钱民刚　主编

注册工程师执业资格考试 公共基础知识复习教程（第二版）

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

钱民刚 主编

注册工程师执业资格考试
公共基础知识
复习教程（第二版）

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

自 1997 年以来，各专业注册工程师执业资格考试制度相继实施，为满足广大考生复习、应考的需要，特组织有多年考前培训教学经验的教师编写了本书第一版。历经一年的培训，编者通过问卷调查对内容进行了修改完善，从而编写了第二版。本书第二版学科体系更完整，例题与考生结合更加紧密，更便于考生学习。

本书是注册工程师执业资格考试公共基础考试各专业的通用教程，主要内容包括工程科学基础（高等数学、普通物理、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学）、现代技术基础（计算机应用基础、电气与信息）、工程管理基础（工程经济、法律法规）三篇十章，每章均由基础知识、近几年考试真题和答案组成。同时，为便于考生复习，本书还附有 2009 年新修订的勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲以及试题配置说明与参考文献。

本书适用于备考注册结构工程师、土木工程师、岩土工程师、注册电气工程师、公用设备（包括给排水、暖通空调和动力专业）工程师和环保工程师等的考生，也可供相关专业的工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

公共基础知识复习教程 / 钱民刚主编. —2 版. —北京：中国电力出版社，2011.12
（注册工程师执业资格考试）
ISBN 978-7-5123-2422-0

Ⅰ. ①公… Ⅱ. ①钱… Ⅲ. ①工程技术人员–资格考试–自学参考资料 Ⅳ. ①T-29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 258779 号

中国电力出版社出版、发行
（北京市东城区北京站西街 19 号 100005 http://www.cepp.sgcc.com.cn）
航远印刷有限公司印刷
各地新华书店经售
*
2011 年 5 月第一版
2012 年 2 月第二版 2012 年 2 月北京第二次印刷
787 毫米×1092 毫米 16 开本 29.5 印张 688 千字
印数 3001—6000 册 定价 **62.00** 元

前言

《注册工程师执业资格考试公共基础知识复习教程》（第一版）在2011年5月出版以后，受到广大读者和考生的热情欢迎。由于本书作者队伍富有培训经验、复习内容讲解精炼、贴近实战的真题训练，并兼顾不同专业要求，因此各培训机构和培训教师纷纷采用此书作为教材。对于考生高效率地复习备考起到了重要作用。

在2011年的考前培训教学过程中，我们进一步征求了广大学员和教师的意见，并根据最新的考题动向对本书第二版的内容进行了修改完善。变动较大的主要是第一章高等数学和第七章计算机应用基础。第一章根据考前培训教学的需要增加完善了部分内容和例题。第七章则根据近几年最新的考题动向增删了部分内容。其余各章也做了相应修改，并改正了文字错误。

同时，应广大考生和考前培训班学员的要求我们新编了《注册工程师执业资格考试公共基础知识真题解析》，把最近几年注册工程师资格考试公共基础考试的真题做了详细解答，以帮助考生更方便地进行复习，并且可以把《复习教程》和《真题解析》配套使用。

本书第二版的各章作者及主编和第一版相同，兹不赘述。

虽经再三校核，本书仍难免疏漏，敬请广大读者指正。

编者

2012年2月

第一版前言

自原建设部（现住房和城乡建设部）和原人事部（现人力资源和社会保障部）从 1997 年起实施注册工程师（房屋结构）执业资格考试制度以来，注册岩土工程师（2002 年）、注册电气工程师（2004 年）、注册公用设备工程师（2005 年）等各专业的执业资格考试制度陆续施行。为了满足广大考生的复习需要，各专业的辅导教材应运而生。与现在图书市场上的各类复习教材相比，本书具有以下特点：

（1）富有培训经验的作者队伍。由北京建筑工程学院、北京工业大学、北京工商大学和北京市建筑设计研究院的教师组成的作者队伍，自 1997 年起，一直从事注册工程师公共基础考试考前培训班的教学工作，具有 14 年丰富的培训教学实践经验。同时，我们依据 2009 年 3 月新修订的《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》和历年来考生的反馈意见，以多年来辅导培训的教案为基础，编写了本复习教程。本书凝结了教师们 14 年耕耘的心血，必将受到考生的欢迎。

（2）讲解精练的复习内容。注册工程师公共基础考试共包括高等数学、普通物理、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、计算机应用基础、电气与信息、工程经济和法律法规十门课程。面对繁重的复习任务，绝大多数考生都感到非常困难。考虑到广大考生工作繁忙、时间有限，在本书的编写过程中，力求简明扼要，特别注重精练，避免繁琐的陈述和讲解，比图书市场上同类教材精练得多，可以大大提高考生复习备考的时间利用率。

（3）贴近实战的真题训练。自从 1997 年以来，随着注册工程师资格考试公共基础考试的逐年进行，考试的真题通过各种渠道在考试培训市场上流传开来。这些真题对于考生复习备考、教师的培训教学具有指挥棒的重要作用。我们在培训中讲解这些真题，分析所考的知识点，受到广大考生的热情欢迎。在本书编写过程中，我们收集、整理了近几年的真题和答案，作为参考习题和典型例题，进一步加强了本书复习备考的针对性。这是本书与众不同的重要特色。

（4）兼顾不同专业要求。由于注册工程师各专业的差异，在大学本科学习阶段公共基础课学习的深度和广度，对各专业是有所不同的，个别课程甚至相差很大。例如，对房屋结构专业理论力学和材料力学要求很高，对给水排水和暖通空调专业流体力学要求较高，而对电气专业则对电工电子课程要求很高、对上述三门力学课程要求较少。因此各专业现已出版的复习教材往往是公共基础课和专业基础课配套编写出版，不利于各专业的通用。针对这种情况，本书以考试大纲和实际考题为准，面对各专业统一教学内容，既照顾到本科学习多学时的专业，又照顾到本科学习少学时的专业。这使得本书内容不仅适用于注册结构工程师、土木工程师、岩土工程师，也适用于公用设备工程师（包括给水排水、暖

通空调和动力专业）、电气工程师和环保工程师等各专业的考生，具有广泛的适用性。

本书第一章由李群高负责编写，第二章由魏京花负责编写，第三章由岳冠华负责编写，第四章、第五章由钱民刚负责编写，第六章由李兆年负责编写，第七章由许小重负责编写，第八章由许怡生负责编写，第九章由陈向东负责编写，第十章由李魁元负责编写。全书由钱民刚担任主编。

限于作者的水平和时间，本书中难免存有疏漏之处，恳请广大读者批评指正。

祝各位考生考试顺利！

编者

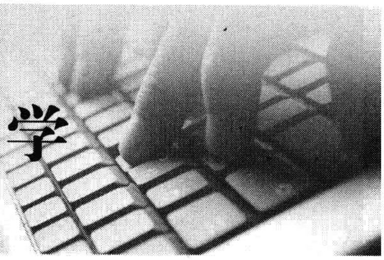
2011 年 2 月

目 录

第一篇 工程科学基础

第一篇 工程科学基础

第一章　高　等　数　学



第一节　空 间 解 析 几 何

一、向量代数

（一）向量的概念

（1）向量的坐标：设向量 $\boldsymbol{a}$ 的起点为 $A(x_1,y_1,z_1)$，终点为 $B(x_2,y_2,z_2)$，则

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{AB}=\{x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1\}=\{a_x,a_y,a_z\}$$

注意

a_x,a_y,a_z 是向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标，向量的坐标也是该向量在三个坐标轴上的投影。

（2）向量的模：

$$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

（3）向量的方向角与方向余弦：向量 $\boldsymbol{a}$ 与 x 轴、y 轴、z 轴正向的夹角 α、β、γ 叫 $\boldsymbol{a}$ 的方向角 $(0\leqslant\alpha、\beta、\gamma\leqslant\pi)$。$\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦 $(\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1)$，且 $\cos\alpha=\dfrac{a_x}{|\boldsymbol{a}|}$、$\cos\beta=\dfrac{a_y}{|\boldsymbol{a}|}$、$\cos\gamma=\dfrac{a_z}{|\boldsymbol{a}|}$。

（4）单位向量 $\boldsymbol{a}^0$：模为 1 的向量，且与向量 $\boldsymbol{a}$ 同方向，即 $\boldsymbol{a}^0=\dfrac{1}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}$。

（5）零向量：模为 0 的向量，方向不固定。零向量可与任何向量垂直或平行。

（6）向量在轴上的投影：向量 $\boldsymbol{AB}$ 在轴 u 上的投影　$\mathrm{Pr}\,j_u\boldsymbol{AB}=|\boldsymbol{AB}|\cos(\boldsymbol{AB}\hat{,}u)$

（二）向量的运算

1. 向量的线性运算

若 $\boldsymbol{a}=\{a_x,a_y,a_z\},\boldsymbol{b}=\{b_x,b_y,b_z\}$，$\lambda$ 是常数，则

$$\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{a_x\pm b_x,a_y\pm b_y,a_z\pm b_z\}，\quad \lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda a_x,\lambda a_y,\lambda a_z\}$$

若 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 是非零向量，$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_x}{b_x}=\dfrac{a_y}{b_y}=\dfrac{a_z}{b_z}$

2. 数量积（点积）

（1）定义：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos(\boldsymbol{a}\hat{,}\boldsymbol{b})$（运算结果为一数量）。

（2）坐标表达式：若 $\boldsymbol{a}=\{a_x,a_y,a_z\},\boldsymbol{b}=\{b_x,b_y,b_z\}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$。

（3）性质：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|^2$，$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0$。

（4）两向量夹角的余弦公式：$\cos(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$。

3. 向量积（叉积）

（1）定义：$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 是一个向量，该向量的大小为 $|\boldsymbol{c}|=|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})$，该向量的方向 $\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{b}$ 且符合右手法则。

（2）坐标表达式：若 $\boldsymbol{a}=\{a_x,a_y,a_z\},\boldsymbol{b}=\{b_x,b_y,b_z\}$，则

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}=(a_yb_z-a_xb_y)\boldsymbol{i}-(a_xb_z-a_zb_x)\boldsymbol{j}+(a_xb_y-a_yb_x)\boldsymbol{k}$$

（3）性质：$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0},\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0},\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}$。

4. 混合积

（1）定义：$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}\doteq[\boldsymbol{abc}]$（运算结果为一数量）。

（2）坐标表达式：若 $\boldsymbol{a}=\{a_x,a_y,a_z\},\boldsymbol{b}=\{b_x,b_y,b_z\},\boldsymbol{c}=\{c_x,c_y,c_z\}$，则

$$[\boldsymbol{abc}]=\begin{vmatrix}a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\\c_x&c_y&c_z\end{vmatrix}$$

（3）性质：

$$\text{三向量}\boldsymbol{a}、\boldsymbol{b}、\boldsymbol{c}\text{共面}\Leftrightarrow[\boldsymbol{abc}]=\begin{vmatrix}a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\\c_x&c_y&c_z\end{vmatrix}=0$$

例 1–1　若 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}$，则（　　）。

A. $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$　　B. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$　　C. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$　　D. $\boldsymbol{a}/\!/(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$

解：$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}\Rightarrow\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=\boldsymbol{0}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}/\!/(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$，故选 D。

例 1–2　已知向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，则垂直于 $\boldsymbol{a}$ 且垂直于 oy 轴的单位向量是（　　）。

A. $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$　B. $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$　　C. $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{k})$　　D. $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k})$

解：与 oy 轴同方向的单位向量是 $\boldsymbol{j}$，而

$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{j}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&1&1\\0&1&0\end{vmatrix}=\boldsymbol{k}-\boldsymbol{i}$，垂直于 $\boldsymbol{a}$ 且垂直于 oy 轴的单位向量是 $\dfrac{\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{j}}{|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{j}|}=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{i})=\mp\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{k})$，故选 C。

例 1–3　已知 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{i}+a\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{\beta}=a\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{\gamma}=-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k}$，若 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 共面，则 a 等于（　　）。

A. 1 或 2　　B. -1 或 2　　C. -1 或 -2　　D. 1 或 -2

解：若 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 共面，则 $\begin{vmatrix}1&a&-3\\a&-3&6\\-2&2&6\end{vmatrix}=0$，计算三阶行列式得 $a^2+3a+2=0$，求解该方

程得 $a=-1$ 或 $a=-2$，故应选 C。

二、平面

（一）平面方程

（1）点法式方程：设平面过点 (x_0,y_0,z_0)，法向量为 $\boldsymbol{n}=\{A,B,C\}$，则平面方程为

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

注意

要求平面方程，关键是利用已知条件，找出平面的法向量和某点的坐标。

（2）一般方程：$Ax+By+Cz+D=0$（$\boldsymbol{n}=\{A,B,C\}$ 为平面的法向量）

1）当 $D=0$ 时，平面过原点。

2）当 $A=0\,(B=0或C=0)$ 时，平面平行于 $x(y或z)$ 轴，这时若 $D\neq 0$，平面不经过 $x(y或z)$ 轴，若 $D=0$，则平面经过 $x(y或z)$ 轴。

3）当 $A=B=0$ 时，平面平行于 xoy 面。

注意

求平面方程的另一常用方法是利用条件，写出平面一般式，再确定系数。

（二）两平面的夹角

设平面 π_1、π_2 的法向量为 $\boldsymbol{n}_1=\{A_1,B_1,C_1\}$ 和 $\boldsymbol{n}_2=\{A_2,B_2,C_2\}$

$$\cos\theta=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}\quad\left(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\pi_1\perp\pi_2\Leftrightarrow\boldsymbol{n}_1\perp\boldsymbol{n}_2\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$$

$$\pi_1/\!/\pi_2\Leftrightarrow\boldsymbol{n}_1/\!/\boldsymbol{n}_2\Leftrightarrow\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

（三）点到平面的距离

点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 到平面 $Ax+By+Cz+D=0$ 的距离为

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

例 1–4　过点 $(-1,0,1)$ 且与平面 $x+y+4z+19=0$ 平行的平面方程为（　　）。

A. $x+y+4z-3=0$　　　　B. $2x+y+z-3=0$

C. $x+2y+z-19=0$　　　　D. $x+2y+4z-9=0$

解： 已知平面的法向量为 $\boldsymbol{n}=\{1,1,4\}$，由已知可得所求平面的法向量为 $\boldsymbol{n}=\{1,1,4\}$。所以所求平面方程为：$1\cdot(x+1)+1\cdot(y-0)+4\cdot(z-1)=0$，即 $x+y+4z-3=0$，故选 A。

例 1–5　平面 $x-3z-6=0$ 的位置是（　　）。

A. 平行 xoz 平面　　　　B. 平行 y 轴，但不通过 y 轴

C. 垂直于 y 轴　　　　D. 通过 y 轴

解： 由于 $B=0$ 而 $D\neq 0$，故平面平行 y 轴，但不通过 y 轴，应选 B。

三、直线

（一）直线方程

（1）对称式方程：设直线过点 (x_0,y_0,z_0)，方向向量为 $\boldsymbol{s}=\{m,n,p\}$，则直线方程为

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$$

如果m、n、p中有一个为零，例如$n=0$，这时直线方程为$\frac{x-x_0}{m}=\frac{z-z_0}{p}$，$y=y_0$。

注意

要求直线的方程，关键是利用已知条件，找出方向向量和一个点的坐标。

（2）参数式方程：由$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}=t$，可得直线的参数式方程

$$\begin{cases}x=x_0+nt\\y=y_0+mt\\z=z_0+pt\end{cases}\quad(-\infty<t<+\infty)$$

（3）一般方程：$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$（两个平面的交）

该直线的方向向量为$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\A_1&B_1&C_1\\A_2&B_2&C_2\end{vmatrix}$

（二）两直线的夹角

设直线L_1、L_2的方向向量为$\boldsymbol{s}_1=\{m_1,n_1,p_1\}$和$\boldsymbol{s}_2=\{m_2,n_2,p_2\}$，则

$$\cos\theta=\frac{|\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{s}_2|}{|\boldsymbol{s}_1||\boldsymbol{s}_2|}=\frac{|m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2+n_1^2+p_1^2}\sqrt{m_2^2+n_2^2+p_2^2}}\quad\left(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$$

$$L_1\perp L_2\Leftrightarrow\boldsymbol{s}_1\perp\boldsymbol{s}_2\Leftrightarrow m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0$$

$$L_1/\!/L_2\Leftrightarrow\boldsymbol{s}_1/\!/\boldsymbol{s}_2\Leftrightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$$

（三）直线与平面的夹角

设直线L的方向向量$\boldsymbol{s}=\{m,n,p\}$，平面π的法向量为$\boldsymbol{n}=\{A,B,C\}$，直线L和它在平面π上投影直线的夹角称为直线L和平面π的夹角，即

$$\sin\varphi=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{s}|}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{s}|}=\frac{|Am+Bn+Cp|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{m^2+n^2+p^2}}\quad\left(0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$$

$$L\perp\pi\Leftrightarrow\boldsymbol{s}/\!/\boldsymbol{n}\Leftrightarrow\frac{m}{A}=\frac{n}{B}=\frac{p}{C}$$

$$L/\!/\pi\Leftrightarrow\boldsymbol{s}\perp\boldsymbol{n}\Leftrightarrow Am+Bn+Cp=0$$

例 1–6 设直线的方程为$\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$，则直线（　　）。

A. 过点$(1,-1,0)$，方向向量为$2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$

B. 过点$(1,-1,0)$，方向向量为$2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$

C. 过点$(-1,1,0)$，方向向量为$-2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$

D. 过点$(-1,1,0)$，方向向量为$2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$

解：由所给直线的方程知，直线过点 $(1,-1,0)$，方向向量为 $-2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$ 或 $2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，故应选 A。

例 1–7 直线 L 过点 $M(1,2,3)$ 且与二平面 $x+2y-z=0$ 及 $2x-3y+5z=6$ 都平行，则该直线的对称式方程是（　　）。

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{3}$　　　B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$　　　D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$

解：所给平面的法向量 $\boldsymbol{n}_1=\{1,2,-1\},\boldsymbol{n}_2=\{2,-3,5\}$，直线的方向向量为

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 2 & -1\\ 2 & -3 & 5\end{vmatrix}=7\{1,-1,-1\}$$

所求直线方程为 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$，故应选 D。

例 1–8 已知平面 $\boldsymbol{\pi}$ 过点 $(1,1,0)$、$(0,0,1)$、$(0,1,1)$，则与平面 $\boldsymbol{\pi}$ 垂直且过点 $(1,1,1)$ 的直线的对称方程为（　　）。

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{1}$　　　B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-1}{1},y=1$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$　　　D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{-1}$

解：因为直线与平面 $\boldsymbol{\pi}$ 垂直，故平面 $\boldsymbol{\pi}$ 的法向量就是所求直线的方向向量，又平面 $\boldsymbol{\pi}$ 过点 $(1,1,0)$、$(0,0,1)$、$(0,1,1)$，三点可确定两个向量，平面 $\boldsymbol{\pi}$ 的法向量可取为这两个向量的向量积，即 $\boldsymbol{n}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k}$，所求直线的方向向量为 $\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k}$，故应选 B。

例 1–9 设平面的方程为 $x+y+z+1=0$，直线的方程为 $1-x=y+1=z$，则直线与平面（　　）。

A. 平行　　B. 垂直　　C. 重合　　D. 相交但不垂直

解：平面 $x+y+z+1=0$ 的法向量为 $(1,1,1)$，直线 $1-x=y+1=z$ 的方向向量为 $(-1,1,1)$，这两个向量既不垂直也不平行，表明直线与平面相交但不垂直，故应选 D。

四、曲面

（一）球面

球心在点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$，半径为 R 的球面方程为

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$

（二）柱面

平行于定直线并沿定曲线 c 移动的直线 L 形成的曲面叫做柱面，定曲线 c 叫柱面的准线，动直线 L 叫柱面的母线。母线平行于 z 轴的柱面方程为 $F(x,y)=0$，其方程特点是缺 z 项，其他情况类似。

例如，$y=x^2$ 是准线在 xoy 面内、母线平行于 z 轴的抛物柱面；$x^2-z^2=1$ 是准线在 zox 面内，母线平行于 y 轴的双曲柱面。

（三）旋转曲面

平面曲线绕其平面上一定直线旋转一周所形成的曲面叫旋转曲面，定直线叫旋转曲面的轴。设 yoz 平面上曲线 c 的方程为 $f(y,z)=0$，该曲线绕 z 轴旋转一周所形成的旋转曲面方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$。

例如，xoy 面内的双曲线 $x^2-y^2=1$ 绕 y 轴旋转一周所形成旋转双曲面方程为 $x^2+z^2-y^2=1$。

（四）常用二次曲面

椭圆锥面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=z^2$

椭球面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$

单叶双曲面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$

双叶双曲面 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$

椭圆抛物面 $\dfrac{x^2}{2p}+\dfrac{y^2}{2q}=z$（$p$、$q$ 同号）

双曲抛物面 $-\dfrac{x^2}{2p}+\dfrac{y^2}{2q}=z$（$p$、$q$ 同号）

例 1–10 将椭圆 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1\\ y=0\end{cases}$，绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是（　　）。

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$

C. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{9}=1$

解：旋转曲面方程应为 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{(\pm\sqrt{y^2+z^2})^2}{4}=1$，故正确答案为 C。

例 1–11 下列方程中代表单叶双曲面的是（　　）。

A. $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$　　B. $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=1$

C. $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$　　D. $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=0$

解：$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$ 表单叶双曲面，$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=1$ 表椭圆，$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$ 表双叶双曲面，$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=0$ 表原点，故正确答案为 A。

五、空间曲线在坐标面上的投影

设空间曲线 C 的一般方程为 $\begin{cases}F(x,y,z)=0\\ G(x,y,z)=0\end{cases}$，消去方程组中的变量 z，得到方程