

GOU LIXUE YAODIAN YU JISUAN

结构力学 要点与计算

张志清 王贵增 ©编著

北京工业大学出版社

结构力学要点与计算

张志清 王贵增 编著

北京工业大学出版社

内 容 提 要

本书采用图表的形式将结构力学中的理论知识、解题方法及经验总结展现在读者面前,内容主要包括:体系的机动分析、静定梁与静定平面刚架和桁架的计算、超静定结构、连续梁与超静定刚架的计算、弹性体系的基本原理与位移计算、三铰拱、两铰拱与无铰拱的解法、影响线理论与应用、结构的极限荷载计算等。书中抓住了结构力学中的知识要点,并从工程角度出发,以例题、说明等方式,提纲挈领,使知识条理化,利于读者加深理解并快速掌握结构力学的知识要点和解题方法,内容详尽而全面。

本书可作为工科院校相关专业《结构力学》课程的辅助教材,也可供从事与结构工程相关的专业技术人员学习或参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学要点与计算/张志清,王贵增编著. —北京:北京工业大学出版社,2012.7

ISBN 978-7-5639-3128-6

I. ①结… II. ①张…②王… III. ①结构力学 IV. ①0342

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第097139号

结构力学要点与计算

编 著: 张志清 王贵增

责任编辑: 魏 娜 初旭新

封面设计: 王玉龙

出版发行: 北京工业大学出版社

(北京市朝阳区平乐园100号 100124)

010-67391722(传真) bgdcbs@sina.com

出 版 人: 郝 勇

经销单位: 全国各地新华书店

承印单位: 徐水宏远印刷有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 10.75

字 数: 243千字

版 次: 2012年7月第1版

印 次: 2012年7月第1次印刷

标准书号: ISBN 978-7-5639-3128-6

定 价: 20.00元

版权所有 翻印必究

(如发现印装质量问题,请寄本社发行部调换 010-67391106)

前 言

“结构力学”是工科院校学生的必修课程，而我们经常听到的是“力学难”的感叹，面对的大量学生补考不及格的尴尬。究其原因是因为力学知识深奥，还是学习不得法？为了解决这一困扰和难题，几位具有教学和工程实践经验的同行经过多年的积累、总结与思考，编著了这本《结构力学要点与计算》。

本书根据编著者多年的教学和工程实践，本着简明、实用、速成的宗旨，从工程角度出发，对结构力学中的理论知识，以表格的形式进行了系统的概括和总结，同时配有工程实践中的典型例题，有助于培养学生应用理论知识解决工程实际问题的能力。本书既有总体论述又不漏掉细节，粗中有细，层次分明，在强调知识整体性的同时，可以培养学生对理论知识的概括和总结能力，进一步加深其理论知识的理解，使学生在学时少走弯路，可以提高学习效率和强化复习效果。

本书将结构力学中不同类别的解题方法用图表的形式进行比较，找出其联系和区别，便于学生加深理解和迅速掌握。书中重点讲解了连续梁、拱等在实际计算中比较烦琐的计算实例，让学生得到了应有的训练。同时还介绍了一些在工程结构设计原理、基础工程、建筑结构设计这些课程中的一些近似计算方法，便于学生对后续课程的学习。

本书系统总结了结构力学的基础理论及实践应用，充分体现了编著者教学和实践兼顾的学术背景特点，特别是对相关理论的深入研究，这本书具有系统性与学术性兼顾的特色。

书中采用来自实践中的典型例题，受力以吨(t)为单位表示，相应力矩也以吨米(t·m)表示。

本书在编著过程中，由东南大学徐赵东教授对全书进行了详细审阅，并提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢！也特别感谢老前辈吴志安先生提供的创意和实例！

由于编著者水平有限，书中难免有不妥之处，敬请读者批评、指正。

编 者
2012 年 5 月

目 录

第一章 结构力学内容综述	1
第二章 体系的机动分析	3
第一节 结构按几何可变性分类	3
第二节 超静定次数的判别	5
第三节 机动分析的步骤及示例	6
第三章 多跨静定梁与静定平面刚架	7
第一节 多跨静定梁的计算	7
第二节 静定平面刚架的计算	12
第四章 三铰拱	14
第一节 三铰拱的数解法	14
第二节 实体三铰拱的合理轴线	15
第三节 实体三铰拱的图解法	16
第五章 静定平面桁架	17
第一节 静定平面桁架的分类	17
第二节 静定平面桁架内力的解法综述	18
第三节 静定平面桁架的数解法	19
第四节 静定平面桁架内力的图解法	26
第五节 桁架计算过程中值得注意的几个问题	32
第六章 弹性体系的基本原理与位移的计算	33
第一节 弹性结构的虚功方程	33
第二节 结构位移的计算	39
第七章 超静定结构	43
第一节 力法与位移法	43
第二节 解超静定问题的简化方法	49
第三节 超静定问题几种方法的比较	57
第四节 各种结构形式的力法超静定系统	58
第八章 连续梁及交叉梁系	60
第一节 连续梁的计算	60
第二节 交叉梁系的计算	67
第九章 两铰拱与无铰拱	70

第一节	两铰拱	70
第二节	无铰拱（对称）	72
第三节	桥梁设计时尺寸、内力的实用估算	78
第十章	用渐近法解连续梁和超静定刚架	80
第一节	力矩分配法和迭代法综述	80
第二节	力矩分配法	82
第三节	连续梁及无线位移（无剪力）刚架的计算步骤	89
第四节	有水平位移的平面简式多层刚架的计算步骤	90
第五节	有侧移简式多层刚架的特殊情况	91
第六节	用近似法解超静定刚架	107
第十一章	影响线理论及应用	114
第一节	影响线的一般理论	114
第二节	静定结构影响线的绘制	116
第三节	超静定结构影响线的绘制	127
第四节	影响线的应用	149
第十二章	结构的极限荷载计算	156
第一节	容许应力法与极限荷载法的比较	156
第二节	极限荷载的计算方法	157
第三节	用极限荷载法计算静定梁	159
第四节	用极限荷载法计算单跨超静定梁	160

第一章 结构力学内容综述

结构力学的研究目的			研究结构的组成规律、合理的组成形式以及在外荷载作用下的强度、刚度、稳定性的计算原理和方法			
必须掌握的基础知识	结构的组成规律		保证结构各部分间在使用过程中不至于发生不允许的相对位移，使之能够承受荷载并保持相对的平衡			
	结构的强度和稳定性的计算		保证结构的安全并使之符合经济的要求			
	结构刚度的计算		保证结构在使用过程中不至于产生过大的，实际上不允许的相对位移			
结构力学的主要内容	结构性质	结构种类	在恒载作用下		在活载作用下	
	静定结构	梁	主要是绘制结构在恒载作用下的内力图	包括简支梁、悬臂梁，外伸梁及多跨静定梁的内力计算	主要是绘制结构在活载作用下的影响线图	确定最不利荷载位置，单跨静定梁及多跨静定梁影响线的绘制方法
		刚架		要注意计算技巧，内力计算结果要取隔离体用静力平衡条件检验		刚架在活载作用下影响线的绘制主要根据位移影响线 $\delta_{mk} = \delta_{km}$
		拱		注意静定拱的计算公式类似于简支梁，求内力时的两种方法		主要用静力法绘制静定拱的影响线
		桁架		注意桁架的解题技巧，复杂桁架的处理，求内力时有图、数解法		求杆件内力的影响线如同求在荷载作用下的内力值一样
	联系部分内容	弹性体系位移的一般公式，弹性荷载法等内容是联系静定结构与超静定结构解法的桥梁 $\Delta_{KZ} = \sum \int \frac{M_1 M_2}{EJ} ds + \sum \int \frac{\bar{N}_1 N_2}{EF} ds + \sum K \int \frac{\bar{Q}_1 Q_2}{QF} ds + \sum (\pm) \alpha \int t dt + \sum (\pm) \alpha \int \bar{M}_1 \cdot \frac{t}{h} dt - \sum \bar{R} C$				

结构力学的主要内容	结构性质	结构种类	在恒载作用下		在活载作用下	
	超静定结构	梁	主要是绘制结构在恒载作用下的内力图，为此必须首先求出赘余力的值	用“三弯矩方程”，“力矩分配法”等方法计算连续梁	主要是绘制结构在活载作用下的影响线图，为此必须首先求出赘余力的影响线	连续梁影响线的绘制方法
		刚架		用力法、位移法或“力矩”分配法计算，注意简化工作，注意结果的检验		求出赘余力的影响线后，利用迭加原理求出任意截面处的内力影响
		拱		注意列表计算较为方便，注意简化工作		用弹性荷载法计算出结构的影响线
		桁架		注意基本结构的选择		求出赘余力的影响线后用叠加法求出任意截面 a 处的内力影响

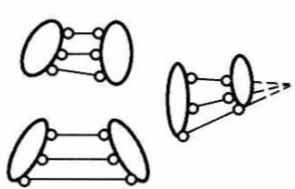
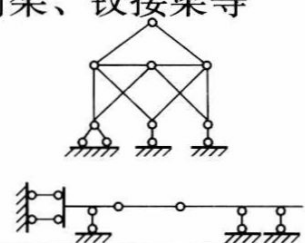
第二章 体系的机动分析

第一节 结构按几何可变性分类

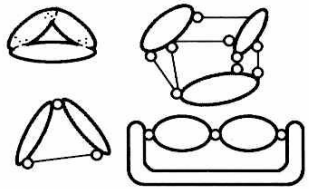
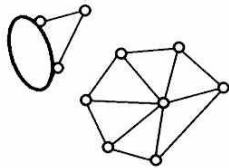
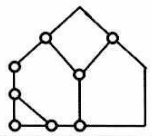
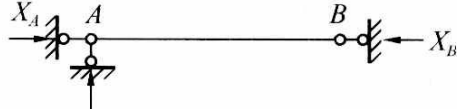
1 分类

	几何不变体系		几何可变体系	瞬变体系
	有多余联系的	无多余联系的		
概念	体系受到任意荷载作用后而能保证其几何形状和位置不变（不考虑结构材料的变形）的体系	去掉一些联系后，体系仍然是几何不变的	即使受到很小的荷载的作用也会引起其几何形状和位置改变的体系	体系受到外力作用后先产生一个微小的相对运动，随后即成为一个几何不变体系
自由度	若体系是一个几何不变体系，则必定满足 $W \leq 0$ （或 $V \leq 0$ ）的条件。应注意，这个条件只是满足体系为几何不变的必要条件而非充分条件		$W > 0$ （或 $V > 0$ ）则表明体系具有保证几何不变所需要的最少联系	
组成规则	①两个刚片用不全交于一点也不全平行的三根链杆相连接。 ②三个刚片用不在同一直线的三个铰两两相连。 ③在一个刚片上增设二元体。 凡结构连接满足上述原则的均为几何不变体系		两个刚片由三根相交于一点的链杆组成或两个刚片由三根相互平行的链杆连接或三个刚片的三个铰在同一直线上等组成的体系，都可能成为一个几何可变体系或瞬变体系	
附注	有多余联系的几何不变体系是超静定体系；无多余联系的几何不变体系为静定体系。 作为结构物必须是几何不变体系		几何可变体系和瞬变体系不能作为结构物	

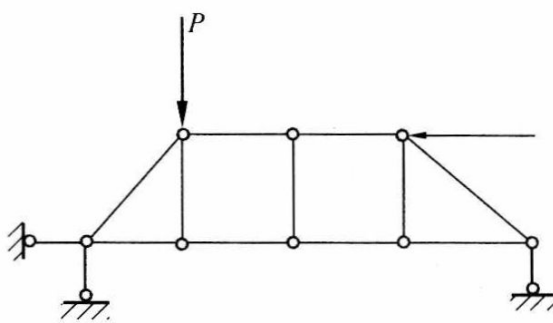
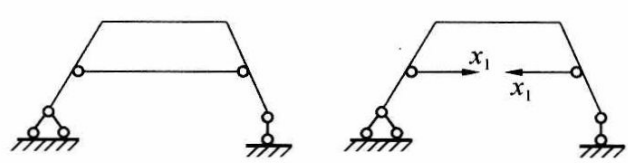
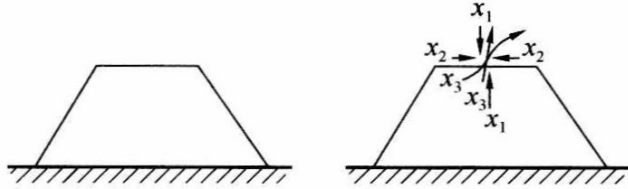
2 判断方法

	方法说明		适用条件
	图形	方法简述	
直接判别法		两个刚片不全交于一点，也不全平行的三根链杆相接，此体系是几何不变的；否则为瞬变或可变的	适用于平面铰接体系。 如桁架、铰接梁等 

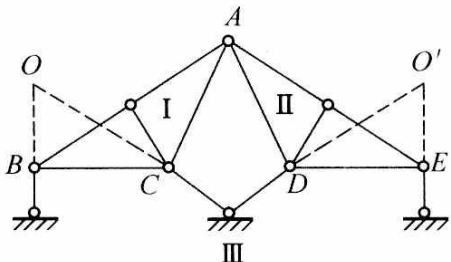
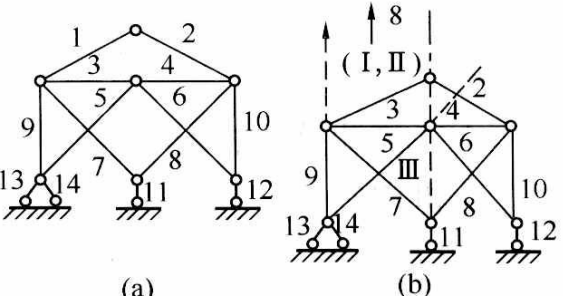
续表

方法说明		适用条件		
直接判别法	图形	方法简述		
		三个刚片用不在同一直线上的三个铰两两相连，此体系为几何不变的，否则就是瞬变的		
		在一个刚片上任意加减“二元体”不会改变原结构的性质。 所谓“二元体”即指两根不在同一直线上的链杆联结成一个新结点的装置		
公式计算法	$W = 3m - 2h - r$ (一般公式) 式中： m 为杆件数； r 为支承链杆数； h 为单铰数，如遇复铰代入公式，在折合单铰时应注意正确地识别该复铰所连接的刚片数，具体识别方法见右表； W 为自由度			适用于一切平面体系自由度的计算
	图 形	单铰数 h	刚片数 n	
		3	4	
		2	3	
		1	2	
	$W = 2j - b - r$ 式中： j 为节点数； b 为杆件数； r 为支承链杆数			适用于铰接链杆的体系，非此体系者不适用
	$V = 3m - 2h - 3$ ； $V = 2j - b - 3$ 式中： V 为平面体系和平面铰接的内部可变量			适用于平面体系，如 
零载法	选用荷载为零，即对体系不加荷载，此时体系的内力已有一组满足平衡的解答，即所有内力为零。因此，如体系有不等于零的内力可以存在而成平衡，则此时体系是可变的；如体系没有不等于零的内力可以存在而成平衡，则体系是不变的。 如：在下图所示结构中，在零载作用下，设 $X_A = X_B = F$，$Y_A = 0$ 亦成平衡，即有不等于零的 Y_A 反力存在，故体系是可变的，本体系是瞬变的 			严格地讲，零载法只能判断体系的可变性，对于复杂体系，应用零载法显得比别的方法更为简便

第二节 超静定次数的判别

方法	方法说明		示例
公式计算法	简化公式：$n=r+b-2j$（适用于铰接链杆机构） 式中：j 为结点数； r 为支承链杆数； b 为杆件数； n 为超静定次数		
割除联系法	在结构中去掉赘余联系，使结构成为一个几何不变的静定的基本体系，去掉赘余联系的数目（以 n 示之）即为超静定的次数。具体判别时注意参考下表：		上述结构去掉一根链杆后变为静定的几何不变体系，故结构为一次超静定结构。  上述结构将刚接处断开，相当于去掉三个联系而变成静定的几何不变体系，故结构为三次超静定结构 
	(1)	去掉一个链杆	相当于去掉一个联系
	(2)	去掉一个单铰	相当于去掉两个联系
	(3)	将一刚接处断开	相当于去掉三个联系
	(4)	将一刚接改为铰接	相当于去掉一个联系
	(5)	去掉一个连接 n 个杆的复铰	相当于加上两 $(n-1)$ 个联系
	(6)	将一铰接改成滚动支座	相当于去掉一个联系
	(7)	将一刚接改为滚动支座	相当于去掉二个联系

第三节 机动分析的步骤及示例

机动分析的步骤	示例	示例
(1) 首先通过自由度的计算, 检验结构是否具备了足够数目的联系。 若 $W \leq 0$ 仅仅满足了结构为几何不变体系的必要条件, 还必须进行下一步的几何构造分析	 对上图体系进行机动分析时, ABC 和 ADE 两部分都是几何不变的, 故可当做刚片, 分别以 I、II 表示。这样计算自由度时, 方便得多。 自由度计算时, $m=2$, $h=1$, $r=4$, 故有 $W=3m-2h-r=3 \times 2-2 \times 1-4=0$	 对上图体系进行机动分析时, 因体系是支座链杆体系, 故可用下式进行自由度的计算。 $W=2j-b-r$, 式中 $j=7$, $b=10$, $r=4$, 故 $W=2 \times 7-10-4=0$ 说明体系满足几何不变的必要条件
(2) 依据第 3 页所述的“几何不变体系的简单组成规则”分析时, 通常采用两种办法: ①用直接观察法把几何不变的部分看成刚片; ②或撤去二元体, 使体系简化。 然后根据几何不变体组成规则作出结论	将基础看成刚片并以 III 表示。此时, 刚片 I 和 III 用虚铰 O 相连; 刚片 II 和 III 用虚铰 O' 相连; 而刚片 I 和 II 则用铰 A 相连。此三铰 O、O' 和 A 不在同一条直线上, 故知此体系为几何不变的	见图 (b), 去掉一个二元体 (杆 1, 2, 剩余的部分的可变性不受影响, 杆件 4、6、10 组成铰接三角形, 把方当成刚片 II 并将连杆 13 和 14 与地基合在一起作为刚片 I, 以杆件 7 作为刚片 III; 由于在刚片 I、II、III 的三个刚片间, 有 5 与 12、3 与 8、9 与 11 三对链杆, 它们在数目上满足三刚片六链杆条件, 但三对链杆所组成的三个虚铰 [I、II]、[III、II]、[I、III] 共线 (虚铰 (I, III) 在前二虚铰连线的无穷远处), 故为瞬变体系
(3) 根据以上两个步骤, 作出结论	根据以上两个步骤的分析给定体系是几何不变体系	给定的体系是瞬变体系

第三章 多跨静定梁与静定平面刚架

第一节 多跨静定梁的计算

1 多跨静定梁的数解法

内力计算的分析步骤		①首先应对该梁的几何构造进行分析，弄清传力层次，并绘出草图，(称为层叠图)。 ②弄清传力层次关系后，便可根据层次关系进行力的计算，每次计算都与单跨静定梁相同	
内力的计算	项目	弯矩	剪力
	数值计算原则	①在无荷载区段，Q图为常数，弯矩图为一曲线，可选两个弯矩控制竖标。 ②有均布荷载区段，Q图为一曲线，弯矩图为一曲线。这时，便于采用叠加法。 ③对于多跨静定梁，主要特征点就是铰接点，应注意在铰接点处有无集中力偶的作用，对于铰接点处的弯矩情况讨论见“注”	要充分注意到，梁内任一截面的剪力，等于该截面任意一侧所有外力在该截面上投影之代数和
	符号规定	规定梁的弯矩以使下面纤维受拉为正，反之为负，并将弯矩图一律绘在受拉的一边	规定其符号以使该截面两侧的隔离体有顺时针转动趋势为正，反之为负
多跨静定梁的静力特征		①采用多跨静定梁跨越若干相连的跨度，较用多个单跨简支梁为优越； ②多跨静定梁各跨中点弯矩较相应的简支梁的弯矩一般要小些； ③在全跨布满均布荷载的情况下，如果适当地调整铰接点可使跨中的最大正弯矩与支座处的负弯矩的绝对值相等，以使该梁受力比较均匀	
注：在铰接点上未受集中力矩作用时，则弯矩等于零，若有集中力矩作用，则该点弯矩等于该集中力矩之值。在实际工程设计中，力矩加载时可以分三种情况：可以作用在铰的左侧，或右侧，也可以两侧各承担一部分。然后将力矩作用的三种情况分别绘出剪力图和弯矩图，再确定最不利情况和有利情况进行设计			

2 多跨静定梁的数解法示例

示例 1 试用数解法计算图 3-1 所示多跨静定梁。

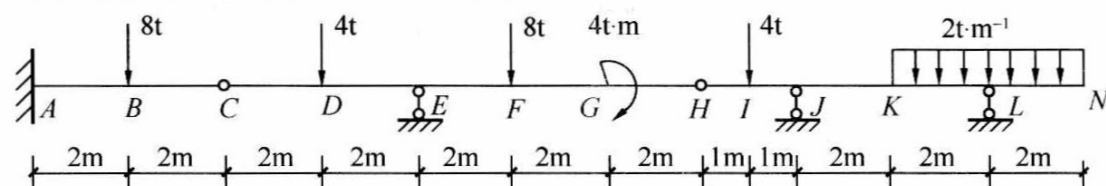


图 3-1

解：解法见表 3-1。

表 3-1

层次	简支梁类型	内力呈同一变化规律的梁段	简支梁受力图	铰支点(座)反力/t		弯矩/(t·m)		剪力/t	
				数值	符号	数值	符号	数值	符号
第一层次	简支梁	FG		$H_F = H_H = 0$	(—)	$M_F = 0$ $M_G^{\text{左}} = 2$	上缘受拉	$Q_F = 1$ $Q_G^{\text{左}} = 1$	(—)
		GH		$V_F = 1$ $V_H = 1$	(+)	$M_G^{\text{右}} = 4 - 2 = 2$ $M_H = 0$	上缘受拉 下缘受拉	$Q_G^{\text{右}} = 1$ $Q_H^{\text{左}} = 1$	(—)
第二层次	外伸梁	CD		$H_C = 0$ $V_C = 1.5$ $R_E = 12.5$	(—)	$M_L = 0$ $M_C^{\text{左}} = M_D^{\text{右}} = 1.5 \times 2 = 3$	上缘受拉	$Q_C^{\text{右}} = 1.5$ $Q_D^{\text{左}} = 1.5$	(—)
		DE			(—)	$M_E^{\text{左}} = 1.5 \times 4 + 4 \times 2 = 14$ $M_F^{\text{右}} = 14$	上缘受拉 下缘受拉	$Q_D^{\text{右}} = 1.5 + 4 = 5.5$ $Q_E^{\text{右}} = R_E - 5.5 = 7$	(—)
		EF			(—)	$M_E^{\text{右}} = 14$ $M_F^{\text{左}} = 0$	上缘受拉	$Q_E^{\text{左}} = R_E - 5.5 = 7$ $Q_F^{\text{左}} = 7$	(+)
	外伸梁	HI		$R_J = 65$ $R_L = 6.5$	(+)	$M_H = 0$ $M_J^{\text{左}} = 1 \times 1 = 1$	上缘受拉	$Q_H^{\text{右}} = 0$ $Q_I^{\text{左}} = 1$	(+)
		IJ			(+)	$M_I^{\text{右}} = 1$ $M_J^{\text{右}} = 1 \times 2 = 2$	上缘受拉	$Q_I^{\text{右}} = 1$ $Q_K^{\text{左}} = 6.5 - 5 = 1.5$	(+)
		JK			(+)	$M_J^{\text{右}} = 2$ $M_K^{\text{左}} = 1 \times 4 + 4 \times 3 - 6.5 \times 2 = 3$	上缘受拉	$Q_K^{\text{右}} = 1.5$ $Q_L^{\text{左}} = 6.5 - 4 - 5 = 2.5$	(+)

续表

层次	简支梁类型	内力呈同一变化规律的梁段	简支梁受力图	铰支点(座)反力/t		弯矩/(t·m)		剪力/t	
				数值	符号	数值	符号	数值	符号
第二层次	外伸梁	KL		$R_j = 65$ $R_l = 6.5$	(+) (+)	$M_K^{\text{右}} = 3$ $M_L^{\text{左}} = 4$	上缘受拉	$Q_L^{\text{右}} = 6.5 - 2.5 = 4$ $Q_N = 0$	(+)
		LN				$M_L^{\text{右}} = 4$ $M_N = 0$	上缘受拉	$Q_L^{\text{右}} = 4$ $Q_N = 0$	(+)
第三层次	悬臂梁	CB		$H_A = 0$ $V_A = 6.5$ $M_A = 10$	(+) (+)	$M_C = 0$ $M_B^{\text{右}} = 1.5 \times 2 = 3$	上缘受拉	$Q_C^{\text{左}} = 0$ $Q_B^{\text{右}} = 1.5$	(-)
		BA				$M_B^{\text{左}} = 3$ $M_A = 1.5 \times 4 - 8 \times 2 = -10$	上缘受拉	$Q_B^{\text{左}} = 8 - 1.5 = 6.5$ $Q_A = 6.5$	(+) (+)

根据表 3-1 计算结果, 绘制弯矩图 M 及剪力图 Q , 如图 3-2 所示:

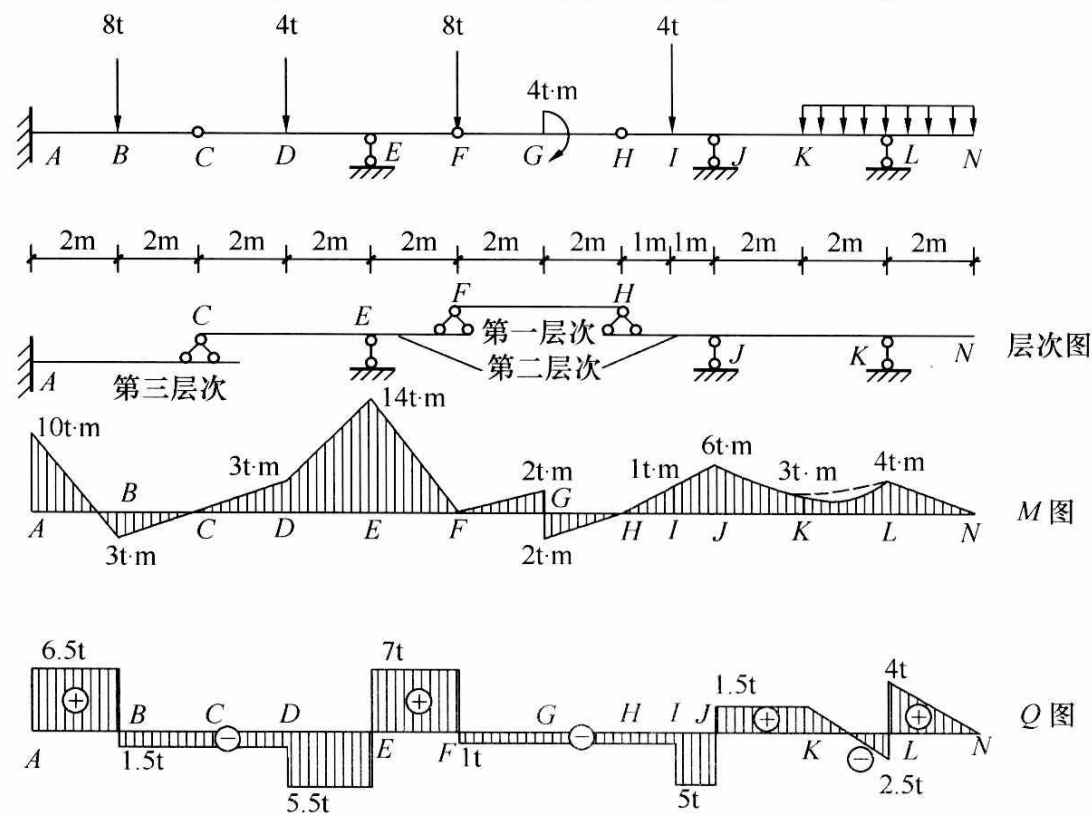


图 3-2

注: ①由上引例可以看出, 绘制多跨静定梁的内力图时, 并不是从梁的一端开始, 而是要弄清力的传递层次, 由最上层的层次按单跨静定梁计算, 由上至下依次进行。
②当中间铰上有集中力作用时如 F 点计算

3 多跨静定梁的图解法

简支梁内力的图解法

利用力多边形和索多边形可以直接绘出多跨静定梁的弯矩图和剪力图，这种方法叫做多跨静定梁的图解法。

在解决多跨静定梁的图解法之前，先说明简支梁内力的图解法

	弯矩图	剪力图
方法说明	当梁上所受的荷载是平行力系的时候，所作出的索多边形就代表这个梁的弯矩图。 各截面的内力值（弯矩值）等于相对应的索多边形间的竖标和极矩 H 的乘积，因为 H 是一常数，所以索多边形就代表一定比例尺上梁的弯矩图	剪力图由力的多边形来绘制。 从力的多边形上可知反力及主动力的大小，由此便可求出梁上的剪力图。 如下图所示，从力多边形中反力 $R_A = ad$ 的 d 点作平行于梁轴的线段的基线，则介于 da 之间的线段的就是梁上 R_A 和 P_1 之间任一截面的剪力，从这个值中减去 P_1（即力多边形中的 ad）就是梁上 P_1 和 P_2 之间的剪力，最后介于 cd 之间的线段当然就是 P_2 和 R_B 之间的剪力了
附图		

4 多跨静定梁的图解法示例

以图 (a) 所示多跨静定梁为例, 说明用图解法解多跨静定梁的过程

弯矩图

剪力图

方法说明

同用图解法绘制简支梁的弯矩图一样, 但应特别注意的是铰接截面处的弯矩为零。

对于图 (a), 首先在其旁作一力多边形, 并取极点 o , 在梁下作索多边形。应注意索线 $o-e$ 的右端 D 是零点, 左端也必须在铰 C 之下竖标为零。并延长之和 B 支座相交于一点 B , 再和第一支座 A 点闭合, 这样就形成了一个闭合的索多边形 $A \rightarrow (o-a) \rightarrow (o-b) \rightarrow (o-c) \rightarrow (o-d) \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 。这个索多边形就代表多跨静定梁的弯矩图。但应把这个弯矩图移到一个水平线为基线上来, 见图 (c)

先求支座反力 R_A 、 R_B 、 R_C , 即将索多边形上的索边 $o-e$ 、 $o-f$ 平推到力多边形上, 就求出了支座反力 R_D 、 R_B 、 R_A , 有了支座反力, 剪力图就不难做出了

附图

