



普通高等教育“十二五”规划教材

数学实验

李 锋 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

数 学 实 验

主 编 李 锋

副主编 唐家德 晏 林

李周红 杨明周

参 编 刘庆升 赵若男

科 学 出 版 社

北 京



内 容 简 介

本书是云南省“数学模型”一类精品课程建设项目的成果. 全书包括 23 个实验和 1 个附录, 内容取材于高等代数、空间解析几何、数学分析(微积分)、运筹学、概率统计、数值分析课程中的基本概念、基本方法和基本运算, 以及 6 个具有代表性的数学建模问题. 本书重点培养学生的创新精神和用计算机解决实际问题的能力, 增强学生数学应用、数学建模的能力, 让学生在解决问题的过程中学习、探索、发现数学规律. 本书主要以 MATLAB 6.5 作为软件平台, 运筹学实验部分简要介绍 LINDO 和 LINGO 软件.

教材的使用对象是开设数学实验课程的师范院校及理工、经管类院校本、专科学生及相关读者.

图书在版编目(CIP)数据

数学实验/李锋主编. —北京: 科学出版社, 2012

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-035268-2

I. ①数… II. ①李… III. ①高等数学-实验-高等学校-教材 IV. ①O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 184391 号

责任编辑: 胡云志 任俊红 唐保军 / 责任校对: 赵桂芬

责任印制: 阎磊 / 封面设计: 华路天然工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 8 月第 一 版 开本: 720×1000 B5

2012 年 8 月第一次印刷 印张: 18 3/4

字数: 368 000

定价: 34.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序 言

当今中国高等教育已从传统的精英教育发展到现代大众教育阶段. 高等学校一方面要尽可能满足民众接受高等教育的需求, 另一方面要努力培养适应社会和经济发展的合格人才, 这就导致大学的人才培养规模与专业类型发生了革命性的变化, 教学内容改革势在必行. 高等数学课程是大学的重要基础课, 是大学生科学修养和专业学习的必修课. 编写出具有时代特征的高等数学教材是数学教育工作者的一项光荣使命.

科学出版社“十二五”教材出版规划的指导原则与云南省大部分高校的高等数学课程改革思路不谋而合, 因此我们组织了云南省具有代表性的十所高校的数学系骨干教师组成项目专家组, 共同策划编写了新的系列教材, 并列入科学出版社普通高等教育“十二五”规划教材出版项目. 本系列教材以大众化教育为前提, 以各专业的发展对数学内容的需要为准则, 分别按理工类、经管类和化生地类编写, 第一批出版的有高等数学(理工类)、高等数学(经管类)、高等数学(化生地类)、概率论与数理统计(理工类)、线性代数(理工类), 以及可供各类专业选用的数学实验教材. 教材的特点是, 在不失数学课程逻辑严谨的前提下, 加强了针对性和实用性.

参加教材编写的教师都是在教学一线有长期教学经验积累的骨干教师. 教材的第一稿已通过一届学生的试用, 在征求使用本教材师生意见和建议的基础上作了进一步的修改, 并通过项目专家组的审查, 最后由科学出版社统一出版. 在此对试用本教材的师生、项目专家组以及科学出版社表示衷心感谢.

高等教育改革无止境, 教学内容改革无禁区, 教材编写无终点. 让我们共同努力, 继续编出符合科学发展、顺应时代潮流的高质量教材, 为高等数学教育做出应有的贡献.

郭 震

2012年8月1日于昆明

前 言

随着科学技术的发展,特别是计算机技术的飞速发展,数学正在向知识和生产领域全面渗透和融合,这种发展趋势对高校数学教育提出了更高的要求.然而,从1999年我国高等院校扩大招生规模以来,我国高等教育已实现从精英教育向大众化教育的转变,学生的数学基础和素养普遍明显下降,使高校数学教学中长期存在的一些矛盾变得日益突出.

计算机和数学软件结合的技术平台,具有强大的数学运算、模拟仿真和显示图形等基本功能,为我们解决这些矛盾提供了广阔的空间.数学实验就是建立在这个平台之上的一门新型课程,它以计算机和软件为主要工具,通过设计一些富有趣味的数学问题和现实世界中的问题,引导学生利用数学建模和计算机应用相结合的手段,完成数学运算、模拟仿真、图形展示等基本实验活动,分析和归纳实验结果,加深对抽象的数学概念和数学运算的理解,得出有意义的结论或猜测出某些可能有价值的数学规律,在解决问题的过程中学习、探索、发现数学规律,感受数学解决现实世界问题的威力,激发数学学习兴趣.

本书依托云南省“数学模型”一类精品课程建设项目,根据高等院校数学与应用数学专业和理工类专业数学实验教学大纲和教学基本要求,结合编者多年的教学实践经验编写而成的.教材的编写力求体现如下特点:

首先,教师的引导性和学生的主导性.在每个实验中,我们首先简要介绍开展本实验所必需的理论基础、基本方法和基本思想,然后让学生利用介绍的方法自己动手上机完成经过各种实验、观察分析实验结果、总结实验结论等工作.

其次,实验内容涵盖面广,使用灵活.我们从数学分析(微积分)、高等代数(线性代数)、常微分方程、计算方法、概率统计、运筹学等课程中挑选出学生难以接受的概念、复杂的计算等内容作为实验题材.既可以挑选其中一部分内容作为单独的数学实验课程的教学内容,也可以作为数学模型课程实验部分的实验指导书,还可以作为数学实验融入数学主要分支的实验指导书.

第三,注重培养学生发现、分析和解决现实世界问题的能力,即数学建模能力.我们一方面尽量在每个基础实验(实验1—17)中增加数学建模的内容;另一方面,精心挑选了6个具有代表性的数学建模问题作为数学实验题材.

教材内容包括23个实验和1个附录,大致可以分成MATLAB软件简介(实验1)、高等代数实验(实验2)、空间解析几何实验(实验3)、数学分析(微积分)实验(实验4—7)、运筹学实验(实验9—11)、概率统计实验(实验12—14)、数值分析

实验(实验 15—18)、数学建模实验(实验 19—23)和 MATLAB 软件相关工具箱简介 9 个部分.

参加教材编写的有云南省 7 所师范院校的七位教师,其中,楚雄师范学院唐家德老师编写实验 1、5、15、16、17、18 和附录;文山学院晏林老师编写实验 3、5;玉溪师范学院李周红老师编写实验 4、6、21、22;曲靖师范学院刘庆升老师编写实验 7、21;保山学院赵若男老师编写实验 9、10、11、23;红河学院杨明周老师编写实验 12、13、14;文山学院晏林老师和曲靖师范学院刘庆升老师合编实验 2;云南师范大学李锋拟定全书编写提纲、框架,编写实验 19,负责全书的统稿、校对工作.

本书的编写得到云南省数学学会、云南师范大学和云南省多所高等师范院校的大力支持,科学出版社龚剑波、任俊红两位编辑为本书的出版做了大量繁杂而细致的工作.在此一并表示感谢!

由于我们水平所限,编写时间较紧,书中存在的问题,敬请读者和同行批评指正.

编 者

2012 年 7 月

目 录

序言

前言

实验 1	MATLAB 软件基础与矩阵基本运算	1
实验 2	代数基本运算	15
实验 3	函数及其图形显示	32
实验 4	数列的极限	42
实验 5	函数的导数与最值	60
实验 6	定积分的定义与计算	71
实验 7	级数与函数逼近(拟合)	89
实验 8	常微分方程和人口模型	98
实验 9	线性规划	114
实验 10	非线性规划	127
实验 11	整数规划及动态规划	136
实验 12	数据的统计描述和分析	155
实验 13	回归分析	173
实验 14	随 机 模 拟	190
实验 15	非线性方程的迭代解法	197
实验 16	π 的近似计算	205
实验 17	数 值 微 分	216
实验 18	插值法与水塔流量问题	227
实验 19	投资的收益与风险	240
实验 20	调整气象观测站问题	254
实验 21	导弹追踪问题	259
实验 22	按年龄分组的种群增长模型	266
实验 23	基金最佳使用计划	272
附录	MATLAB 软件相关工具箱简介	284
附录 1	统计工具箱	284
附录 2	优化工具箱	290
附录 3	样条工具箱	291

实验 1 MATLAB 软件基础与矩阵基本运算

1.1 引言

MATLAB(matrix laboratory)是 MathWorks 公司于 1984 年开发的,目前国际上最流行、应用最广泛的科学与工程计算软件,可以实现数值分析、优化、微分方程数值解、信号处理、图像处理等若干领域的计算,也是国内外高校和研究部门进行许多科学研究的重要工具. 它具有强大的计算和绘图功能、大量稳定可靠的算法库和简洁高效的编程语言,事实上已成为数学计算工具方面的标准.

MATLAB 建立在向量、数组和矩阵的基础上,使用方便,人机界面直观,输出结果可视化,深受用户欢迎. 本书采用 MATLAB 6.5 版.

1.2 MATLAB 软件的基本命令

当在计算机中成功安装了 MATLAB 6.5 版后,双击 MATLAB 软件的图标即可进入 MATLAB 的界面. MATLAB 的通用操作界面包括 9 个常用的窗口,分别是命令窗口(Command Window)、历史命令窗口(Command History)、当前目录浏览器窗口(Current Directory Browser)、工作空间浏览器窗口(Workspace Browser)、数组编辑器窗口(Array Editor)、交互界面分类目录窗口(Launch Pad)、M 文件编辑/调试器窗口(Editor/Debugger)、帮助/浏览器窗口(Help Navigator/Browser)和程序性能剖析窗口(Profiler).

在命令窗口中出现“>>”后即可输入命令,如 $\cos(\pi/2)$,然后按下回车键即可执行相应的命令.

1.2.1 数学运算符号

MATLAB 中常用的数学运算符号如表 1.1 所示.

表 1.1 数学运算符号表

运算符	数学意义	运算符	数学意义
+	加法运算	./	点除运算
-	减法运算	^	乘幂运算
*	乘法运算	\	左除运算
.*	点乘运算	/	右除运算

例 1.1 要计算 $2+3\times(6-1)-5^2/4$, 可在命令窗口中输入

```
>>2+3*(6-1)-5^2/4
```

```
ans=
```

```
10.7500
```

例 1.2 要计算 $2/3+\sqrt{2}$, 可在命令窗口中输入

```
>>2/3+2^(1/2) % “/”表示右除,3 为分母
```

```
ans=
```

```
2.0809
```

百分号“%”在 MATLAB 中只起到注释作用,可以在“%”后面输入对本行命令的注释,注释的作用是帮助阅读程序,注释内容不影响程序运行. 因此,也可以如下这样输入:

```
>>3\2+sqrt(2) % “\”表示左除,3 为分母
```

```
ans=
```

```
2.0809
```

例 1.3 要计算 $2+\pi$, 可在命令窗口中输入

```
>>2+pi % pi 表示圆周率  $\pi$ 
```

```
ans=
```

```
5.1416
```

1.2.2 函数

MATLAB 软件提供了大量的库函数,表 1.2 给出了一些常用的函数,函数的自变量要放在小括号“()”内.

表 1.2 常用的函数

函数	数学含义	函数	数学含义	函数	数学含义
fix(x)	向零方向取整	sin(x)	$\sin x$	tan(x)	$\tan x$
max([x1,x2,...])	$\max\{x_1, x_2, \dots\}$	cos(x)	$\cos x$	cot(x)	$\cot x$
min([x1,x2,...])	$\min\{x_1, x_2, \dots\}$	factorial(n)	$n!$	abs(x)	$ x $
sign(x)	x 的符号函数	nchoosek(n,k)	C_n^k	asin(x)	$\arcsin x$
sqrt(x)	x 的算术平方根	real(z)	z 的实部	acos(x)	$\arccos x$
angle(z)	z 的辐角主值	ceil(x)	向上取整	atan(x)	$\arctan x$
round(x)	四舍五入取整	log(x)	$\ln x$	acot(x)	$\operatorname{arc} \cot x$
floor(x)	向下取整	imag(z)	z 的虚部	log10(x)	$\log_{10} x$
exp(x)	e^x	conj(z)	z 的共轭		

例 1.4 求在 $y = \sin x + \ln x + e^x + \sqrt{x} + \arctan x$ 在 $x = \pi/4$ 时的值,可在命令窗口中输入

```
>>x=pi/4; % 分号之前的命令不显示结果
y=sin(x)+log(x)+exp(x)+sqrt(x)+atan(x) % 自变量要用小括号括起来
y=
4.2108
```

做做看:去掉语句“x=pi/4;”中的分号“;”,看运行结果有什么不同.

1.2.3 变量

MATLAB 中变量的命名规则如下:

- (1) 变量名区分字母的大小写. 例如,“a”和“A”是不同的变量.
- (2) 变量名不能超过 63 个字符.
- (3) 变量名必须以字母开头,变量名的组成可以是任意字母、数字或下划线,但不能含有空格和标点符号. 例如,“1A”,“A%”都是不合法的变量名.

MATLAB 还有一些特殊变量,如表 1.3 所示.

表 1.3 特殊变量表

特殊变量	取值	特殊变量	取值
ans	运算结果的默认变量名	i 或 j	$i=j=\sqrt{-1}$
pi	圆周率 π	nargin	函数的输入变量数目
eps	计算机的最小数	nargout	函数的输出变量数目
flops	浮点运算数	realmin	最小的可用正实数
inf	无穷大,如 $1/0$	realmax	最大的可用正实数
NaN 或 nan	非数,如 $0/0, \infty/\infty, 0 \times \infty$		

1.3 矩阵和数组

MATLAB 是 Matrix laboratory,即矩阵实验室的缩写,因此,MATLAB 最基本、最重要的功能就是进行矩阵的运算.

1.3.1 矩阵输入

MATLAB 中的矩阵表示应遵循以下基本规则:

- (1) 矩阵元素应用方括号[]括住;
- (2) 每行内的元素间用逗号或空格隔开;

- (3) 行与行之间用分号或回车键隔开;
 (4) 元素可以是数值或表达式.

1. 通过显式元素列表输入矩阵或向量

例 1.5 >>A=[1,2,3;4 5 6;7,3*1,8] % []表示矩阵,分号分隔行,逗号或空格分隔元素

A=

```
1    2    3
4    5    6
7    3    8
```

也可以如下这样输入:

```
>>A=[1 2 3
      4 5 6
      7 8 9] % 用回车分隔行
```

2. 由矩阵生成函数产生特殊矩阵

MATLAB 提供了很多能够产生特殊矩阵的函数,各函数的功能如表 1.4 所示.

表 1.4 矩阵生成函数

函数名	功 能
zeros(m,n)	产生 $m \times n$ 的全 0 矩阵
ones(m,n)	产生 $m \times n$ 的全 1 矩阵
rand(m,n)	产生 $m \times n$ 的均匀分布的随机矩阵,元素在 0 到 1 之间取值
randn(m,n)	产生 $m \times n$ 的正态分布的随机矩阵
magic(n)	产生 n 阶魔方矩阵(矩阵的行、列和对角线上元素的和相等)
eye(m,n)	产生 $m \times n$ 的单位矩阵

例 1.6 >>A=zeros(2,3)

A=

```
0    0    0
0    0    0
```

>>B=eye(3) % 只有一个参数时,产生 3 阶单位方阵

B=

```
1    0    0
0    1    0
0    0    1
```

1.3.2 矩阵的元素操作

MATLAB 利用下标访问矩阵的元素.

例 1.7 >>A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9];

>>a1=A(1,2) % A 的第 1 行第 2 列的元素

a1=

2

>>B1=A(2,:) % A 的第 2 行

B1=

4 5 6

>>B2=A(:,1) % A 的第 1 列

B2=

1

4

7

>>B3=A(1:3,2:3) % 取 A 的第 1~3 行,第 2~3 列构成的新矩阵

B3=

2 3

5 6

8 9

>>B4=A(3:-1:1,:) % 以逆序提取 A 的第 3~1 行,构成新矩阵

B4=

7 8 9

4 5 6

1 2 3

>>A(1:2,:)=[] % 删除 A 的第 1~2 行

A=

7 8 9

>>C=[ones(2),eye(2)] % 将两个矩阵拼接成一个新矩阵

C=

1 1 1 0

1 1 0 1

>>D=[ones(2);eye(2)] % 将两个矩阵拼接成一个新矩阵

D=

1 1

```
1    1
1    0
0    1
```

1.3.3 矩阵的基本运算

矩阵的基本运算如下:

- (1) 矩阵加法: $A+B$;
- (2) 矩阵乘法: $A*B$;
- (3) 数与矩阵的乘法: $c*A$;
- (4) 矩阵的转置: A' ;
- (5) 方阵的行列式: $\det(A)$;
- (6) 方阵的逆: $\text{inv}(A)$;
- (7) 方阵的特征值与特征向量: $[V,D]=\text{eig}(A)$.

例 1.8 >>A=[1 2;3 4]; B=[2 3;1 4]; c= 2;

>>A+B

ans=

```
3    5
4    8
```

>>A*B

ans=

```
4    11
10   25
```

>>c*A

ans=

```
2    4
6    8
```

>>A'% 矩阵 A 的转置

ans=

```
1    3
2    4
```

>>det(A) % 矩阵 A 的行列式值

ans=

```
-2
```

>>inv(A) % 矩阵 A 的逆矩阵

ans=

```

-2.0000    1.0000
 1.5000   -0.5000
>>[V,D]= eig(A) % 矩阵 A 的特征向量和特征值
V=
-0.8246   -0.4160
 0.5658   -0.9094
D=
-0.3723         0
         0    5.3723

```

注 1.1 矩阵 D 的对角线元素就是 A 的特征值, 矩阵 V 的列向量分别为相应的特征向量.

1.3.4 数组

1. 数组的输入

1) 直接输入数组

例 1.9 >>x=[1 2 3 4 5] % 数组可视为只有一行的特殊矩阵

```

x=
    1     2     3     4     5

```

2) 通过语句生成数组

(1) 使用 from:step:to 方式生成数组, 其中 from 表示起始值, step 表示步长, to 表示终止值.

步长 step 的取值可以为任意实数. 当 step 为正(负)时, 数组的元素成递增(减)数列. 当 step=1 时, 可以省略, 此时, 系统默认步长为 1.

当 to 小于 from 时, 生成的数组为空数组.

例 1.10 >>x1=1:5

```

x1=
    1     2     3     4     5
>>x2=1:0.5:3
x2=
    1.0000    1.5000    2.0000    2.5000    3.0000
x3= 4:-1:1
x3=
     4     3     2     1
>>x4=1:-1:4 % 空矩阵
x4=

```

Empty matrix: 1-by-0

(2) 使用 `linspace` 和 `logspace` 函数生成数组.

`linspace(a,b,n)` 表示将区间 $[a,b]$ 等分为 n 个数.

`logspace(a,b,n)` 表示将区间 $[10^a, 10^b]$ 按对数等分为 n 个数.

例 1.11 `>>x1=linspace(0,2*pi,6)` % 从 0 到 2π 等分为 6 个点

`x1=`

0 1.2566 2.5133 3.7699 5.0265 6.2832

`>>x2= logspace(0,2,3)` % 从 1 到 100 按对数等分为 3 个点

`x2=`

1 10 100

2. 数组的运算

1) 标量与数组运算

数组对标量的加、减、乘、除、乘方运算是数组的每个元素分别加、减、乘、除和乘方该标量.

例 1.12 `>>a=[1 2 3 4];`

`>>c=2;`

`>>a+c` % 数与矩阵相加, 就是矩阵的各元素都加上这个数

`ans=`

3 4 5 6

`>>a/c` % 一个矩阵除以一个数, 就是矩阵的各元素都除以这个数

`ans=`

0.5000 1.0000 1.5000 2.0000

`>>a.^2`

`ans=`

1 4 9 16

注 1.2 标量对数组的乘方运算中, 数组在前、标量在后, 并且在 “ $\wedge$ ” 前要加上 “.”.

2) 数组与数组的运算

当两个数组有相同的维数时, 可以进行加、减、乘、除、幂运算, 其意义是两个数组的对应分量进行相应的运算. 但是要注意: 在进行乘、除计算时, 必须在乘、除、幂的运算符前加上 “.”, 即要表示为 “ $\cdot$ ” 和 “ $\cdot \setminus$ ”.

例 1.13 `>>a=[1 2 3 4];b= linspace(2,5,4);`

`>>a+b` % 两个数组相加, 就是对应元素相加

`ans=`

```
3    5    7    9
>>a.*b % 两个数组相乘,就是对应元素相乘,但“*”前要加上“.”
ans=
    2    6   12   20
>>a./b % 两个数组相除,就是对应元素相除,但“/”前要加上“.”
ans=
    0.5000    0.6667    0.7500    0.8000
```

1.4 MATLAB 程序设计

MATLAB 可以像 C 和 FORTRAN 等计算机高级语言一样,进行程序设计,编写 M 文件. 本节简单介绍 MATLAB 中的关系、逻辑运算、M 文件、程序流程控制结构等重要的编程手段.

1.4.1 关系和逻辑运算

除了传统的数学运算,MATLAB 还支持关系和逻辑运算. 作为关系和逻辑表达式的输入,对于真,输出 1;对于假,输出 0.

1. 关系运算符

表 1.5 给出了常用的关系操作符.

表 1.5 关系运算

关系操作符	说明	关系操作符	说明
$x==y$	相等	$x\geq y$	大于或等于
$x\sim=y$	不相等	$x< y$	小于
$x> y$	大于	$x\leq y$	小于或等于

例 1.14 >>4>=3 % 逻辑判断结果为真,则值为 1,否则为 0

```
ans=
    1
>>2+3==3+2
ans=
    1
>>2+3~ =3+2
ans=
    0
```

2. 逻辑操作符

表 1.6 给出了 MATLAB 逻辑操作符

表 1.6 MATLAB 逻辑操作符

逻辑操作符	&		~
说明	与	或	非

例 1.15 `>> (5>4) & ~ (3==2)`

`ans=`

`1`

1.4.2 M 文件

MATLAB 除了可以在命令窗口中编写行命令外,还可以生成自己的程序文件. 由于这些程序文件通常以“. m”为扩展名,因此,称之为 M 文件. M 文件有两种形式:M 脚本文件和 M 函数文件.

M 文件要在 M 文件编辑/调试器窗口(Editor/Debugger)中编写,在 MATLAB 菜单栏中单击“File”→“New”→“M-file”即可打开 M 文件编辑/调试器窗口.

1. M 脚本文件

下面介绍绘制 $y=\sin x$ 曲线的 M 脚本文件.

例 1.16 用 M 脚本文件绘制 $y=\sin x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的图像.

在 MATLAB 菜单栏中单击“File”→“New”→“M-file”, 打开 M 文件编辑/调试器窗口,然后输入

```
% Ex16 正弦函数图像
x=0:0.1:2 * pi;
y=sin(x);
plot(x,y); % 一元函数绘图命令
```

保存文件为 Ex16. m 后,点击“Debug”→“Run”,就可以在图形窗口中看到如图 1.1 所示的 $y=\sin x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的图像. 另外,在命令窗口中输入

```
>>Ex16
```

也可得到同样的图形.

2. M 函数文件

MATLAB 函数文件是 MATLAB 程序设计的主流, MATLAB 本身一系列工