

系统与amp;控制丛书 C₃

刘康志 姚郁 著

线性鲁棒控制



科学出版社

系统与amp;控制丛书

线性鲁棒控制

刘康志 姚 郁 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是面向研究生和技术人员的鲁棒控制教科书。它根据模型不确定性的分类对鲁棒控制方法分门别类进行整理,全面总结鲁棒控制方法,阐明了各种方法的特点和局限;并以优化理论贯穿全书,做到了浅显易懂。本书囊括了鲁棒控制中实用价值高的小增益方法、Lyapunov 方法、IQC 方法、正实方法、区域极点配置方法和增益规划方法。这在国内外是首次尝试。本书还包括 120 个例子,203 张图,159 道习题以及 4 个设计实例,是学习鲁棒控制理论的最佳教材。

本书可作为从事控制科学与工程、应用数学及相关学科的科研工作者、工程技术人员、高等院校教师和研究生的参考书或教科书。

图书在版编目(CIP)数据

线性鲁棒控制/刘康志,姚郁著. —北京:科学出版社,2013
(系统与控制丛书)

ISBN 978-7-03-035864-6

I. 线… II. ①刘… ②姚… III. 线性系统-鲁棒控制 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 253224 号

责任编辑:姚庆爽 孙 芳/责任校对:张怡君
责任印制:张 倩/封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏 杰 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 1 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2013 年 1 月第一次印刷 印张: 30 1/2

字数: 589 000

定价: 118.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

“十一五”国家重点图书出版规划项目

《系统与amp;控制丛书》编委会

主 编:

郭 雷 院 士 中国科学院数学与amp;系统科学研究院

副 主 编:

程代展 研究员 中国科学院数学与amp;系统科学研究院

林宗利 教 授 University of Virginia, USA

陈 杰 教 授 北京理工大学

编 委:

黄 捷 教 授 香港中文大学

谈自忠 教 授 Washington University, USA

Prof. Hassan K. Khalil Michigan State University, USA

Prof. Frank Lewis University of Texas at Arlington, USA

编者的话

我们生活在一个科学技术飞速发展的信息时代，诸如宇宙飞船、机器人、因特网、智能机器及汽车制造等高新技术对自动化提出了更高的要求。系统与控制理论也因此面临着更大的挑战。它必须要能够为设计高水平的物理或信息系统提供原理和方法，使得设计出的系统能感知并自动适应快速变化的环境。

为帮助系统控制专业的专家、工程师以及青年学生迎接这些挑战，科学出版社和中国自动化学会控制理论专业委员会合作，设立了《系统与控制丛书》的出版项目。丛书分中、英文两个系列，目的是出版一些具有创新思想的高质量著作，内容既可以是新的研究方向，也可以是至今仍然活跃的传统方向。研究生是本丛书的主要读者群，因此，我们强调内容的可读性和表述的清晰。我们希望丛书能达到这些目的，为此，期盼着大家的支持和奉献！

《系统与控制丛书》编委会

2007年4月1日

前 言

在工程分析和设计中，工程对象的数学模型必不可少。然而，数学模型仅能表达工程对象的某个侧面，二者之间必有差距。正是由于这个原因，鲁棒性的概念自从 20 世纪 70 年代提出来后，就长期地吸引了研究人员和工程人员的关心和注意，并在实践中得到相当广泛的应用。本书的目的是，全面地介绍鲁棒控制理论的成果以及应用范围和方法，以进一步在我国推广鲁棒控制的研究和应用。

本书的策划始于 2006 年。那年中国控制大会在哈尔滨召开，我们通过共同的朋友申铁龙的介绍而结识。我们两人为同龄人，均出生于虽然地处偏僻但却文化气息浓重的小城镇（贵州省盘县和黑龙江省宁安县），都毕业于军工院校（西北工业大学和哈尔滨工业大学），并且都与航空航天有缘。共同的背景使我们一见如故，义气投合。谈起鲁棒控制，姚郁提起难以找到合适的教材。当时，多数书籍以理论分析为主，在如何应用鲁棒控制方面解释得不够系统。基于这种认识，我们决定合作写作一本适用于研究生教学的鲁棒控制专著。

我们制定的目标是，要全面系统地总结鲁棒控制的主要方法。为了达到这一目标，我们的写法是以控制系统集合这一鲁棒控制的思想为中心，将各种方法按照系统集合的特性分门别类整理，理清思路。历时六年，本书终于脱稿了。这使我们如释重负。希望诸位读者会喜欢这本书，并能够从中受益。如果能够做到这一点，则我们不胜欣慰。

值此搁笔之际，我们感谢千辛万苦把我们培养成人的慈父慈母。在每月只有四五十元工资的 80 年代，供孩子上大学不是一件容易的事情。我们有幸分别师事于两位名师：王子才院士，以及英年早逝的美多勉教授。这两位导师把我们带入了控制之路，以身作则地教导我们学无止境，要坚持不懈，在此深深致谢。此外，除了众多的原著文献之外，本书主要参考了 Stephen Boyd 教授（凸分析）和周克敏教授（小增益方法）的著作，谨此申明并致谢。本书写作中得到贺风华博士和杨宝庆博士在纠错、部分数值仿真计算以及 TeX 编辑方面的大力帮助，特此致谢。

21 世纪是一个天翻地覆的时代，世界财富正在从西方向东方转移。然而，真正实现东方文明的复兴，还需要在文化、艺术、科学、技术等领域全面地创新并超越西方。任重道远，需要几代人的不懈努力。诚如孙中山先生所言：革命尚未成功，同志仍需努力！我们愿以此和各位读者共勉。

刘康志，姚 郁

2012 年 4 月

记 号 表

本书所用记号列表如下:

$:=$	定义
\Leftrightarrow	等价于
\in	属于
\forall	对任意
\subset	包含
\emptyset	空集
δ_{ij}	Dirac 指数, 满足 $\delta_{ii} = 1, \delta_{ij} = 0 (i \neq j)$
\mathbb{R}	实数集合
\mathbb{C}	复数集合
\mathbb{R}^n	n 维实数向量空间
\mathbb{C}^n	n 维复数向量空间
$\mathbb{R}^{m \times p}$	m 行 p 列实数矩阵的集合
$\mathbb{C}^{m \times p}$	m 行 p 列复数矩阵的集合
\mathbb{F}	在叙述对实数和复数都成立的结论时, 使用 \mathbb{F} 表示二者。
sup	上确界 (即最小上界), 在工程上可看做最大值 max
inf	下确界 (即最大下界), 可看做最小值 min
\max_i	关于所有变量 i 的最大值
\bar{x}	复数 $x = a + jb$ 的共轭值, 即 $\bar{x} = a - jb$
$\Re(x), \Im(x)$	复数 x 的实部和虚部
$\arg(x)$	复数 x 的相位角
$\hat{u}(s) = \mathcal{L}[u(t)]$	时间函数 $u(t)$ 的 Laplace 变换
$\hat{u}(j\omega) = \mathcal{F}[u(t)]$	时间函数 $u(t)$ 的 Fourier 变换
$\dot{u}(t), \ddot{u}(t)$	$u(t)$ 关于时间 t 的一阶导数和二阶导数
$A = (a_{ij})$	i 行 j 列的元素为 a_{ij} 的矩阵
X^*	复数矩阵 X 的共轭转置 \bar{X}^T
$\text{He}(X)$	$\text{He}(X) = X + X^*$
$F^\sim(s)$	$F^\sim(s) = F^T(-s)$
$\text{diag}(a_1, \dots, a_n)$	以 a_i 为对角元素的对角阵
$\det(A)$	方阵 A 的行列式

$\lambda_i(A)$	方阵 A 的第 i 个特征值
$\sigma(A)$	方阵 A 的特征值集合 $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$
$\rho(A)$	方阵 A 的频谱半径 $\max_i \lambda_i(A) $
$\sigma_i(A)$	矩阵 A 的第 i 个奇异值, 注意不要与特征值集合 $\sigma(A)$ 混淆
$\text{rank}(A)$	矩阵 A 的秩
A_{\perp}	矩阵 A 的直交阵, 即满足 $AU = 0$ 的矩阵 U 中含最大秩的矩阵
$\text{Tr}(A)$	方阵 $A = (a_{ij}) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 的迹, 即其对角元素之和 $\sum_{i=1}^n a_{ii}$
$\text{Im}A$	矩阵 (映射) A 的映像, $\text{Im}A = \{y \in \mathbb{C}^n \mid y = Ax, x \in \mathbb{C}^m\}$
$\text{Ker}A$	矩阵 (映射) A 的零空间, $\text{Ker}A = \{x \mid Ax = 0, x \in \mathbb{C}^n\}$
$A \otimes B$	Kronecker 乘积
$A \oplus B$	Kronecker 和
$\text{vec}(A)$	将矩阵 A 的列从第一列开始顺次排列而形成的向量
A^{\dagger}	矩阵 A 的伪逆矩阵
$A > 0$ (≥ 0)	正定阵 (半正定阵)
$\ x\ $	向量 x 的范数
$\ A\ $	矩阵 A 的范数
$\langle u, v \rangle$	向量 u, v 之间的内积
$\langle A, B \rangle$	矩阵 A, B 之间的内积
$\text{span}\{u_1, \dots, u_k\}$	向量集合 u_1, \dots, u_k 所张成的空间
$\text{conv}C$	集合 C 的凸包
$x < y$	向量 x, y 的不等式, 各元素之间满足 $x_i < y_i$ 的关系
$\frac{\partial f(x)}{\partial x}$	函数 $f(x)$ 的一阶偏导, 其转置等于 $f(x)$ 的斜率 $\nabla f(x)$
$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$	函数 $f(x)$ 的二阶偏导, 其转置等于 $f(x)$ 的 Hessian 阵 $\nabla^2 f(x)$
$\mathcal{F}_l(M, X)$	(下) 线性分式变换
$\mathcal{F}_u(M, X)$	(上) 线性分式变换
$f_1(t) * f_2(t)$	卷积
$\text{dom}f$	函数 f 的定义域
$f'(x)$	函数 $f(x)$ 的导数
$\text{Res}_{s_i} \hat{f}(s)$	复变函数 $\hat{f}(s)$ 在点 s_i 上的留数

目 录

编者的话

前言

记号表

第 1 章 绪论	1
1.1 鲁棒控制的工程背景	1
1.2 鲁棒控制的方法论	5
1.2.1 小增益方法	5
1.2.2 正实方法	6
1.2.3 Lyapunov 方法	6
1.2.4 鲁棒极点区域配置	7
1.2.5 增益规划	7
1.3 本书的内容和特点	8
1.4 鲁棒控制小史	9
第 2 章 线性代数基础	11
2.1 迹、行列式、逆矩阵和分块矩阵	11
2.2 矩阵的基本初等变换及其矩阵表示	13
2.3 线性向量空间	15
2.3.1 线性独立性	16
2.3.2 维数与基底	17
2.3.3 坐标变换	19
2.4 向量的范数和内积	20
2.4.1 向量的范数	20
2.4.2 向量的内积	21
2.5 线性子空间	23
2.5.1 子空间	23
2.5.2 正交基底与 Gram-Schmidt 正交化方法	24
2.5.3 直交互补空间	27
2.6 矩阵和线性映射	28
2.6.1 映像和零空间	28
2.6.2 线性映射矩阵表示的基底依赖性和矩阵的相似变换	30

2.6.3	矩阵的秩	32
2.6.4	线性代数方程	33
2.7	特征值和特征向量	35
2.8	不变子空间	37
2.8.1	限制映射于不变子空间	39
2.8.2	\mathbb{R}^n 上的不变子空间	39
2.8.3	埃尔米特阵/对称阵的对角化	42
2.8.4	斜对称阵的方块对角化	43
2.9	伪逆矩阵和线性矩阵方程	44
2.10	二次型与正定阵	45
2.10.1	二次型与能量函数	45
2.10.2	正定阵与半正定阵	46
2.11	矩阵的范数和内积	49
2.11.1	矩阵的范数	49
2.11.2	矩阵的内积	51
2.12	奇异值与奇异值分解	51
2.13	向量和矩阵的微积分	55
2.13.1	自变量为标量的时候	55
2.13.2	自变量为向量或矩阵的时候	56
2.14	Kronecker 乘积	57
2.15	函数的范数和内积	58
2.15.1	信号的范数	58
2.15.2	信号的内积	60
2.15.3	信号在频域的范数和内积	61
2.15.4	信号 2 范数和内积的计算	61
2.15.5	系统的范数	63
2.15.6	系统的内积	65
2.16	习题	65
第 3 章	凸分析和 LMI 的基础	69
3.1	凸集与凸函数	69
3.1.1	仿射集合、凸集和圆锥	69
3.1.2	超平面、半空间、椭圆体和多面体	72
3.1.3	分离超平面、对偶问题与支持超平面	76
3.1.4	仿射函数	80
3.1.5	凸函数	81

3.2	LMI 入门	85
3.2.1	控制问题与 LMI	85
3.2.2	典型的 LMI 问题	86
3.2.3	从 BMI 到 LMI: 消元法	87
3.2.4	从 BMI 到 LMI: 换元法	92
3.3	椭圆法*	94
3.4	内点法*	98
3.4.1	LMI 的解析中心	98
3.4.2	基于中心路径的内点法	99
3.5	习题	100
第 4 章	线性系统的基础	102
4.1	动态系统的结构性性质	102
4.1.1	线性系统的表达方法	102
4.1.2	对偶系统	103
4.1.3	可控性和可观性	104
4.1.4	状态实现和相似变换	106
4.1.5	极点和零点	107
4.1.6	逆系统	114
4.1.7	系统的联接	115
4.2	稳定性	117
4.2.1	输入输出稳定性	117
4.2.2	内部稳定性	120
4.2.3	零极点相消	123
4.2.4	可稳性和可检性	124
4.3	Lyapunov 方程	125
4.3.1	可控性 Gram 矩阵与可观性 Gram 矩阵	128
4.3.2	平衡实现	130
4.4	线性分式变换	132
4.5	习题	134
第 5 章	系统的控制性能	136
5.1	测试信号	136
5.1.1	参考输入信号	136
5.1.2	持续干扰	138
5.1.3	测试信号的特征	138
5.2	稳态响应	138

5.2.1	关于闭环传递函数的分析	138
5.2.2	参考输入跟踪	140
5.2.3	干扰抑制	144
5.3	过渡响应	146
5.3.1	评价准则	146
5.3.2	基准二阶系统	147
5.3.3	附加零极点的影响	150
5.3.4	最大超调量与逆超调	152
5.3.5	带宽与快速响应	155
5.4	开环控制与闭环控制的性能比较	156
5.4.1	参考输入跟踪	156
5.4.2	模型不确定性存在时的情形	157
5.4.3	干扰抑制	159
5.5	习题	161
第 6 章	线性系统的镇定	163
6.1	状态反馈	163
6.1.1	可控标准型与可观标准型	165
6.1.2	单输入系统的极点配置	169
6.1.3	多输入系统的极点配置*	171
6.1.4	极点选择的原则	174
6.2	观测器	176
6.2.1	全阶观测器	176
6.2.2	最低阶观测器	177
6.3	合并系统及分离原理	182
6.3.1	使用全阶观测器的情况	182
6.3.2	使用最低阶观测器的情况	183
6.4	习题	185
第 7 章	镇定控制器的参数化	188
7.1	广义反馈控制系统	188
7.1.1	概念	188
7.1.2	应用举例	190
7.2	镇定控制器的参数化	192
7.2.1	稳定控制对象的情况	193
7.2.2	一般情况	196
7.3	Youla 参数化公式	198

7.4	闭环系统的结构	200
7.4.1	关于控制器参数的仿射结构	201
7.4.2	关于自由参数的仿射结构	202
7.5	2 自由度系统	203
7.5.1	2 自由度系统的结构分析	203
7.5.2	2 自由度控制的实现	206
7.6	习题	208
第 8 章	时域特性与频域特性的关系	211
8.1	Parseval 定理	211
8.1.1	Fourier 变换和逆变换	211
8.1.2	卷积	211
8.1.3	Parseval 定理	212
8.1.4	Parseval 定理的证明	213
8.2	KYP 引理	214
8.2.1	KYP 引理在有界实引理中的应用	215
8.2.2	KYP 引理在正实引理中的应用	217
8.2.3	KYP 引理的证明*	222
8.3	习题	227
第 9 章	代数 Riccati 方程	229
9.1	Riccati 方程的解法	229
9.2	镇定解	233
9.3	有界实引理	237
9.4	内函数	240
9.5	习题	241
第 10 章	反馈控制的性能极限	243
10.1	预备知识	244
10.1.1	Poisson 积分公式	244
10.1.2	全通传递函数和最小相位传递函数	245
10.2	可实现的闭环传递函数的极限	246
10.2.1	插值条件	246
10.2.2	灵敏度函数的分析	247
10.3	积分条件	249
10.3.1	Bode 灵敏度积分条件	249
10.3.2	开环系统不稳定极点与灵敏度极限的关系	251
10.3.3	Bode 相位公式	253

10.4	参考信号跟踪的极限	256
10.4.1	1 自由度控制系统	257
10.4.2	2 自由度控制系统	263
10.5	习题	263
第 11 章	模型不确定性	265
11.1	模型的不确定性	265
11.1.1	鲁棒控制的思想	266
11.1.2	模型不确定性的分类	267
11.2	含动态不确定性的系统集合	268
11.2.1	表达方式	268
11.2.2	不确定性范围的建模	271
11.3	含参数不确定性的系统集合	272
11.3.1	参数向量的多面体集合	274
11.3.2	矩阵多面体和多面体系统	276
11.3.3	范数有界型参数不确定系统	277
11.4	含相位信息的不确定性的系统集合	281
11.5	LPV 模型与非线性系统	282
11.5.1	LPV 模型	282
11.5.2	从非线性系统到 LPV 模型的转换	283
11.6	鲁棒稳定性及鲁棒性能的概念	286
11.7	习题	286
第 12 章	鲁棒控制分析 1: 小增益原理	289
12.1	小增益定理	289
12.2	鲁棒稳定条件	293
12.3	\mathcal{H}_∞ 标称性能条件和鲁棒稳定条件的等价性	294
12.4	鲁棒性能分析	295
12.4.1	鲁棒性能的充分条件	296
12.4.2	导入定标	298
12.5	范数有界型参数不确定系统的稳定半径	299
12.6	习题	300
第 13 章	鲁棒控制分析 2: Lyapunov 方法	304
13.1	Lyapunov 稳定理论概要	304
13.1.1	渐近稳定的条件	305
13.1.2	状态收敛速度的条件	306
13.2	二次稳定性	306

13.2.1	二次稳定性的条件	307
13.2.2	多面体系统的二次稳定条件	307
13.2.3	范数有界型参数不确定系统的二次稳定条件	310
13.3	Lur'e 系统	312
13.3.1	圆盘定理	316
13.3.2	Popov 条件	319
13.4	无源系统	323
13.5	习题	326
第 14 章	鲁棒控制分析 3: IQC 方法	327
14.1	IQC 的概念	327
14.2	IQC 定理	328
14.3	IQC 的应用例子	330
14.4	IQC 定理的证明*	334
第 15 章	\mathcal{H}_2 控制	337
15.1	传递函数的 \mathcal{H}_2 范数	337
15.1.1	与输入输出之间的关系	337
15.1.2	加权函数与干扰及噪声动态特性的关系	339
15.1.3	计算方法	340
15.1.4	$\ G\ _2 < \gamma$ 的条件	342
15.2	\mathcal{H}_2 控制问题	343
15.3	非奇异 \mathcal{H}_2 控制问题的解	345
15.4	非奇异解的证明	346
15.4.1	准备工作	346
15.4.2	非奇异解的证明	348
15.5	奇异 \mathcal{H}_2 控制	349
15.6	习题	351
第 16 章	\mathcal{H}_∞ 控制	352
16.1	控制问题和 \mathcal{H}_∞ 范数	352
16.1.1	传递矩阵 \mathcal{H}_∞ 范数和输入输出的关系	352
16.1.2	干扰控制与加权函数	352
16.2	\mathcal{H}_∞ 控制问题	354
16.3	Riccati 方程解法	354
16.3.1	可解条件	355
16.3.2	\mathcal{H}_∞ 控制器的公式	356
16.3.3	非奇异条件不成立时的解决办法	357

16.4	LMI 解法 1: 消元法	359
16.4.1	LMI 解的证明	360
16.4.2	控制器的计算	361
16.5	LMI 解法 2: 换元法	361
16.6	如何设计广义控制对象和加权函数	362
16.6.1	选择广义控制对象的原则	362
16.6.2	加权函数的选择方法	364
16.7	设计实例	365
16.8	带定标的 \mathcal{H}_∞ 控制	367
16.9	习题	369
第 17 章	μ 设计法	371
17.1	为何导入 μ	371
17.1.1	含多个不确定性的鲁棒控制问题	371
17.1.2	鲁棒性能问题	374
17.2	μ 的定义及其意义	374
17.3	μ 的性质	375
17.3.1	特例	376
17.3.2	$\mu_\Delta(M)$ 的上界和下界	376
17.4	鲁棒 \mathcal{H}_∞ 性能的充要条件	378
17.5	D-K 迭代设计方法	379
17.5.1	关于最大奇异值的最小化问题的凸性	380
17.5.2	D-K 迭代设计的程序	380
17.6	参数不确定性的分离法	382
17.7	设计实例	384
17.8	习题	387
第 18 章	参数不确定系统的鲁棒控制	389
18.1	多面体系统的二次镇定	389
18.1.1	状态反馈	389
18.1.2	输出反馈	390
18.2	范数有界型参数不确定系统的二次镇定	393
18.3	多面体系统的鲁棒 \mathcal{H}_∞ 控制设计	393
18.4	范数有界型参数不确定系统的鲁棒 \mathcal{H}_∞ 控制设计	396
18.5	习题	396
第 19 章	极点的区域配置	397
19.1	凸区域及其特征表达	397