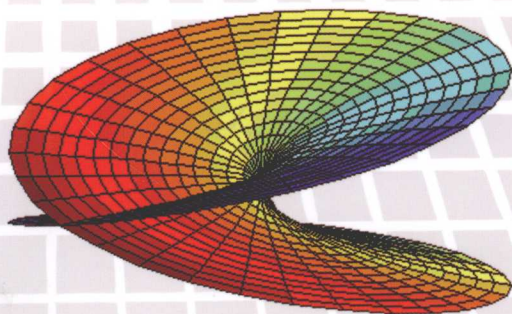


普通高等学校规划教材

数学实验方法

电子科技大学数学科学学院 编



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

013031346

013-33
63

普通高等学校规划教材

数学实验方法

电子科技大学数学科学学院 编



013-33

63

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE



北航

C1636809

013031348

内 容 提 要

MATLAB 是一款优秀的数学软件,数学实验课程是普通高校几乎所有理工科的必修课,教学目标是培养学生应用数学知识和数学软件 MATLAB 解决实际问题的意识和能力。本教材内容包括 MATLAB 使用入门、MATLAB 程序设计、微积分实验、线性代数实验、随机实验、方程求根与最优化实验、常微分方程与计算机模拟等。本书在 MATLAB 技术实现上,注意向量化编程;在内容选择上,注重案例教学;此外,还注重数学思想和数学方法应用,并展现数学文化。各章节相对独立,每章后附有实验案例和实验报告,书末附有 2 套测试题及答案。

本书适合作为普通高等学校理工科各专业教材,也可作为自考、函授本科教材,亦可科研人员参考或自学。

图书在版编目(CIP)数据

数学实验方法 / 电子科技大学数学科学学院编.

—北京:中国铁道出版社,2013.2

普通高等学校规划教材

ISBN 978-7-113-16015-9

I. ①数… II. ①电… III. ①高等数学—实验方法—
高等学校—教材 IV. ①O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 016992 号

书 名: 数学实验方法

作 者: 电子科技大学数学科学学院 编

策 划: 李小军

读者热线: 400-668-0820

责任编辑: 李小军 何 佳

封面设计: 付 魏

封面制作: 白 雪

责任印制: 李 佳

出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街 8 号)

网 址: <http://www.51eds.com>

印 刷: 三河市兴达印务有限公司

版 次: 2013 年 2 月第 1 版

2013 年 2 月第 1 次印刷

开 本: 720mm×960mm 1/16 印张: 15.75 字数: 315 千

书 号: ISBN 978-7-113-16015-9

定 价: 29.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话:(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)63549504

前 言

在科学发展史上,伽利略开创了近代实验科学方法,牛顿的理论研究为近代物理和数学奠定了基础,冯·诺依曼、图灵对科学计算的研究及应用则意义深远。半个多世纪以来,以计算机为工具的科学计算得到普及性应用;在以计算机为基础的科技创新平台上,人类基因草图成功绘制,全球定位系统顺利运行,探月航天技术飞跃发展,……

实验是人类获取信息的实践活动,电子信息的表现形式是数据(包括文字、数字、声音、图像等)。数学实验结合数学与计算机软件,利用计算机快速有效地处理数据(包括数值数据、数学符号和函数图形),并通过实验报告清楚表达数据所含信息及所反映的数学规律。从20世纪90年代末到现在的十几年中,数学实验课以新的教学模式进入大学课堂。实验内容涉及工程计算、数学模型、批量数据处理、计算机数值模拟等。例如,在探月卫星速度计算实验中,计算卫星变轨参数以获取较为准确的嫦娥一号卫星的轨道数据,设计简洁有效的MATLAB程序演示卫星奔月过程。实验者通过实验加深对数学模型理解,掌握利用数据表达信息的方法。

MATLAB是一款优秀的数学软件,软件名称是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的英文缩写。它所具有的强大数值计算功能和绘图功能至今仍在持续增加。数学实验以MATLAB为实验环境,在解决常规数学问题时,选择使用高级MATLAB操作命令;在解决较复杂问题时,则设计基于矩阵计算的程序,运行程序以获取实验结果。MATLAB的最大特点是支持处理向量、矩阵和三维数组这样的数据块,这一特点导致程序代码简短,数据处理效率极高。面对数值计算、符号计算和绘图问题,需要有耐心地设计和构造矩阵,以获得预期的计算结果和完美的计算机三维图形。例如"牟合方盖"数学模型和"维维安尼体"数学模型的实验设计,从数据计算到动态演示都围绕矩阵的构造进行。而分形曲线绘制实验则通过正交矩阵与结点位置向量的乘法计算出分形曲线数据。MATLAB软件在全世界范围内被广泛使用,目前我国高等院校的课程设置中,"数值分析"、"数学建模"、"信号与系统"、"数字信号处理"等课程都选用了MATLAB作为计算工具。事实上,这一数学软件已经成为多门理工科专业课程的共用软件平台。

本教材适用于大学一年级和二年级学生,课程的教学目标是培养学生应用数学知识和数学软件MATLAB解决实际问题的意识与能力。教材内容包括MATLAB使用入门、MATLAB程序设计、微积分实验、线性代数实验和随机实验、方程求根与最优化实验、常微分方程实验与计算机模拟等7章。在MATLAB技术实现上,注重向量化编程;在内容选择上,注重案例教学。各章节相对独立,每章后附有实验范例和实

验课题。第1章是入门部分,第2章是提高部分,第3章及以后是应用部分。数学实验方法不仅注重 MATLAB 技术层面,还注重数学思想和数学方法应用,并展现数学文化。数学作为人类文化的一部分,有几千年历史,源头是中国、印度、埃及、古巴比伦和古希腊文明。教材中将一些经典数学问题作为实验范例和实验课题的选题来源。例如,16世纪人们对于炮弹运动规律的研究导出了抛射曲线问题。当年伽里略在实验结论基础上,建立了抛射曲线的数学模型。将这一模型表示为二阶常微分方程组,在常微分方程中加入阻力项并且用数学软件求解,获取实验数据并重建更为完美的数学模型。在21世纪的今天,这是普通人也能完成的工作。教材中球谐函数曲面实验的设计目的是将数学物理方程中教学难度较大的勒让德函数以图形显示,以便于了解球谐函数的空间形式。静电场模拟实验反映了我们在课程教学中将数学结合工程应用所做的努力。用不同的数学模型和不同的实验方法模拟静电场,绘制模拟电力线,可从数学角度认识和了解静电场。

本教材由电子科技大学数学科学学院钟尔杰、冷劲松、于时伟、李明奇、汪小平、张勇、杨宇明编写,钟尔杰主编,谢云荪教授主审。在教材写作过程中,黄廷祝教授、傅英定教授和高建老师给予了大力支持,作者借此机会表示衷心的感谢。同时对所有参与数学实验课程教学的教师表示真诚的感谢。本教材编写得到电子科技大学综合实验项目和创新实验项目的资助。

限于水平,书中难免有疏漏和不足之处,敬请读者批评指正。

编者

于电子科技大学清水河校区

2012.11

目 录

| | | |
|--------------------------------|-----------------------|----------------|
| 第 1 章 MATLAB 使用入门 | 1 | |
| § 1.1 MATLAB 工作界面与图形窗口 | 1 | |
| 1.1.1 MATLAB 的工作界面(1) | 1.1.2 MATLAB 的图形窗口(3) | |
| 1.1.3 MATLAB 的程序编辑窗口(4) | | |
| § 1.2 向量创建与一元函数图形 | 5 | |
| 1.2.1 向量的创建(6) | 1.2.2 常用数学函数(8) | |
| 1.2.3 一元函数绘图(12) | | |
| § 1.3 矩阵创建与二元函数图形 | 16 | |
| 1.3.1 矩阵的创建(16) | 1.3.2 二元函数的图形绘制(21) | |
| 1.3.3 三元函数的可视化(23) | | |
| § 1.4 图形文件的输入/输出 | 25 | |
| 1.4.1 图形文件的输出(25) | 1.4.2 图形文件的输入(27) | |
| § 1.5 实验范例 | 28 | |
| 1.5.1 玫瑰线绘制(28) | 1.5.2 抛射曲线绘制(30) | |
| 1.5.3 黎曼曲面绘制(33) | | |
| § 1.6 实验课题 | 34 | |
| 1.6.1 马鞍面绘制(34) | 1.6.2 宝石切割问题的数学模型(35) | |
| 思考与复习题一 | 36 | |
| 第 2 章 MATLAB 程序设计 | 39 | |
| § 2.1 MATLAB 的程序文件 | 39 | |
| 2.1.1 变量和表达式(39) | 2.1.2 MATLAB 的运算符(44) | |
| 2.1.3 程序文件(46) | | |
| § 2.2 MATLAB 的程序结构 | 48 | |
| 2.2.1 条件控制(48) | 2.2.2 循环控制(49) | 2.2.3 其他控制(54) |
| § 2.3 MATLAB 的函数文件 | 55 | |
| 2.3.1 函数文件的格式(55) | 2.3.2 主函数和子函数(58) | |
| § 2.4 数据文件的输入/输出 | 62 | |
| 2.4.1 数据文件的输入(63) | 2.4.2 数据文件的输出(64) | |
| § 2.5 实验范例 | 66 | |
| 2.5.1 球谐函数曲面(66) | 2.5.2 牟合方盖模型(68) | |

| | | |
|-------------------------|-----------------------|-----------------|
| 2.5.3 Koch 分形曲线(69) | | |
| § 2.6 实验课题 | 71 | |
| 2.6.1 立方倍积(71) | 2.6.2 飞行航程计算(72) | |
| 思考与复习题二 | 74 | |
| 第3章 微积分实验 | 76 | |
| § 3.1 微积分符号计算 | 76 | |
| 3.1.1 符号变量与符号表达式(76) | 3.1.2 微分和积分的符号运算(79) | |
| 3.1.3 其他符号计算(83) | | |
| § 3.2 定积分数值计算 | 88 | |
| § 3.3 实验范例 | 91 | |
| 3.3.1 摆线动态演示(91) | 3.3.2 曲边梯形填充(94) | |
| 3.3.3 旋转曲面绘制(96) | | |
| § 3.4 实验课题 | 98 | |
| 3.4.1 通信卫星覆盖地球面积(98) | 3.4.2 探月卫星的速度计算(99) | |
| 思考与复习题三 | 101 | |
| 第4章 线性代数实验 | 103 | |
| § 4.1 线性方程组求解 | 103 | |
| § 4.2 矩阵特征值问题计算 | 106 | |
| § 4.3 数据拟合 | 111 | |
| 4.3.1 超定方程组的最小二乘解(112) | 4.3.2 离散数据的多项式拟合(114) | |
| § 4.4 实验范例 | 120 | |
| 4.4.1 手机定位(120) | 4.4.2 直线簇及其包络(123) | |
| 4.4.3 汽车紧急刹车数据拟合(125) | 4.4.4 酒精含量数据拟合实验(127) | |
| § 4.5 实验课题 | 130 | |
| 思考与复习题四 | 131 | |
| 第5章 随机实验 | 134 | |
| § 5.1 随机数与统计直方图 | 134 | |
| 5.1.1 均匀分布随机数与直方图(134) | | |
| § 5.2 蒙特卡罗方法 | 141 | |
| § 5.3 实验范例 | 147 | |
| 5.3.1 矿井脱险模拟(147) | 5.3.2 生日问题(149) | 5.3.3 数据聚类(151) |
| § 5.4 实验课题 | 155 | |
| 5.4.1 风向玫瑰图(155) | 5.4.2 维维安尼体体积(156) | |
| 思考与复习题五 | 158 | |

| | |
|---------------------------------|-----------------------|
| 第 6 章 方程求根与最优化实验 | 160 |
| § 6.1 非线性方程求解 | 160 |
| 6.1.1 代数方程求解(160) | 6.1.2 一般非线性方程求解(163) |
| § 6.2 函数极小值计算 | 166 |
| 6.2.1 求一元函数极小值(166) | 6.2.2 求多元函数极值(170) |
| § 6.3 线性规划问题求解 | 172 |
| § 6.4 实验范例 | 176 |
| 6.4.1 多项式计算与求根(176) | 6.4.2 牛顿迭代法求收敛域(179) |
| 6.4.3 T形通道的设计(181) | |
| § 6.5 实验课题 | 183 |
| 6.5.1 罐装饮料的制罐用料问题(183) | 6.5.2 最短路径计算(184) |
| 思考与复习题六 | 185 |
| 第 7 章 微分方程实验与计算机模拟 | 188 |
| § 7.1 常微分方程数值求解 | 188 |
| 7.1.1 求解一阶常微分方程初值问题(188) | |
| 7.1.2 求解二阶常微分方程初值问题(192) | |
| § 7.2 静电场模拟 | 195 |
| § 7.3 计算机模拟 | 200 |
| § 7.4 实验范例 | 208 |
| 7.4.1 捕食者与被捕食者问题(208) | 7.4.2 有阻力抛射体运动模型(211) |
| 7.4.3 人造卫星轨道实验(214) | |
| § 7.5 实验课题 | 217 |
| 7.5.1 电偶极子模拟实验(217) | 7.5.2 莫比乌斯带绘图实验(218) |
| 思考与复习题七 | 219 |
| 附录 | 221 |
| 附录 A MATLAB 主要命令函数 | 221 |
| 附录 B 数学实验问题索引 | 231 |
| 附录 C 数学实验测试题 | 233 |
| 测试题第一套(233) | 测试题第二套(238) |
| 测试题第一套参考答案(243) | 测试题第二套参考答案(243) |
| 参考文献 | 244 |

第 1 章

MATLAB 使用入门

MATLAB 是一款优秀的数学软件,软件名称是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的英文缩写.从美国 MathWorks 公司 1984 年发布 MATLAB 到现在,该软件已成为现代工程师普遍使用的计算工具. MATLAB 提供了交互式计算环境,用于高效解决数学问题和工程问题;它也是新一代高级程序设计语言,用简短代码即可实现复杂算法.本章主要介绍 MATLAB 软件操作方法,通过了解 MATLAB 的工作界面与图形窗口,学习典型例题,掌握数学实验所需的基本技能.本书根据 MATLAB 6.5 版编写,大部分内容也适用于 MATLAB 的更高版本.

§ 1.1 MATLAB 工作界面与图形窗口

在 MATLAB 环境下有两种常用操作方式,即命令操作方式和文件操作方式.前一种方式适用于简单作业,在命令窗口中输入命令,即可完成计算作业或绘图作业;后一种方式适用于程序设计,在程序编辑窗口编写程序,然后在命令窗口运行程序.两种操作方式都将会获得计算结果,其数据将显示在命令窗口,而图形则显示在图形窗口.

1.1.1 MATLAB 的工作界面

启动 MATLAB,将进入工作界面(见图 1.1),界面上有 3 个常用窗口:命令窗口(Command Window)、工作空间窗口(Workspace)、历史窗口(Command History).其中,命令窗口是完成数学实验作业的主要窗口.

命令窗口提供交互式计算环境,工作空间窗口显示当前变量信息,历史窗口显示全部用过的操作命令.在命令窗口中输入 MATLAB 命令将得到计算结果,计算结果会显示在输入命令的下方.

【例 1.1】 三阶幻方又被称为九宫图,在正方形棋盘上有三行三列九个方格,方格内放置 1,2,3,4,5,6,7,8,9 九个整数.数字分布如图 1.2 所示.

用 MATLAB 命令 `magic()` 创建 3 阶幻方矩阵.

在命令窗口直接使用 MATLAB 命令

```
magic(3)
```

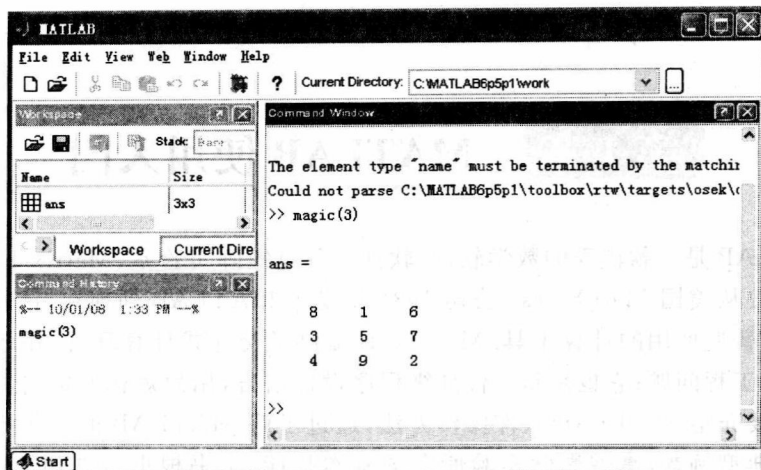


图 1.1 MATLAB 的工作界面

窗口中将显示出 3 行 3 列矩阵

```

8     1     6
3     5     7
4     9     2

```

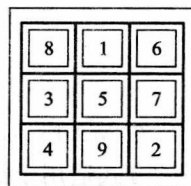


图 1.2 三阶幻方

该矩阵的行和、列和以及对角线和均为 15。在 MATLAB 的工作空间窗口的信息显示，内存中有一名名为 ans 的变量，该变量是一个 3×3 的双精度数组。

【例 1.2】 杨辉三角形是一类数字三角形，又称为 **Pascal 三角形**。MATLAB 命令 pascal() 可计算出任意阶 Pascal 矩阵。试分析五阶 Pascal 矩阵。

在命令窗口直接使用 MATLAB 命令

```
pascal(5)
```

窗口将显示出 5 阶矩阵

```

1     1     1     1     1
1     2     3     4     5
1     3     6    10    15
1     4    10    20    35
1     5    15    35    70

```

分析：矩阵中包含了 Pascal 三角形，三角形中数字为组合数 $C_n^k = n! / k!(n-k)!$ 的有序排列。矩阵的副对角线五个元素按秩序排列为：1, 4, 6, 4, 1，恰好为 $(x+y)^4$ 的展开式中各项系数。

1.1.2 MATLAB 的图形窗口

图形窗口独立于 MATLAB 命令窗口,其功能是将绘图命令绘制的图形显示于屏幕。

【例 1.3】 MATLAB 软件的图标是 MathWork 公司的徽标,原本是一个经典微分方程数值解的三维图形. 该图形的数据以矩阵形式存放在系统中,用 MATLAB 命令 `load logo` 提取该图形的数据,并用绘图命令 `mesh(L)` 绘制曲面图形。

在命令窗口直接使用 MATLAB 命令

```
load logo
mesh(L)
colormap([0 0 1])
```

最后一行命令控制曲面颜色,图形窗口将显示如图 1.3 所示的图形。

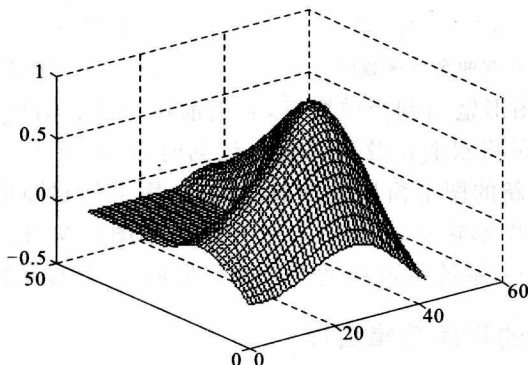


图 1.3 MATLAB 的徽标图形

注:直接键入 `logo` 命令,图形窗口将显示出有色彩的 MATLAB 图标. 例 1.3 中 `load` 命令读入 `logo` 的数据,利用其中的矩阵变量 `L`,绘曲面命令 `mesh(L)` 直接绘图并将图形输出到图形窗口. `colormap([0 0 1])` 的功能是将网线设置为蓝色。

【例 1.4】 双曲函数是一类特殊初等函数,常用的三个双曲函数表达式如表 1.1 所示。

表 1.1 双曲函数列表

| 函数名 | 双曲正弦 | 双曲余弦 | 双曲正切 |
|-----|------------------------------------|------------------------------------|---|
| 表达式 | $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ | $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ | $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ |

用 MATLAB 简单绘图命令 `ezplot()`,绘制三个双曲函数图形,要求将双曲正弦曲线和双曲余弦曲线放在同一图形窗口中。

在 MATLAB 命令窗口使用命令

```
figure(1),ezplot('sinh',[- 2,2]),hold on
ezplot('cosh',[- 2,2]),axis([- 2,2,- 1,3.8])
figure(2),ezplot('tanh',[- 2,2])
```

系统将同时创建两个图形窗口,显示出所绘的图形,如图 1.4 和图 1.5 所示.

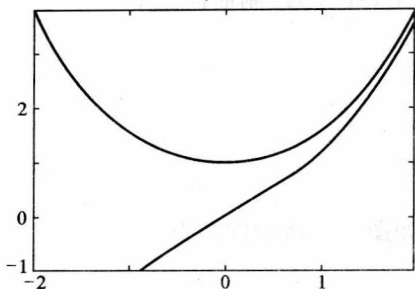


图 1.4 双曲正弦和双曲余弦函数图形

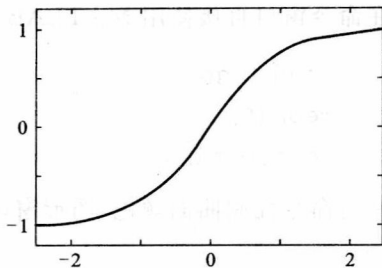


图 1.5 双曲正切函数的图形

注:绘图命令将图形输出到当前窗口,若当前窗口已有图形,将仅显示新图形而原有图形被删除.为了将双曲正弦和双曲余弦同时绘制,例 1.4 使用了保持图形命令 hold on.为了创建新的图形窗口输出新图形,使用了创建图形窗口命令 figure(), figure(1)创建第一个图形窗口,figure(2)创建第二个图形窗口.如果每次绘图时,在绘图命令前添加 figure,系统将自动创建新的图形窗口,且按次序为图形窗口编号.

1.1.3 MATLAB 的程序编辑窗口

需多步操作才可以完成的复杂任务,通常用程序操作方式完成任务. MATLAB 的程序操作方式通常包括三个步骤:

- (1)用 edit 命令打开程序编辑窗口;
- (2)逐行录入 MATLAB 命令或语句(即程序代码),并保存为程序文件;
- (3)返回到命令窗口,键入程序文件名运行,观察计算结果.

【例 1.5】 传说国际象棋发明人曾请古印度国王赐予大麦,他求赐的大麦数量按如下规则计算:在国际象棋棋盘的 64 个方格中,第一格放一麦粒,第二格放两粒,第三格放四粒,……,依此类推.每格比前一格麦粒数多一倍,直到放满 64 格为止.试用 MATLAB 计算麦粒数并验证这些大麦几乎可以覆盖地球表面.

分析:计算该问题需做进一步假设,设地球是半径为 $R=6400(\text{km})$ 的球体,则地球表面积为 $S_0=4\pi R^2(\text{km}^2)$;再设每平方厘米大麦数为 $f=4$,则每平方公里的麦粒数为 $M=f\times 10^{10}$.而棋盘共 64 个格子,按规则计算所需大麦粒数

$$N=1+2+2^2+\cdots+2^{63}=2^{64}-1.$$

这些大麦的覆盖面积为 $S=N/M(\text{km}^2)$, 由此计算出大麦覆盖地球表面百分比. 将计算步骤整理, 写成 MATLAB 程序(文件名: chess. m)如下:

```
f= 4;R= 6400;           % 输入初始数据
S0= 4* pi* R* R;       % 计算地球表面积
M= f* 10^10;           % 计算大麦覆盖一平方公里颗粒数
N= 2^64- 1;            % 计算发明者所需大麦颗粒数目
S= N/M;                 % 计算所需大麦覆盖面积
proportion= 100* S/S0   % 计算大麦覆盖面积占地球面积的百分比
```

在 MATLAB 命令窗口键入 edit 并按【Enter】键, 进入程序编辑窗口, 录入程序(见图 1.6).

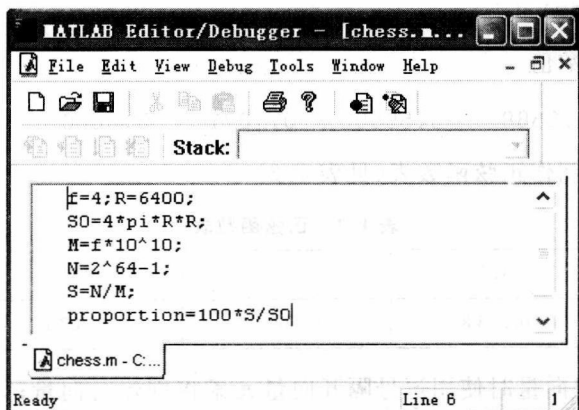


图 1.6 在程序编辑窗口中输入程序代码

程序录入完毕后, 将其保存(单击磁盘图标即可), 并将文件命名为 chess. 返回到命令窗口(只需将程序编辑窗口极小化), 输入文件名 chess 并按【Enter】键, 命令窗口将显示最终计算结果

```
proportion=89.596 3
```

数据表明国际象棋发明人所需大麦几乎覆盖地球表面的 90%.

注:程序中语句行以分号结束则不显示数据, 只有最后一行没有用分号, 程序运行后将显示出百分比的数据.

§ 1.2 向量创建与一元函数图形

向量又被称为一维数组. 用 MATLAB 计算一元函数值时, 自变量是输入数据, 函数值是输出数据. 如果输入数据是向量, 则输出数据是同维数的向量.

1.2.1 向量的创建

创建向量常用方法有：直接输入法、冒号表达式法和等分函数法。

1. 直接输入法创建向量

直接输入法是创建向量的常用方法，输入时将向量元素用方括号“[]”括起来，元素之间用逗号(或空格)隔开。

【例 1.6】 计算正弦函数 $\sin \alpha$ 在 $\alpha_1 = 15^\circ, \alpha_2 = 30^\circ, \alpha_3 = 45^\circ, \alpha_4 = 60^\circ$ 处的函数值，并制作函数表。

首先，需要将角度转换为弧度，再调用正弦函数计算，在命令窗口中直接使用命令

```
alpha= [15,30,45,60]* pi/180;
sin(alpha)
```

命令窗口将显示函数值

```
ans= 0.2588 0.5000 0.7071 0.8660
```

利用计算结果可以制作正弦函数表(见表 1.2)。

表 1.2 正弦函数表

| α | 15° | 30° | 45° | 60° |
|----------|------------|------------|------------|------------|
| $\sin x$ | 0.2588 | 0.5000 | 0.7071 | 0.8660 |

注：直接法创建向量时使用逗号隔开向量元素将创建行向量；如果用分号隔开向量元素，则可以创建列向量。

2. 利用冒号表达式创建向量

在计算函数值时常需要创建某区间上有限个等分点，这些等分点按单增次序构成等差数列。冒号表达式创建向量方法正是利用公差做步长创建等差数列。使用格式为

```
x= x0:step:xn
```

其中第一个数据 x_0 是初值，第二个数据 $step$ 是步长，第三个数据 x_n 是终值，而 x 是所创建的向量名称。在冒号表达式中，当步长 $step=1$ 时，可以省略表达式中第二项，直接使用

```
x= x0:xn
```

当初值大于终值时，步长 $step$ 应该为负数。表达式中的 x_n 不一定成为 x 最后一个元素，因为 $x_n - x_0$ 不一定是 $step$ 的整数倍。

【例 1.7】 计算等差数列以及等比数列之和： $S_1 = \sum_{k=1}^{100} k; S_2 = \sum_{n=1}^{63} 2^n$ 。

这两个级数中,第一个是公差为 1 的等差级数,第二个是公比为 2 的等比级数. 等比级数的幂数 n 按步长 1 递增. 在命令窗口中直接使用命令

```
k= 1:100;
S1= sum(k)
n= 1:63;
S2= sum(2.^n)
```

命令窗口将显示计算结果

```
S1= 5050
S2= 1.8447e+ 019
```

显然,等差数列之和较等比数列之和要小得多. 虽然 S2 是正整数,由于超出了 MATLAB 整数的范围,所显示数据显示为实数近似值 1.8447×10^{19} .

注:sum()是 MATLAB 中的求和命令,其功能是对变量的数据元素求和.

MATLAB 还提供了用线性等分函数和对数等分函数创建向量的方法(见表 1.3).

表 1.3 函数生成向量使用格式

| 使用格式 | 说 明 |
|------------------------------------|---|
| $u = \text{linspace}(x_1, x_2)$ | 生成 100 维的向量,其中 $u(1) = x_1, u(100) = x_2$ |
| $u = \text{linspace}(x_1, x_2, n)$ | 生成 n 维的向量,其中 $u(1) = x_1, u(n) = x_2$ |
| $u = \text{logspace}(x_1, x_2)$ | 生成 50 维向量,其中 $u(1) = 10^{x_1}, u(50) = 10^{x_2}$ |
| $u = \text{logspace}(x_1, x_2, n)$ | 生成 n 维的向量,其中 $u(1) = 10^{x_1}, u(n) = 10^{x_2}$ |

线性等分函数 linspace() 创建等差数列,对数等分函数 logspace() 创建等比数列.

【例 1.8】 用线性等分函数 linspace() 创建区间 $[0, 2\pi]$ 上等分点,根据区间 $[0, 2\pi]$ 上等分点数据计算单位圆上等分点,分别绘制正三角形、六边形和正十二边形图形.

分析:正多边形顶点方位角对应区间 $[0, 2\pi]$ 上的等分点. 为了绘制封闭图形,顶点数目应比边数多一个. 以六边形为例,需要七个顶点,其中第七个顶点与第一个顶点重合. 利用区间 $[0, 2\pi]$ 上的 7 个等分点数据,计算单位圆上七个点的坐标数据

$$x_j = \cos \alpha_j, \quad y_j = \sin \alpha_j, \quad (j = 0, 1, 2, \dots, 6)$$

即六边形顶点坐标,应用绘图命令就可以绘出六边形图形.

在 MATLAB 的命令窗口中使用命令

```
alpha= linspace(0,2* pi,4);
bata= linspace(0,2* pi,7);
```

```

gama= linspace(0,2* pi,13);
x1= sin(alpha);    % 计算三角形顶点坐标
y1= cos(alpha);
x2= sin(bata);    % 计算六边形顶点坐标
y2= cos(bata);
x3= sin(gama);    % 计算十二边形顶点坐标
y3= cos(gama);
plot(x1,y1,x2,y2,x3,y3)

```

MATLAB 图形窗口将同时显示出正三角形、正六边形和正十二边形图形,如图 1.7 所示.

注:创建区间 $[0,1]$ 上的 n 个等分点可用 `linspace(0, 1, n)`,创建区间 $[0,2\pi]$ 上 n 个等分点用 `linspace(0, 2 * pi, n)`. `plot()` 是基本平面绘图命令.

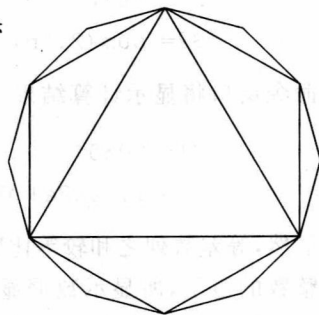


图 1.7 正多边形图

1.2.2 常用数学函数

MATLAB 系统提供了大量的数学函数,包括内部函数和外部函数.常用的基本初等函数在系统中是内部函数,例如三角函数、指数函数等.外部函数是以函数文件格式存放在系统中的函数,例如求平均值函数 `mean()` 等.解决实际问题时需要根据数学表达式定义新函数.一种简单定义函数方法是创建内嵌函数对象(`inline object`).

1. 基本数学函数

MATLAB 中基本数学函数包括三角函数类、指数函数类、复数函数类、取整和求余函数以及数据处理函数类.三角函数、反三角函数、双曲函数和反双曲函数列表如表 1.4 所示.

表 1.4 常用的三角函数函数

| 函 数 | 名函数功能 | 函 数 | 名函数功能 |
|--------------------------|----------|-----------------------|---------|
| <code>sin(x)</code> | 正弦函数 | <code>asin(x)</code> | 反正弦函数 |
| <code>cos(x)</code> | 余弦函数 | <code>acos(x)</code> | 反余弦函数 |
| <code>tan(x)</code> | 正切函数 | <code>atan(x)</code> | 反正切函数 |
| <code>sinh(x)</code> | 双曲正弦函数 | <code>asinh(x)</code> | 反双曲正弦函数 |
| <code>cosh(x)</code> | 双曲余弦函数 | <code>acosh(x)</code> | 反双曲余弦函数 |
| <code>tanh(x)</code> | 双曲正切函数 | <code>atanh(x)</code> | 反双曲正切函数 |
| <code>atan2(y, x)</code> | 四象限反正切函数 | | |

【例 1.9】 已知平面上四个点的坐标(见表 1.5).

表 1.5 直角坐标数据

| | | | | |
|-----|---------|----------|----------|----------|
| x | 1.119 3 | -0.537 3 | -0.537 3 | 1.119 3 |
| y | 1.938 6 | 0.930 6 | -0.930 6 | -1.938 6 |

分别计算出四个点的平面极坐标数据,并用极坐标绘图命令 `polar()` 表示四个点的位置.

分析:平面上任意点 (x,y) 的极半径为 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$,该点的方位角为 $\alpha = \text{atan}(y/x)$,可用正切函数 `atan2()` 计算,结束如图 1.8 所示.

在 MATLAB 命令窗口输入下面命令:

```
x = [1.1193, -0.5373, -0.5373, 1.1193];
```

```
y = [1.9386, 0.9306, -0.9306, -1.9386];
```

```
alpha = atan2(y, x);
```

```
r = sqrt(x.^2 + y.^2)
```

```
polar(alpha, r, 'ro-')
```

```
bata = alpha * 180/pi
```

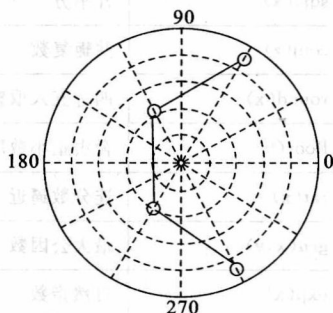


图 1.8 极坐标系中点的位置

命令执行后,得数据如下:

```
r =
```

```
2.2385    1.0746    1.0746    2.2385
```

```
bata =
```

```
59.9989  120.0008  -120.0008  -59.9989
```

将四个点的极坐标数据列表(见表 1.6).

表 1.6 极坐标数据

| | | | | |
|--------|----------|-----------|------------|-----------|
| 半径 | 2.238 5 | 1.074 6 | 1.074 6 | 2.238 5 |
| 方位角(度) | 59.998 9 | 120.000 8 | -120.000 8 | -59.998 9 |

显然,第一象限和第二象限的方位角为正数,第三象限和第四象限的方位角为负数.

注:程序中 `alpha` 的方位角数据是弧度制,而 `bata` 是将弧度转换为度所得数据.四点连线为折线,利用第 4 章的数据拟合方法可以绘出通过四个点且开口向右的抛物线.