 求 P 点的场强.

解: 本题的思路是微元法. 以 P 点到棒的垂线的垂足为坐标原点建立如图所示的直角坐标系. 将细棒分成许多带电线元, 在棒上距原点为 x 处取电荷元 dq , 其长度为 dx , 故 $dq = \lambda dx$. 电荷元 dq 在 P 点激发的场强的大小为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 l^2} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 l^2}$$

式中 l 为 dq 到 P 点的距离, dE 的方向如图所示.

然后再按照场强叠加原理进行积分. 由于 (9.8) 式是矢量积分式, 具体运算时, 一般应写出 dE 的分量式, 然后分别对各个分量式进行积分, 求出合场强的分量, 再求合场强. 本题中只需对场强的 x 、 y 两个分量积分. 设 dE 与 x 轴正向的夹角为 θ , 则

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 l^2} \cos \theta$$

$$dE_y = dE \sin \theta = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 l^2} \sin \theta$$

上式中包含三个变量 x 、 l 、 θ , 但是这三个变量是彼此关联的, 可以用一个变量来表示. 由图中几何关系可知

$$l^2 = r^2 + x^2 = r^2 \csc^2 \theta, \quad x = -r \cot \theta$$

因而

$$dx = d(-r \cot \theta) = r \csc^2 \theta d\theta$$

代入 dE_x 、 dE_y 两式中, 积分得

$$E_x = \int dE_x = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\lambda r \csc^2 \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2 \csc^2 \theta} \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} (\sin \beta - \sin \alpha)$$

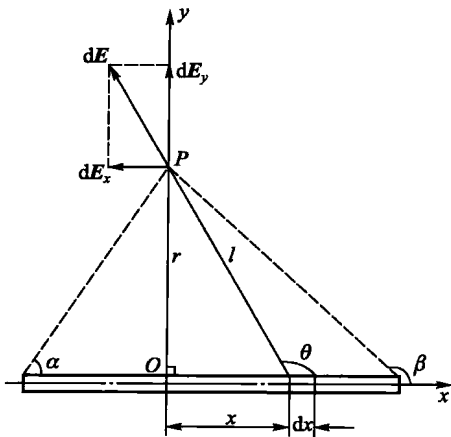


图 9.5 均匀带电细棒

$$E_y = \int dE_y = \int_a^b \frac{\lambda r \csc^2 \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2 \csc^2 \theta} \sin \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} (\cos \alpha - \cos \beta)$$

于是, P 点的场强为

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [(\sin \beta - \sin \alpha) \mathbf{i} + (\cos \alpha - \cos \beta) \mathbf{j}]$$

如果此均匀带电细直棒无限长, 则 $\alpha = 0$, $\beta = \pi$, 代入上式可得

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{j} \quad (9.9)$$

例 9.4 如图 9.6 所示, 求均匀带电圆环轴线上的场强. 已知圆环半径为 R , 电荷线密度为 λ ($\lambda > 0$).

解: 将圆环分割成许多小线元 dl , 每个线元所带电荷量 $dq = \lambda dl$, 可以看成是一个电荷元. dq 在轴任一点 P 点激发的场强的大小为

$$dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

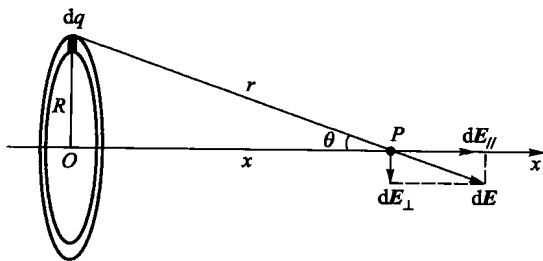


图 9.6 均匀带电圆环

式中 r 为 dq 到 P 点的距离.

根据对称性, 在圆环任一直径两端取两个长度相等的电荷元, 它们在垂直轴线方向上

的分量彼此抵消, 它们在 P 点激发的场强必定沿着圆环的轴线. 将整个圆环这样分成一对对电荷元, 它们在 P 点激发的合场强也必定沿着圆环的轴线. 所以总场强只有轴线分量. dE 平行于轴线的分量为

$$dE_{//} = dE \cos \alpha = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

将 $\cos \theta$ 和 r 都用 x 表示, 有

$$dE_{//} = \frac{\lambda x dl}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

注意积分时只有 l 是变量, 而 x 是常量. 因此, 合场强为

$$E = \int dE_{//} = \frac{\lambda x}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \int dl = \frac{\lambda x}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} 2\pi R$$

最后得到

$$E = \frac{\lambda x R}{2\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (9.10)$$

因此, 对于均匀带电圆环, 在它的轴上任一点场强的方向沿着轴线方向. 如果 $\lambda > 0$, 场强由圆环的中心指向两侧; 如果 $\lambda < 0$, 场强由两侧指向圆环的中心.

由计算结果(9.10)式可以进行两点讨论. ①在圆环中心($z=0$)处, $E=0$. 这正是预期的结果, 因为在圆环的中心, 圆环上任一电荷元所激发的场强被圆环直径另一端的电荷元所激发的场强抵消. ②当 $z \gg R$ 时,

$$E = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0 z^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}$$

式中 $q=2\pi R\lambda$ 为圆环上所带的总电荷量. 这个结果也是可以预料的, 因为在足够远处带电圆环就如同一个点电荷的行为一样.

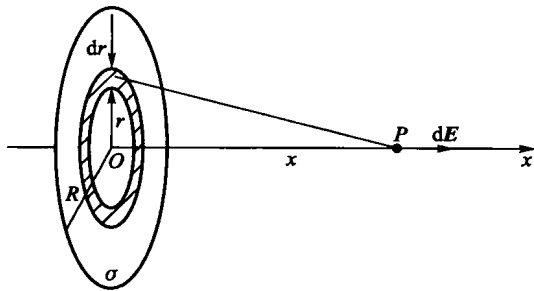


图 9.7 均匀带电圆盘

例 9.5 求均匀带电圆盘轴线上的场强. 如图 9.7 所示, 圆盘半径为 R , 电荷面密度为 σ (单位为 C/m^2).

解: 设 P 点为圆盘轴上任一点, 它距圆盘中心距离为 x . 以圆盘中心 O 点为圆心, 将整个带电圆盘分割成许多细圆环. P 点的合场强是所有带电圆环在这一点激发的场强的矢量和. 对于半径为 r 、宽度为 dr 的细圆环, 其面积为 $2\pi r dr$, 电荷量为 $\sigma \cdot 2\pi r dr$, 电荷线密度为 $d\lambda = \sigma dr$. 利用例 9.4 的结果(9.10)式, 这个细圆环在轴线上 P 点的场强方向沿

着轴线，其大小为

$$dE = \frac{d\lambda x r}{2\epsilon_0 (r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x r dr}{2\epsilon_0 (r^2 + x^2)^{3/2}}$$

由于所有的圆环在 P 点激发的场强同方向，所以总场强沿着轴线方向，其大小为

$$E = \int \frac{\sigma x r dr}{2\epsilon_0 (r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R^2/x^2}} \right) \quad (9.11)$$

由此题的解法可知，计算时应尽可能将带电体分割成已有现成结果、或便于计算的若干电荷元，最后应用叠加原理求出总场强。

对结果(9.11)式进行两点讨论。

(1) $R \gg x$ 时，对结果取极限，得

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (9.12)$$

这意味着无限大的带电圆盘在其周围产生的电场是匀强电场。

(2) $x \gg R$ 时，

$$\frac{1}{\sqrt{1 + R^2/x^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2}$$

所以

$$E \approx \frac{\sigma R^2}{4\epsilon_0 x^2} = \frac{\pi R^2 \sigma}{4\pi \epsilon_0 x^2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 x^2}$$

式中 q 是整个圆盘的电荷量。这又是顺理成章的，因为此时带电体的线度与它到场点的距离相比足够小，可以看成点电荷。

9.3 高斯定理

9.3.1 电场线

为了形象地描绘电场中场强分布情况，可在电场中作一系列曲线，令曲线上每一点的切线方向与该点的场强方向一致，这些曲线称为**电场线**。为了使电场线还能表示出各点场强的大小，我们规定：在电场中任一点附近，穿过垂直于场强方向上的单位面积的电场线根数与该点场强大小相等。

根据上述规定可知：电场线密集处场强大，电场线稀疏处场强小，匀强电场的电场线是一些方向相同，彼此之间距离相等的平行线。图 9.8 给出了几种带电系统的电场线图。

从大量电场线图中可归纳出电场线具有以下性质：①电场线发自正电荷（或无限远），止于负电荷（或无限远），在无电荷处不中断；②电场线不构成闭合曲线。然而，这些性质都不是理所当然的，它们分别是下文中静电场的高