机器噪声及噪声控制

华东纺织工学院

一九八一年八月

目录

第一章 声波与噪声的基本概念
§1 噪声在空气中的传播 ………… 1
§2 波动方程及其介 ………… 6
§3 噪声强度计量 ………… 18
§4 声的传播特性 ………… 22
§5 噪声的叠加及等效平均 ………… 28
§6 噪声的频谱 ………… 31

第二章 噪声的评价方法
§1 响度及响度级 ………… 34
§2 A声级 ………… 36
§3 噪声评价数 ………… 40
§4 声功率级 ………… 41

第三章 噪声的危害及容许标准
§1 噪声对人体的影响 ………… 44
§2 噪声容许标准 ………… 45

第四章 噪声测量仪器及方法
§1 测量仪 ………… 48
§2 测量方法 ………… 52

第五章 噪声控制的基本方法
§1 噪声控制的根本途径 ………… 57
§2 吸声处理 ………… 63
§3 消声处理 ………… 72
§4 隔声及个人防护 ………… 95
§5 隔振与阻尼 ………… 104

第六章　齿轮箱传动噪声的控制
§1　影响传动件噪声的因素 ………………………… 115
§2　齿轮箱噪声的传导及辐射 ……………………… 119
§3　主噪声源的探查 ………………………………… 120
§4　控制齿轮箱噪声的措施 ………………………… 120

第一章　声波与噪声的基本概念

§1.　噪声在空气中的传播

什么是噪声？简单地说，噪声就是一种人们讨厌的和不需要的声音。通常，噪声是由不同频率及声音强度组成的无调的嘈杂声。不过有时有调而动听的音乐声，因为影响了人们的睡眠或工作，也会被认为是讨厌而不需要的噪声的。

声音或噪声是怎样产生的？又是怎样传到人耳里的呢？可以说这是机械振动或波动的过程。声音是由物体振动带动空气振动，空气就以声波的型式进行传播；最后传入人耳迫使鼓膜振动，从而使人听到了声音。所以人听到声音须经过三个阶段：(1)声源的振动；(2)声波在介质中传播；(3)声波对听觉器管的影响。上述第一阶段属振动学范畴，产生声音的声源可以是固体、液体或气体。第二阶段属声学范畴。第三阶段则属于生理学范畴。由此可知，声波的频率就是声源的振动频率，也即介质中质点的振动频率，也就是人的听觉器管在单位时间内所接受的振动数。所以说声音或噪声的产生和传播就是机械振动或波动的过程。

声音是按纵波形式在声的传播媒质（介质）中传播的。声波传播过程中，使媒介中的压强发生变化，使媒质中的质点产生位移。

只要具有恢复原有体积性能的弹性物质均能作为声波传播的媒质。气体、液体及固体受外力压缩后，压强增加，有力图恢复原来体积的特性；一旦外力介除，则受压缩气体、液体或固体即膨胀。故不论气体、液体及固体都有恢复原有体积的性能，都能作媒质传播声音。由于我们生活在空气中，音波最后总是通过空气传到人们的听觉器管中的，所以这里主要研究声波在空气中的传播方式。

如前所述，声波是由声源振动而激发起来并传播的，其传播原理如下：声源振动将使附在声源面上的空气质点一起振动。当声源或其上的质点振动位移至最大振幅时，它就压缩附近一部分空气质点，使这部分空气质点密集及压强增加。由于空气受压缩有恢复其原来体积的性能，故这些被压缩的密集质点向前碰撞原来静止的质点，使静止

质点受压缩而进一步碰撞更前面的静止质点。这样的联锁反应一直继续下去，因此可传递至较远地方。不过这种碰撞和压缩方式的能量传递需经历一定时间的，所以在媒质质点碰撞压缩传递过程中，声源作相反的振动位移了，这时相邻空气质点放松，空气稀疏，压强减小。同时，这种放松现象也向远处传去。声源不断振动，相邻空气中质点就按一定程序一会儿密集，一会儿稀疏，同时空气质点的压强也相应变化。由于这种压缩及松稀需一定的传递时间，故空气质点由近而远地按一定的压缩及松稀程序传递；压强大小也相应按一定程序变化。图1—1—1 表示声波传播的大概情形。

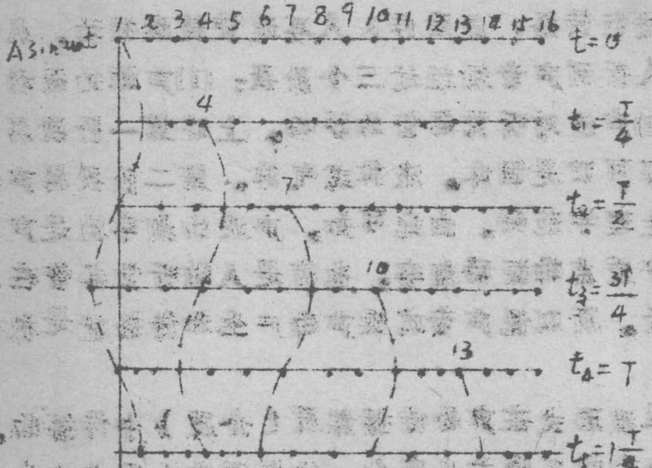

图1—1—1　声波传播过程简图

图中点1上有一振动面（声源）按 $A\sin\omega t$ 进行振动，摆动周期为T，该振动面迫使空气质点产生往复振动。图1—1—1表示空气质点产生波动过程简图。

当 $t=0$ 时，振动面静止，空气各质点都处在相对平衡状态。空气各质点的压强即为大气压强（1大气压强≈1公斤／厘米² 或 10^5 牛顿／米²）。当振面开始向右作振动位移时，质点1将因受到一个外力开始向右运动。

当$t=\frac{T}{4}$时（T为振动周期），振动面及质点1达到向右的最大位移位置，质点1的位移量等于振动面（声源）的振幅A。此时质点2及3也位移了一段距离，而质点4因受碰撞及压缩的弹性力正要开始向右移动，但仍未运动。所以，在质点1和4之间空气因形成紧密压缩状态。由图可知，静止质点4压缩量最大，故其压强也最大。

当$t=\frac{T}{2}$时，此时振动面与质点1回到平衡位置。原静止质点4因受质点3的碰撞与压缩，已位移了等于振幅A的距离，而质点5和6也相应产生了一定位移。这时质点7因受弹性力作用正要开始向右移动。所以，质点4和7之间的空气团呈紧密的压缩状态。同时，由于质点1回到平衡位置，质点1和4之间的空气团被放松呈稀疏状态。所以在质点1和7之间的空气团中，一般呈稀疏状态，另一段呈紧密状态。这时，质点1及7处在原始的平衡位置（即无位移）而质点4位移最大。由图可知，此时，动质点1的压强最小，静质点7压强最大，相应在质点4上的压强为中间值。

当$t=\frac{3}{4}T$时，振幅面与质点1达到向左的位移最大位置。此时原静止质点7、8和9因受左面质点的碰撞压缩产生位移，使质点7和10之间的空气团呈紧密的压缩状态。因为质点1退至最左位置，故在质点1和10之间的空气团中呈“疏”、“疏”、“密”状态。

当$t=T$时，振面的质点1又回到平衡位置。此时原静止质点10、11及12又因受左面质点的碰撞压缩产生位移，使10和13之间空气团形成紧密压缩状态。这样在质点1和13之间的空气团呈“密”、“疏”、“疏”、“密”状态。由图可知，此时质点1、7和13的位移量为零，质点4位移最小，质点10位移最大。同时，质点1及13的压强为最大，质点7的压强为最小，而质点4及10的压强值为中间值，即为原空气的压强。

当振动面振动1周后继续振动，即$t=1\frac{T}{4}\cdots\cdots 2T\cdots\cdots nT$，

则空气质点按上述方式依次类推，周期地重复上述过程。而它们的位移及压强的变化也重复上述型式。所以声波就是靠媒质中各质点作周期性相互“靠拢”与“离开”，使空气呈周期性的“疏”“密”状态，造成质点的位移和压强产生周期性变化，使声音以一定速度传播远方。

图1-1-2 为 $t=2T$ 时空气中各质点的位移一距离和压强一距离的关系图。图中质点位移及压强曲线波动二次。当 $t=T$ 时，质点位移及压强曲线只波动一次（即质点1至13一段的波动曲线）。当 $t=3T$ 时，质点的位移及压强曲线将波动3次；余类推。

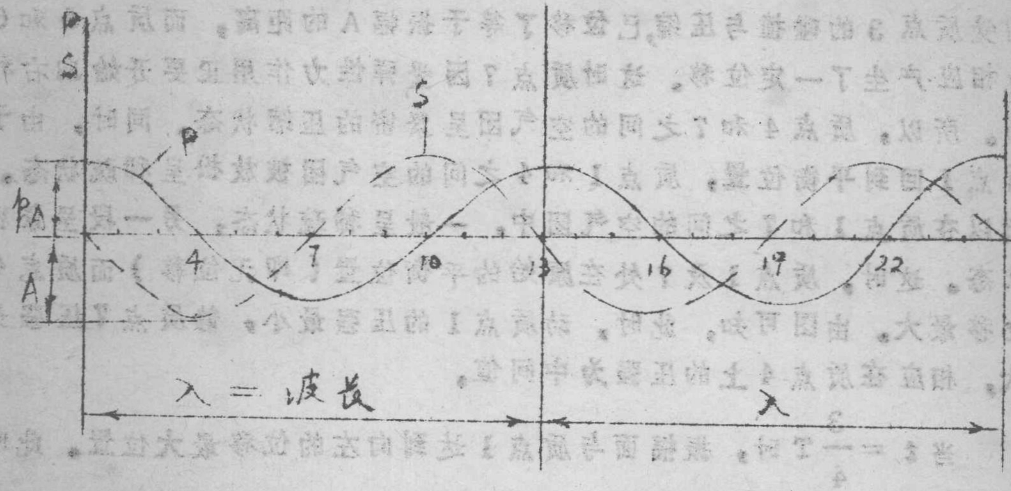

图1-1-2　$t=2T$ 时质点位移S、压强P曲线

由图1-1-2 可知，声源振动发出声波；声源或质点每振动一次，则声波作全波动一周，行进距离为λ（波长）。当声源振动频率为 f，则声波的波动频率也为 f。这样声波传播速度C（声速）为：

$$C=f\lambda \quad 或 \quad C=\frac{\lambda}{T}$$

式中　T——周期，声波行经一个波长（λ）所需时间；

f——频率；　$f=\frac{1}{T}$

一般情况下，在钢板中的声速约为5000米/秒，水中声速约为

1500 米/秒，橡胶中约为 40 ～ 50 米/秒。空气为最重要的媒质，其声速与温度有关。空气中声速为：

$$C = 20.05\sqrt{273+\theta}$$

式中 θ——摄氏温度。 当在摄氏温度 θ = 20°C时，在空气中的声声速约为 344 米/秒。

图 1-1-2 所示为某一瞬间 $t = 2T$ 时离声源由近而远的各质点的瞬时位移 S_n 及瞬时压强增量 ΔP_n。对某一质点言，它按时间历程的位移及压强增量是按振动曲线变化的。由于振源（或声源）随时间历程 t 作正弦变化，即 $X = A\sin\omega t$，则各质点的位移 S_n 也是按时间历程作正弦振动的，不过各质点在振动时相对于振源有相角的滞后，即即 $S_n = A\sin(\omega t-\varphi_n)$。质点离声源愈远，则滞后相角 φ_n 愈大。这是因为声波由近而远传递给各质点时需要传递时间。所以离开声源距离不同，质点的振动位移的相位也不同。

由图 1-1-1 及 1-1-2 可知，各质点的压强增量 ΔP_n 超前相应点的振动位移正弦曲线 90°。所以压强增量：

$$\Delta P_n = \Delta P_A \sin(\omega t-\varphi_n+90^\circ)$$

$$\therefore \quad \Delta P_n = \Delta P_A \cos(\omega t-\varphi_n) \quad ;$$

式中 ΔP_A——压强增量的峰值。

上式 ΔP_n 是指质点 n 的压强增量，即质点 n 相对于静止空气压强（标准大气压）的变化压强值。在声学中把压强增量 ΔP 称为声压 p。所以质点 n 的声压为：

$$p_n = p_A \cos(\omega t-\varphi_n)$$

式中 p_A——峰值声压。

质点 n 振动速度：$v_n = \dfrac{dS_n}{dt} = \omega S_A \cos(\omega t-\varphi_n)$

即 $V_n = V_A \cos(\omega t-\varphi_n)$

式中 V_A——振速的峰值。

所以声压p与质点振速V的谐波相位相同，只是声压与振速的绝对值相差一系数而已。所以有时可以测量物体的振速变化以求声压变化。由于在相同条件下声压大，相应的声音就响，故工程中常把声压作为计量声音强度的一种指标。

声学中常用到的声压有三种：

(1) 瞬时声压$p(t)$——质点在某一瞬时t的声压。如质点4位置在瞬时$t=2T$时的声压就称这点位置的瞬时声压。

(2) 峰值声压p_A——一点在一段时间历程的声压波动的振幅。

(3) 有效声压p——一点在一定时间间隔内瞬时声压的均方根值。

$$p=\sqrt{\frac{\int_0^{t_0} p(t)\,dt}{t_0}}$$

在工程中所用的测声压仪器一般多用有效声压p来计量的，所以在未作特殊说明情况下，所给的声压数据一般都指有效声压。

声压的单位是牛顿／米^{2}或微巴。

§2　波动方程及其介

由前可知，媒质中各质点不是各自孤立的，而是互相联系、互相作用的。所以当有一个声音迫使邻近空气的压强产生变化时，它就使空气中的一些质点产生振动。质点振动和声压变化在媒质中的传播过程就是波动。波动不仅可用上述物理概念来说明，还可用数学表达式来表达及分析。本章介绍波动方程式的导出及求介。

一、单维波动方程的推导

声波的波动方程式建立过程是：利用牛顿第二定律、气体定律及质量守恒定律建立有关的运动方程、气体方程及连续方程，然后将这些方程联系起来导出波动方程。下面是波动方程的推导过程。

1．建立运动方程：

取如图1—2—1所示的一个小长方体容积的媒质——气体，其容积为：

$V=\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z$。假想这一长方体气体装在无重、无形壁的气匣中，匣壁完全弹性且没有摩擦。设媒质在x方向有声压的变化率为$\frac{\partial p}{\partial x}$，这样气匣x方向二侧所受的总作用力不等，左右二侧所受总压力各为F及F+f。故作用力差为：

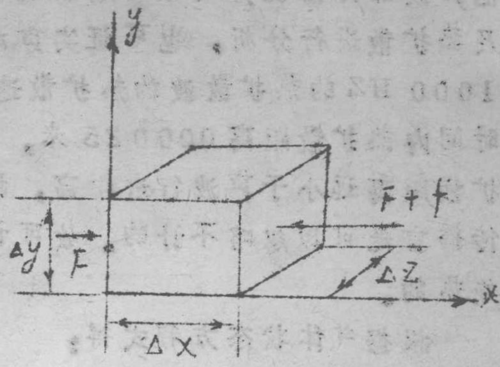

图1—2—1　气匣受力图

$$f=-\frac{\partial p}{\partial x}V_0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

式中：f——左右二侧作用力差，"—"号表示方向为左。

V_0——小长方体容积；$V_0=\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z$。

根据牛顿第二定律：

$$f=M\frac{\partial u}{\partial t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

故介之得：

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{M}{V_0}\frac{\partial u}{\partial t}=-\rho\frac{\partial u}{\partial t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

式中　M——气匣中气体质量

u——速度

ρ——气体密度

2．建立气体方程：

当声波在传播时，声波的声压变化很快，使容积相应也变化很快，所以温度在这种交变声场中也随着变化，来不及作充分热交换。故可

把声波的传播视为气体的绝热过程中进行。另外，对1000HZ声波及热扩散进行分析，也可证实声波传播属于绝热过程。在普通大气中，1000 HZ的热扩散波的热扩散速度约为0.5米／秒，则在半个周期时间内热扩散距离0.00025米，它与声波的半波长0.17米相比，热扩散距离远小于声波行进距离，故这种热扩散（或热交换）相对声波传播言是可以忽略不计的。故可认为声波使气体压缩及膨胀基本上是绝热的。

根据气体状态方程式得：

$$PdV + VdP = \frac{M}{\mu} RdT \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

式中　P——气体压力（压强）；

V——气匣容积；

T——气体温度；

M——气匣中气体质量；

μ——克分子量；

R——气体常数。

由于气体属绝热过程，故

$$dT = -\frac{PdV}{MC_V} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

$$\therefore \quad PdV + VdP = -\frac{PdV}{C_V}\left(\frac{R}{\mu}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6)$$

$$\because \quad \frac{R}{\mu} = C_p - C_V = C_V(\gamma - 1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7)$$

式中　C_p——定压过程比热

γ——即 $\frac{C_p}{C_V}$，气体定压与定容比热之比。

代入式(6)得：$\frac{dp}{\rho} = -\frac{\gamma dV}{V}$ ……………… (8)

上式由于声波扰动使空气产生的压强增量dP就是声压p。空气容积增量$dV=\Delta V$。

∵　气体压强 $P \gg$ 声压 p

　　气体容积 $V \gg \Delta V$

故P及V可视为不受声波影响约标准大气压P_0及标准容积$V_0=\Delta x\cdot\Delta y\cdot\Delta z$，故得：

$$\frac{p}{P_0}=-\frac{\gamma\Delta V}{V_0} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9)$$

取时间导数得：

$$\frac{1}{P_0}\frac{\partial p}{\partial t}=-\frac{\gamma}{V_0}\frac{\partial(\Delta V)}{\partial t} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (10)$$

3．建立连续方程：

连续方程是假定气匣变形时气匣内气体的总质量不变。

设在一定时间间隔内气匣内质点产生位移，使容积膨胀。匣左侧壁及贴邻的空气质点位移ξ，而其右侧壁的空气质点除有ξ位移外，还有沿x方向的位移增加率$\frac{\partial\xi}{\partial x}$的移动量$\frac{\partial\xi}{\partial x}\Delta x$，所以同一时间内，右侧壁空气质点移动量为：

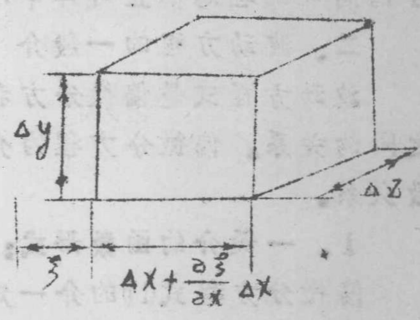

图 1-2-2　气匣内质点位移图

$$\xi+\frac{\partial\xi}{\partial x}\Delta x$$

这一过程中气匣的容积增量为：

$$\Delta V=\frac{\partial\xi}{\partial x}V_0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (11)$$

取时间导数得：$$\frac{\partial(\Delta V)}{\partial t}=V_0\frac{\partial u}{\partial x} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

式中 u——气体质点位移速度， $u=\frac{\partial \xi}{dt}$

4. 建立波动方程式：

联列方程式(3)、(10)及(12)，并综合化简得偏微分方程式为：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-C^2\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

式中 $C^2=\frac{\gamma P_0}{\rho}$

式(14)是声波的声压 p 变化传递的波动方程式，此式适用于均匀，各向同性的理想静止气体中小振幅声波的传播。

二、波动方程的一般介

波动方程式是偏微分方程式，它给出了自变量与因变量的偏微分之间的关系。偏微分方程的介就是要求给出自变量与因变量之间的函数关系。

1. 一般介的函数形式：

偏微分方程式(14)的介一定是声压 p 为声源距 x 与时间 t 的函数，即 $p(x, t)$。为了使求介过程中容易积分，故采用自变量代换，把变量 x 及 t 用 ξ 及 η 代换。

令 $$\begin{cases}\xi=x-ct\\ \eta=x+ct\end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

这样偏微分的介成为 $p(\xi, \eta)$。按 $p(\xi, \eta)$ 求导得：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}=p_{\xi\xi}+2p_{\xi\eta}+p_{\eta\eta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=c^2\left(p_{\xi\xi}-2p_{\xi\eta}+p_{\eta\eta}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

代入偏微分方程式(14)得：　$p_{\xi\eta}=0$　…………………… (18)

$$\therefore\quad p_{\xi}=\int p_{\xi\eta}d_{\eta}=\int 0\,d_{\eta}=a(\xi)$$

式中$a(\xi)$表示与ξ有关的任意函数。它与积分变量η无关的常数。

$$p(\xi,\eta)=\int\frac{\partial p}{\partial\xi}d\xi=\int a(\xi)d\xi=f_1(\xi)+f_2(\eta)$$

。　…………………………………… (19)

式中　$f_1(\xi)$是变量ξ积分后的ξ函数。而$f_2(\eta)$是与积分变量无关的积分常数，它可以是η的函数。

将式(15)代换上式ξ及η，则得波动方程式的一般介的函数形式：

$p(x,t)=f_1(x-ct)+f_2(x+ct)$　…………………… (20)

2。波的传播速度C：

声的波动方程式(14)中的c可以从一般介的函数式$p(x,t)=f_1(x-ct)+f_2(x+ct)$中分析得出：C为声波的传播速度，即声速。由于$p(x,t)$是由二部分组成，现先分析第一部分$p_1=f_1(x-ct)$。

当$t=0$时，则$p_1=f_1(x)$；当$t>0$时，函数$p_1=(x-ct)$的图形只是$f_1(x)$在x轴上向右移过一距离$x_0=ct$。时间愈长($t\uparrow$)，则移过的距离愈大($x\uparrow$)。所以由$x_0=ct$，式可知，C是声波移动的速度，即声速。

$$C^2=\frac{\gamma p_0}{\rho}$$

式中　γ——定压与定容比热之比，空气$\gamma\approx1.4$，

p_0——无声波时的静大气压，$p_0=10^5$牛顿／米^2，

ρ——空气密度，　$\rho\approx1.18$

$\therefore$声速　$C=\sqrt{1.4\times10^5/1.18}=344$米／秒

所以$f_1(x-ct)$表示一个传播速度为c的右传播波，又称前进波。声波中声速$C\approx344$米／秒。同理，$f_2(x+ct)$表示以声速

$C\approx 344$米／秒的左传播波（又称反向行波）。

由于$p(x,t)=f_1(x-ct)+f_2(x+ct)$表示二个相反方向传播的行波，且它们与$y$轴（即振源点纵轴）对称，故$p(x,t)$属于偶函数。所以一般介的函数型式可写成：

$$p(x,t)=f_+(x-ct)+f_-(x+ct) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (21)$$

3．声波动方程的一般稳态介：

通常采用分离变量法求一般稳态介。分离变量法求介法如下。设波动方程式的介为：

$$p(x,t)=p(x)\cdot p(t) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (22)$$

求偏导数：

$$\frac{\partial p}{\partial x}=p'(x)p(t),\quad \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}=p''(x)p(t)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}=p(x)p'(t),\quad \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=p(x)\cdot p''(t)$$

代入(14)式得：

$$\frac{p''(x)}{p(x)}=\frac{p''(t)}{C^2p(t)}=-K^2$$

上式$-K^2$表示小于零的常数，这因为二个互相独立的变量只有常数才能相等。根据上式可得微分方程组为：

$$\begin{cases} p''(x)+K^2 p(x)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & (23) \\ p''(t)+(KC)^2 p(t)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & (24) \end{cases}$$

求介得：

$$p(x)=Ae^{ikx}+Be^{-ikx} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (25)$$

$$p(t)=De^{ikct}+Ee^{-ikct} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (26)$$

由于 $$e^{ikx}=\cos kx+i\sin kx$$

$$e^{-ikx}=\cos kx-i\sin kx$$

又因为前节曾指出，声波动方程的介为偶函数，故其介 $p(x, t)$ 只取实数部分的函数 cos 的有关函数。

$$\because \quad p(x, t) = p(x) \cdot p(t)$$

$$\therefore \quad p(x, t) = p_+ \cos k(x - ct) + p_- \cos k(x + ct) \cdots\cdots \quad (27)$$

即 $$p(x, t) = R_e\{p_+ e^{ik(x-ct)} + p_- e^{ik(x+ct)}\} \cdots\cdots \quad (28)$$

或 $$p(x, t) = R_e\{(p_+ e^{-ikx} + p_- e^{ikx}) e^{ikct}\} \cdots\cdots \quad (29)$$

式(27)、(28)及(29)即为波动方程的稳定介。

由前可知：

$$e^{ikct} = \cos kct + i \sin kct = \cos \omega t + i \sin \omega t$$

$$\therefore \quad KC = \omega, \quad K = \omega/C = 2\pi f/C = 2\pi/\lambda$$

式中　k —— 波数；　　f —— 频率；

　　　C —— 声速；　　λ —— 波长。

把式(28)中 K 化为 ω，则得：

$$p(x, t) = R_e\{p_+ e^{i\omega(x/c - t)} + p_- e^{i\omega(x/c + t)}\} \cdots \quad (30)$$

上面(27)、(28)、(29)及(30)式都是把声波视作单一的简谐波来作介的，实际上声波常呈稳态的周期性波形。根据富里埃级数理论，凡稳态周期性波形可用一系列简谐波迭加。故对于稳态周期性声波的介可写为：

$$p(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} R_e\{p_+ e^{ik(x-ct)} + p_- e^{ik(x+ct)}\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (31)$$

注意：上式中 p_+ 及 p_- 均为波峰值。如果给定值为有效值 p_{e+} 及 p_{e-}，则 $p_+ = \sqrt{2}\, p_{e+}$，　$p_- = \sqrt{2}\, p_{e-}$；

根据上面波动方程式的介可得出如下结论：

(1) 波动方程的介 $p(x, t)$ 表示一个振动波。在某一定距离 x

上的质点，其瞬时声压相对于时间历程作简谐振动；当时间 t 为常数时，瞬时声压相对于距离 x 呈简谐波曲线变化。

(2) 声波传播过程中的距离 x 不同的质点上，其瞬时声压的振动频率是相同的；但 x 不同，声压振动相位也不同。

(3) 声波根据边界条件可以只具有前进行波（右传播波），也可以同时具有前进及反向行波（即右及左传播波）。

〔例〕稳态的声波在 $x=0$ 点上前进行波可分介成基波频率 $f_1=100\,HZ$，有效声压 $p_1=4$ 牛顿／米^2，三阶谐波 $f_3=300\,HZ$，有效声压 $p_3=2$ 牛顿／米^2，求 $x=5$ 米处的 p 与 t 的函数关系。

〔介〕 稳态一般介为：

$$p(x,t)=R_e\{p_{+1}e^{i\omega_1(x/c-t)}+p_{3+}e^{i\omega_3(x/c-t)}\}$$

$$p_{+1}=\sqrt{2}\,p_1=5.6\;;\qquad p_{+3}=\sqrt{2}\,p_3=2.8$$

$$x=5\text{ 米},\qquad x/c=5/340=0.015$$

$$\omega_1=2\pi f_1=200\pi=628$$

$$\omega_3=2\pi f_3=600\pi=1884$$

$$p(5,t)=R_e(5.6e^{i628(0.015-t)}+2.8^{i1884(0.015-t)}\}$$

$$\therefore\ p(5,t)=5.6\cos 628(t-0.015)+2.8\cos 1884(t-0.015)$$

三、波动方程的扩大应用

声波的波动方程式不仅能介声压 p 与距离 x、时间 t 之间的函数关系，还能利用波动方程求介声波质点速度 u 及质点位移 ξ 对距离 x、时间 t 之间的函数关系。换言之，凡属于波动性的因变数基本上都能利用波动方程式求得函数介。

1、声波质点振动速度 u 与 x、t 的关系：

前式(3)为：

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-\rho\frac{\partial u}{\partial t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(32)$$