



工业和信息化部普通高等教育“十二五”规划教材立项项目



21 世纪高等院校电气工程与自动化规划教材

21-century institutions of higher learning materials of Electrical Engineering and Automation Planning

Signals and Systems

信号与系统

刘百芬 张利华 主编

甘方成 石晓瑛 袁世英 刘子英 副主编

华东交通大学教材（专著）基金资助项目



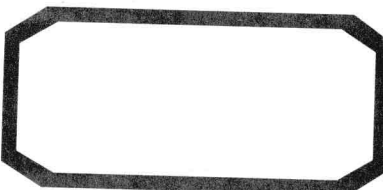
人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



工业和信息化部



21 世纪高
21 century Institute



规划教材立项项目

数字化规划教材
Digital and Automation Planning

Signals and Systems

信号与系统

刘百芬 张利华 主编
甘方成 石晓瑛 袁世英 刘子英 副主编

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统 / 刘百芬, 张利华主编. — 北京: 人民邮电出版社, 2012.6
21世纪高等院校电气工程与自动化规划教材
ISBN 978-7-115-28484-6

I. ①信… II. ①刘… ②张… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第204846号

内 容 提 要

本着易于教学、便于自学的宗旨, 本书深入浅出地介绍了信号与系统分析的基本理论和方法。采用连续和离散并行, 先时域后变换域分析, 从输入/输出描述到状态变量描述的顺序和结构。在内容上注重体现经典与现代的传承、连续与离散的类比、三种变换的逻辑联系, 注重信号与系统理论和方法的具体应用, 并反映信号与系统的新理论和新技术。强调基本理论、基本概念和基本方法, 注重难点和重点的解释与分析。每章配有小结和丰富精炼的例题和习题, 书后附有部分习题参考答案。

本书可作为电子信息、通信、自动控制、电气工程、计算机等专业“信号与系统”课程的本科教材, 也可供从事相关领域工作的教师、科技工作者自学参考使用, 并可作为相关专业“信号与系统”课程的研究生入学考试参考书。

21 世纪高等院校电气工程与自动化规划教材 信号与系统

-
- ◆ 主 编 刘百芬 张利华
 - 副 主 编 甘方成 石晓瑛 袁世英 刘子英
 - 责任编辑 刘 博
 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061 电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
三河市海波印务有限公司印刷
 - ◆ 开本: 787×1092 1/16
印张: 20.25 2012 年 6 月第 1 版
字数: 506 千字 2012 年 6 月河北第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-28484-6

定价: 42.00 元

读者服务热线: (010)67170985 印装质量热线: (010)67129223

反盗版热线: (010)67171154

始于 20 世纪 70 年代的信息技术革命，引领着整个人类社会跨入了信息时代。在理论研究、技术推动和应用需求拉动的交替或共同作用下，作为信息技术主导的电子信息与通信、计算机科学与技术、自动控制得到了不同寻常的飞速发展，让信息技术及相关产业发生了翻天覆地的变化。以新一代互联网、新一代移动通信技术、物联网、云计算为代表的新一轮信息技术革命的浪潮，正在成为全球社会和经济发展的共同关注的重点。同时，信息技术和航空航天、核技术、新材料、新能源的相互渗透，引发了各行各业一次又一次的跨越式发展，信息技术已经成为推动社会向前发展的巨大动力。而信息技术及相关领域和学科的发展，无不渗透着信号与系统的概念和分析方法。因此，作为研究信号与系统分析的基本理论和方法的一门基础课程，“信号与系统”的重要性日益凸显。

本书根据信息技术发展的趋势和应用的需求，立足普通本科院校电气信息类人才培养的要求，依据国内大部分高校和科研院所研究生入学考试“信号与系统”课程的考试内容范围和要求，结合多年教学实践和教学改革成果，以培养学生的学习能力、工程能力和创新能力为出发点，在使用多年讲稿的基础上，精选内容、精心编写、反复修改而成。

本着易于教学、便于自学的宗旨，本书深入浅出地介绍了信号与系统分析的基本理论和方法。全书共分 9 章。针对确定性信号和线性时不变系统，按照“贯穿一条主线、着眼二类系统、学习三种变换、强化二类方法、利用两种途径、培养三种能力”的总思路来安排教学内容。即以信号的各种分解为主线，引出三种变换即傅里叶变换、拉普拉斯变换和 z 变换；进而针对连续时间系统和离散时间系统，研究信号通过线性时不变系统的响应，讨论二类分析方法，即时域分析方法和变换域分析方法；在连续时间信号与系统、离散时间信号与系统的分析中，利用并行安排、归纳类比的途径，注重衔接，突出三种变换、二种分析方法之间的逻辑联系，进而建立起逻辑一致、完整统一的信号与系统分析方法体系；为达到培养学生学习能力、工程能力和创新能力的目的，本书注重理论联系实际，具体领域的应用，系统数学模型的建立、数学模型的求解、结果的物理意义与解释。

全书内容丰富，覆盖面广。配套编制了电子教案、编写了学习指导和习题全解以及相应的实验指导书，为授课教师选用教材、学生自学创造了较好的条件。授课教师可根据专业特点，选取与组合不同章节，构成深度和学时不同的课程。

本书由刘百芬、张利华主编。第 1 章、第 9 章由刘百芬编写，第 3 章、第 4 章由张利华编写，第 2 章由刘子英编写，第 6 章、第 7 章由甘方成、石晓瑛编写，第 5 章、第 8 章由袁世英编写，附录由石晓瑛编写，李房云、肖盛文参与了书稿中第 2 章、第 8 章部分资料的整

2 | 信号与系统

理，全书由张利华统稿。邓洪峰、李忠民、占自才对全书的内容进行了认真的审核，并对本书的编写工作提出了宝贵意见。学校相关部门负责同志、人民邮电出版社刘博编辑对本书编写工作给予许多支持和帮助，华东交通大学教材（专著）基金对本书的出版给予了资助，在此表示衷心的感谢。

本书在编写构思和选材过程中参考了国内外诸多的文献资料，在此向文献资料的作者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限和工作中的疏忽，书中内容组织、结构安排和文字表述难免有不妥甚至是错误之处，敬请广大读者批评指正。

编者

2012年6月

目 录

第 1 章 信号与系统概论 1	2.4.1 冲激响应..... 47
1.1 引言..... 1	2.4.2 阶跃响应..... 49
1.2 信号的概念..... 1	2.5 卷积积分及其应用..... 51
1.2.1 信号的定义与描述..... 1	2.5.1 卷积的计算..... 51
1.2.2 信号的分类..... 2	2.5.2 卷积的性质..... 53
1.3 典型信号及其特性..... 5	2.5.3 卷积分析法..... 57
1.3.1 连续时间信号..... 5	2.6 单位冲激响应表示的系统特性..... 58
1.3.2 离散时间信号..... 14	2.6.1 因果性..... 59
1.4 信号的基本运算..... 16	2.6.2 稳定性..... 59
1.4.1 连续时间信号的基本运算..... 16	2.7 本章小结..... 60
1.4.2 离散时间信号的基本运算..... 18	习题..... 61
1.5 信号的分解..... 20	第 3 章 离散时间系统的时域分析 67
1.5.1 直流分量与交流分量..... 20	3.1 引言..... 67
1.5.2 偶分量与奇分量..... 20	3.2 离散时间系统的描述及响应..... 67
1.5.3 脉冲分量线性组合..... 21	3.2.1 离散时间系统的数学模型..... 67
1.5.4 实部分量与虚部分量..... 22	3.2.2 常系数差分方程的求解..... 69
1.6 系统的概念..... 22	3.3 零输入响应和零状态响应..... 72
1.6.1 系统的定义..... 22	3.3.1 零输入响应..... 72
1.6.2 系统的描述..... 23	3.3.2 零状态响应..... 74
1.6.3 系统的分类..... 24	3.4 单位样值响应和单位阶跃响应..... 76
1.7 信号与系统分析概述..... 28	3.4.1 单位样值响应..... 76
1.8 本章小结..... 29	3.4.2 单位阶跃响应..... 78
习题..... 30	3.5 卷积和及其应用..... 80
第 2 章 连续时间系统的时域分析 35	3.5.1 卷积和的定义..... 81
2.1 引言..... 35	3.5.2 卷积和的性质..... 82
2.2 连续时间系统的描述及响应..... 35	3.5.3 卷积和的计算..... 83
2.2.1 连续时间 LTI 系统的数学模型..... 35	3.5.4 卷积和的分析法..... 88
2.2.2 常系数微分方程的求解..... 36	3.6 单位样值响应表示的系统特性..... 90
2.2.3 初始条件的确定..... 38	3.6.1 因果性..... 90
2.3 零输入响应和零状态响应..... 43	3.6.2 稳定性..... 90
2.3.1 零输入响应..... 43	3.7 本章小结..... 91
2.3.2 零状态响应..... 44	习题..... 91
2.4 冲激响应和阶跃响应..... 46	第 4 章 连续时间信号与系统的频域分析 97
	4.1 引言..... 97

4.2 信号的正交分解	97	5.2.2 离散时间信号的抽样	169
4.2.1 正交矢量	97	5.3 离散非周期信号的频谱——离散	
4.2.2 正交函数集	98	时间傅里叶变换	171
4.2.3 信号的正交分解	99	5.3.1 离散时间傅里叶变换	171
4.3 周期信号的频谱——傅里叶		5.3.2 离散时间傅里叶变换的	
级数	100	性质	173
4.3.1 周期信号的傅里叶级数	100	5.4 离散周期信号的频谱——	
4.3.2 周期信号的频谱	110	离散傅里叶级数	175
4.3.3 常见周期信号的频谱	114	5.4.1 离散傅里叶级数	175
4.4 傅里叶级数的性质	116	5.4.2 离散傅里叶级数的性质	176
4.5 非周期信号的频谱——傅里叶		5.5 离散时间 LTI 系统的频域分析	177
变换	119	5.5.1 离散时间 LTI 系统的频率	
4.5.1 非周期信号的频谱函数	119	响应	177
4.5.2 傅里叶变换存在的条件	122	5.5.2 离散非周期序列通过系统的	
4.5.3 常见非周期信号的频谱	123	频域分析	178
4.6 傅里叶变换的性质	128	5.5.3 离散周期序列通过系统响应的	
4.7 周期信号的傅里叶变换	141	频域分析	179
4.7.1 傅里叶级数与傅里叶变换的		5.6 本章小结	181
关系	141	习题	181
4.7.2 典型周期信号的傅里叶		第 6 章 连续时间信号与系统的复频域	
变换	142	分析	183
4.7.3 一般周期函数的傅里叶		6.1 引言	183
变换	144	6.2 拉普拉斯变换	183
4.8 信号的功率频谱与能量频谱	146	6.2.1 从傅里叶变换到拉普拉斯	
4.8.1 功率频谱	146	变换	183
4.8.2 能量频谱	148	6.2.2 拉普拉斯变换的收敛域	184
4.9 连续时间系统的频域分析	149	6.2.3 常见信号的拉普拉斯变换	185
4.9.1 连续时间系统的频率响应	149	6.3 拉普拉斯变换的性质	187
4.9.2 非周期信号激励下的系统		6.4 拉普拉斯反变换	194
响应	150	6.4.1 部分分式法	194
4.9.3 周期信号激励下的系统		6.4.2 围线积分法	198
响应	151	6.5 连续时间 LTI 系统的复频域	
4.10 本章小结	154	分析	199
习题	155	6.5.1 连续时间 LTI 系统的系统	
第 5 章 离散时间信号与系统的频域		函数	199
分析	163	6.5.2 微分方程的复频域求解	200
5.1 引言	163	6.5.3 电路系统的复频域分析	202
5.2 信号的抽样	163	6.6 连续时间 LTI 系统的系统函数与	
5.2.1 连续时间信号的抽样	163	系统特性	205

6.6.1 系统函数的零极点分布与时域特性	205	8.2 信号的无失真传输	246
6.6.2 系统函数零极点分布与系统稳定性	206	8.2.1 无失真传输的时域条件	246
6.6.3 系统函数零极点分布与频率特性	207	8.2.2 无失真传输的频域条件	247
6.7 连续时间系统的模拟	208	8.3 调制与解调	248
6.7.1 连续系统的连接	208	8.3.1 正弦幅度调制	248
6.7.2 连续系统的模拟	209	8.3.2 正弦幅度解调	249
6.8 本章小结	212	8.4 多路复用	250
习题	212	8.4.1 频分复用	251
第7章 离散时间信号与系统的z域分析	217	8.4.2 时分复用	252
7.1 引言	217	8.5 信号滤波	253
7.2 z变换	217	8.5.1 滤波和滤波器	253
7.2.1 z变换的定义	217	8.5.2 理想滤波器	254
7.2.2 z变换的收敛域	218	8.5.3 模拟滤波器和数字滤波器	256
7.2.3 常见信号的z变换	220	8.6 本章小结	260
7.3 z变换的性质	221	习题	260
7.4 z反变换	226	第9章 系统的状态变量分析	263
7.4.1 幂级数展开法	226	9.1 引言	263
7.4.2 部分分式法	227	9.2 系统的状态变量和状态方程	263
7.5 离散时间系统的z域分析	230	9.2.1 系统状态描述的基本概念	263
7.5.1 离散时间系统的系统函数	230	9.2.2 动态方程的一般形式	265
7.5.2 差分方程的z域求解	231	9.3 状态方程的建立	266
7.6 离散时间系统的系统函数与系统特性	232	9.3.1 连续时间系统状态方程的建立	266
7.6.1 系统函数零极点分布与时域特性	232	9.3.2 离散时间系统状态方程的建立	268
7.6.2 系统函数零极点分布与系统稳定性	233	9.4 连续时间系统状态方程的求解	270
7.6.3 系统函数零极点分布与频率特性	234	9.4.1 连续时间系统状态方程的时间域求解	271
7.7 离散时间系统的模拟	235	9.4.2 连续时间系统状态方程的s域求解	273
7.7.1 离散时间系统的连接	235	9.5 离散时间系统状态方程的求解	276
7.7.2 离散时间系统的模拟	236	9.5.1 离散时间系统状态方程的时间域求解	276
7.8 本章小结	240	9.5.2 离散时间系统状态方程的z域求解	278
习题	241	9.6 系统的可控性与可观测性	280
第8章 信号与系统理论的应用	246	9.6.1 系统的可控性	280
8.1 引言	246	9.6.2 系统的可观测性	282
		9.6.3 单输入单输出系统可控与可观测性的约当规范型判据	283

9.7 本章小结.....	285	附录 C 常见信号的拉普拉斯变换.....	294
习题	285	附录 D 常见序列的 z 变换.....	295
附录 A 常见信号的卷积	289	部分习题答案.....	296
附录 B 常见非周期信号的傅里叶 变换.....	290	参考文献.....	314

1.1 引言

信号与系统理论的应用非常广泛，几乎进入了所有的科学和技术领域，例如控制工程、信息与通信工程、电气工程、计算机科学与技术、生物工程及航空航天工程等。本章主要介绍信号与系统的基本概念和基本特性，是信号与系统理论的基础。

信号一般表现为随时间变化的某种物理量。信号是多种多样的，例如，电话、广播、电视、红绿灯交通信号，或者股票市场的道·琼斯指数等。通常以直接形式表达的内容称为消息，如语言、文字、图像等。消息中有意义的内容称为信息。信号是消息的表现形式与传送载体，而消息则是信号的具体内容。在各种信号中，电信号是应用最广的物理量。电信号不仅易于产生、传输和处理，而且，许多非电信号也容易转换成电信号。因此，研究电信号具有重要意义。本课程主要讨论电信号，它通常表现为随时间变化的电压或电流。

信号的产生、传输及处理都需要一定的物理装置，这种装置通常就称为系统。系统是一个非常广泛的概念，从一般意义上讲，系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体，如通信系统、控制系统、经济系统、生态系统等。因此，系统是能将一组信号处理为另一组信号的实体。当一个或多个激励信号作用到系统的输入端时，就会在系统的输出端产生一个或多个响应信号。

本课程主要讨论物理系统，特别是电系统。因为电系统在科学技术领域中具有重要地位。

1.2 信号的概念

1.2.1 信号的定义与描述

信号是消息的表现形式，消息则是信号的具体内容。很久以来，人们曾寻求各种方法以实现信号的传输，如我国古代利用烽火传送边疆警报，希腊人以火炬的位置表示字母符号，以后又出现了信鸽、旗语、驿站等传送消息的方法。然而，这些方法无论在距离、速度或可靠性与有效性方面都存在明显的问题。19世纪初，人们开始研究如何利用电信号传

送消息。1837年，莫尔斯发明了电报，他用点、划、空适当组合的代码表示字母和数字，这种代码称为莫尔斯电码。1876年贝尔发明了电话，直接将声信号转变为电信号沿导线传送。19世纪末，人们又致力于研究用电磁波传送无线电信号。1901年马可尼成功地实现了横渡大西洋的无线电通信。从此，传输电信号的通信方式得到广泛应用和迅速发展。如今，无线电信号的传输不仅能够飞越高山、海洋，而且可以遍及全球并通向宇宙。例如，以卫星通信技术为基础构成的“全球定位系统”可以利用无线电信号的传输，测定地球表面和周围空间任意目标的位置，其精度可达数十米之内。人们利用手持通信机，以个人相应的电话号码呼叫或被呼叫，进行语音、图像、数据等各种信号的传输。

必须指出，现代通信系统的通信方式往往不是任意两点之间信号的直接传输，而是要利用某些集中转接设施组成复杂的信息网络，经所谓的“交换”功能以实现任意两点之间的信号传输。现代信息网络技术，如互联网、无线移动通信网络等的发展已为上述目标的实现奠定了基础。

随着信号传输、信号交换理论与应用的发展，同时出现了所谓“信号处理”的新课题。信号处理是对信号进行某种加工或变换。加工或变换的目的是削弱信号中的多余内容，滤除混杂的噪声和干扰，或者是将信号变换成容易分析与识别的形式，便于估计和选择它的特征参量。20世纪80年代以来，由于高速数字计算机的运用，大大促进了信号处理研究的发展，使信号处理的应用遍及许多科学技术领域。例如，从月球探测器发来的电视信号可能被淹没在噪声之中，利用信号处理技术就能予以增强，在地球上得到清晰的图像。石油勘探、地震测量以及核试验监测中所得数据的分析都依赖于信号处理技术的应用。此外，在心电图、脑电图分析、语音识别与合成、图像数据压缩、工业生产自动控制以及经济形势预测等科学技术领域中都广泛采用信号处理技术。

信号传输、信号交换和信号处理密切联系，又各自形成了相对独立的学科体系。它们共同的理论基础之一就是研究信号的基本性能，包括信号的描述、分解、变换、检测、特征提取、传输以及为适应指定要求而进行的信号处理。

1.2.2 信号的分类

信号的分类方法很多，可从不同角度进行分类。下面介绍几种常见的信号分类方法。

1. 确定信号与随机信号

根据信号的确定性划分，信号可分为确定信号和随机信号。确定信号是指以确定的时间函数（或序列）表示的信号，又称规则信号。这种信号在定义域内的任意时刻都有确定的函数值，例如正弦信号。随机信号也称不确定信号，它不是时间的确定函数，在定义域内的任意时刻没有确定的函数值。如语音信号、雷电干扰信号等。对于随机信号，不能给出确切的时间函数，只可能知道它的统计特性，如在某时刻取某一数值的概率。确定信号与随机信号有着密切的联系，在一定条件下，随机信号也会表现出某种确定性，例如乐音表现为某种周期性变化的波形，电码可描述为具有某种规律的脉冲波形等。本课程只讨论确定信号。

2. 连续时间信号与离散时间信号

根据信号自变量取值的连续性划分，信号可分为连续时间信号与离散时间信号。连续时间信号指的是在信号的定义域内，除若干不连续点之外，任意时间值都有确定的函数值。例如正弦波或图 1.1 所示的矩形脉冲都是连续信号。

离散时间信号指信号的定义域为一些离散时刻点,在这些离散时刻点之外无定义。如图 1.2 所示,只有当 n 为整数时, $x(n)$ 才有一定数值,当 n 为非整数时, $x(n)$ 没有定义。

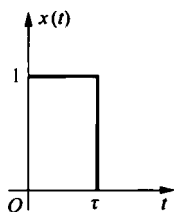


图 1.1 矩形脉冲

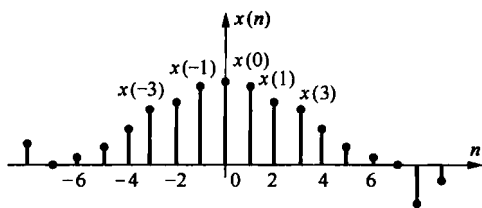


图 1.2 离散时间信号

连续时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散(量化)的。时间和幅值都为连续的信号又称为模拟信号。离散时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。幅值连续的离散信号称为抽样信号,时间与幅度均离散(量化)的信号称为数字信号。

3. 周期性信号与非周期性信号

根据信号的周期性划分,确定信号可以分为周期信号与非周期信号。周期信号是指在区间 $(-\infty \sim +\infty)$ 上,每隔一个固定的时间间隔,其波形重复变化的信号。连续周期信号和离散周期信号的表示式分别为

$$x(t) = x(t + kT), k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (1.1)$$

$$x(n) = x(n + kN), k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (n \text{ 为整数, } N \text{ 为正整数}) \quad (1.2)$$

满足此关系式的最小 T (或 N) 值称为周期信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程,便可确知它在任一时刻的数值。非周期信号就是不具有重复性的信号。若令周期信号的周期 T (或 N) 趋于无限大,则成为非周期信号。

例 1.1 判断离散序列 $x(n) = \cos(n/2)$ 是否是周期信号。

解:由周期序列的定义,如果 $x(n)$ 是周期序列,则 $\cos\left[\frac{1}{2}(n+N)\right] = \cos\left(\frac{n}{2}\right)$, 必须有整数 N , k 满足 $\frac{1}{2}N = 2\pi k$, 显然,这样的整数不存在。因此, $x(n) = \cos\left(\frac{n}{2}\right)$ 不是周期序列。

4. 能量信号与功率信号

根据信号的能量和功率是否有限的特点,信号可分为能量信号和功率信号。

如果把信号 $x(t)$ 看作是随时间变化的电压或电流,则当信号 $x(t)$ 通过 1Ω 的电阻两端时,提供给该电阻的瞬时功率为 $|x(t)|^2$, 其在 $(-\tau/2, \tau/2)$ 时间间隔内所消耗的能量为 $\int_{-\tau/2}^{\tau/2} |x(t)|^2 dt$,

把该能量对时间区间取平均值,即得信号在该区间内的平均功率为 $\frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} |x(t)|^2 dt$ 。进一步把时间区间拓展到无限区间 $(-\infty, \infty)$, 对于连续时间信号 $x(t)$, 定义其能量为在该区间的平均能量,即

$$E = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1.3)$$

定义其功率为在该区间的平均功率,即

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (1.4)$$

对于离散时间信号，其能量 E 与功率 P 的定义分别为

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (1.5)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (1.6)$$

若在无限大时间区间内，信号 $x(t)$ 的能量为非零的有限值，且其功率为零，即 $0 < E < \infty$ ， $P = 0$ ，则该信号为能量信号；若信号 $x(t)$ 的能量为无限值，且其功率为非零的有限值，即 $E \rightarrow \infty$ ， $0 < P < \infty$ ，则该信号为功率信号。

例 1.2 判断下列信号哪些是能量信号，哪些是功率信号，或者都不是。

$$(1) x_1(t) = 5 \sin(2t); \quad (2) x_2(t) = e^{-2t}; \quad (3) x_3(n) = 3, n \geq 0; \quad (4) x_4(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n.$$

解：(1) $x_1(t) = 5 \sin(2t)$ 是周期为 π 的周期信号，功率为

$$P_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} |x_1(t)|^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} |5 \sin(2t)|^2 dt = 12.5 < \infty$$

由于周期信号有无限个周期，所以其能量为无限值，即

$$E_1 = \lim_{k \rightarrow \infty} kP_1 \rightarrow \infty$$

所以信号为功率信号。

(2) $x_2(t) = e^{-2t}$ 的能量为

$$E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} |x_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T |x_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} -\frac{1}{4}(e^{-4T} - 1) = \frac{1}{4}$$

功率为

$$P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |e^{-2t}|^2 dt = 0$$

所以信号是能量信号。

(3) $x_3(n) = 3, n \geq 0$ 的能量为

$$E_3 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_3(n)|^2 = \infty$$

功率为

$$P_3 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x_3(n)|^2 = 9$$

所以信号是功率信号。

(4) $x_4(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ 的能量为

$$E_4 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_4(n)|^2 = \infty$$

功率为

$$P_4 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x_4(n)|^2 = \infty$$

因此信号既不是功率信号，也不是能量信号。

一个信号不可能既是能量信号又是功率信号，但却有少量信号既不是能量信号也不是功率信号。周期信号和直流信号都是功率信号。

5. 因果信号和非因果信号

对于连续时间信号 $x(t)$ ，如果在 $t \in [0, \infty)$ 内取非零值，而在 $t \in (-\infty, 0)$ 内均为零，则称 $x(t)$ 为因果信号。

反之，如果在 $t \in [0, \infty)$ 内均为零，而在 $t \in (-\infty, 0)$ 内取非零值，则称 $x(t)$ 为非因果信号或反因果信号。

同理，对于离散信号 $x(n)$ ，也有因果序列、非因果序列之分。

除以上分类方式之外，还可将信号分为一维信号和多维信号、调制信号、载波信号和已调信号等。

1.3 典型信号及其特性

1.3.1 连续时间信号

在连续时间信号的分析中，常见的绝大部分信号都可以用基本信号及它们的变化形式来表示。正因为如此，基本信号的分析是信号与系统分析的基础。基本信号可分为两类，一类称为普通信号，是指信号本身及其微分和积分都连续的信号；另一类称为奇异信号，是指信号本身或其微分或其积分不连续的信号。对奇异信号的定义和运算已超出了常规函数的范畴，而且不能按照通常意义去理解。

下面给出了一些典型连续时间信号的表达式和波形。其中 1~5 为典型普通信号，6~9 为奇异信号。

1. 指数信号

指数信号的数学表示式为

$$x(t) = Ke^{at} \quad (1.7)$$

式中 K 和 a 是实数。若 $a > 0$ ，信号将随时间而增长；若 $a < 0$ ，信号则随时间而衰减；在 $a = 0$ 的特殊情况下，信号不随时间而变化，成为直流信号。通常，把 $|a|$ 的倒数称为指数信号的时间常数，记作 τ ，即 $\tau = 1/|a|$ ， τ 越大，指数信号增长或衰减的速率越慢。常数 K 表示指数信号在 $t = 0$ 时的初始值。指数信号的波形如图 1.3 所示。

实际上，遇到较多的是单边指数衰减信号，图 1.4 所示单边指数衰减信号的数学表达式为

$$x(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{\tau}}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

在 $t = 0$ 点， $x(0) = 1$ ，在 $t = \tau$ 处， $x(\tau) = 1/e = 0.368$ 。也就是说，经过时间 τ ，信号衰减到原初始值的 36.8%。

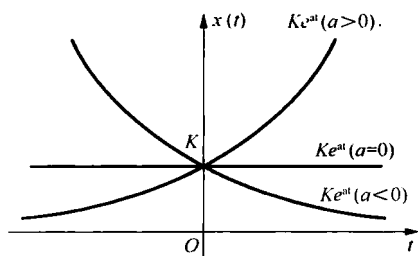


图 1.3 指数信号

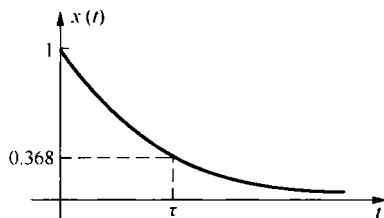


图 1.4 单边指数衰减信号

2. 正弦信号和虚指数信号

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差 $\pi/2$ ，通常统称为正弦信号，一般写作

$$x(t) = K \sin(\omega t + \theta) \quad (1.8)$$

式中 K 为振幅， ω 是角频率， θ 称为初相位。其波形如图 1.5 所示。

在信号与系统分析中，有时要遇到衰减的正弦信号。如图 1.6 所示，该正弦信号的幅度按指数规律衰减，其表示式为

$$x(t) = \begin{cases} Ke^{-\alpha t} \sin(\omega t), & t \geq 0 \quad \alpha > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

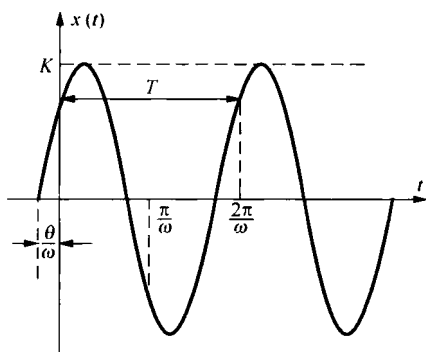


图 1.5 正弦信号

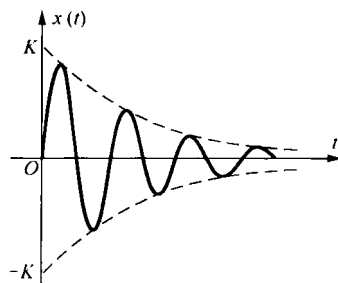


图 1.6 指数衰减的正弦信号

虚指数信号的数学表达式为

$$x(t) = e^{j\omega t} \quad (1.9)$$

式中 t 为实数。该信号的一个重要特性就是它具有周期性。

正弦信号和余弦信号常借助虚指数信号来表示。由欧拉公式可知

$$\sin(\omega t) = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (1.10)$$

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1.11)$$

3. 复指数信号

如果指数信号的指数因子为一复数，则称之为复指数信号，其数学表示式为

$$x(t) = Ke^{st} \quad (1.12)$$

其中 $s = \sigma + j\omega$, 系数 K 为实数。借助欧拉公式将式 (1.12) 展开, 可得

$$Ke^{st} = Ke^{(\sigma + j\omega)t} = Ke^{\sigma t} \cos(\omega t) + jKe^{\sigma t} \sin(\omega t) \quad (1.13)$$

此结果表明, 一个复指数信号可分解为实部和虚部。其中, 实部包含余弦信号, 虚部则为正弦信号。指数因子实部 σ 表征了正弦与余弦函数振幅随时间变化的情况。若 $\sigma > 0$, 正弦、余弦信号是增幅振荡信号; 若 $\sigma < 0$, 正弦、余弦信号是衰减振荡信号。指数因子的虚部 ω 则表示正弦与余弦信号的角频率。当 $\sigma = 0$, 即 s 为虚数, 则正弦、余弦信号是等幅振荡; 而当 $\omega = 0$, 即 s 为实数, 则复指数信号成为一般的指数信号; 最后, 若 $\sigma = 0$ 且 $\omega = 0$, 即 s 等于零, 则复指数信号的实部和虚部都与时间无关, 成为直流信号。

利用 s 取值的不同, 复指数信号可以描述各种基本信号, 如直流信号、指数信号、正弦或余弦信号以及增长或衰减的正弦与余弦信号。有兴趣的读者可以自己分析。利用复指数信号可使许多运算和分析得以简化。

4. 抽样函数

抽样函数是指 sint 与 t 之比构成的函数, 它的定义如下

$$Sa(t) = \frac{\text{sint}}{t} \quad (1.14)$$

抽样函数的波形如图 1.7 所示。它是一个偶函数, 在 t 的正、负两方向振幅都逐渐衰减, 当 $t = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \dots, \pm n\pi$ 时, 函数值等于零。

$Sa(t)$ 函数具有以下性质,

$$\int_0^{\infty} Sa(t) dt = \frac{\pi}{2} \quad (1.15)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa(t) dt = \pi \quad (1.16)$$

与 $Sa(t)$ 函数类似的是 $\text{sinc}(t)$ 函数, 它的表示式为

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \quad (1.17)$$

5. 钟形信号

钟形信号又称钟形脉冲信号或高斯信号, 其定义式为

$$x(t) = Ee^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \quad (1.18)$$

式中, E, τ 为常数。其波形如图 1.8 所示。令 $t = \frac{\tau}{2}$ 代入函数式求的 $x\left(\frac{\tau}{2}\right) = Ee^{-\frac{1}{4}} \approx 0.78E$ 。

这表明, 函数式中的参数 τ 是当 $x(t)$ 由最大值 E 下降为 $0.78E$ 时, 所占据的时间宽度。钟形信号在随机信号分析中占有重要地位。

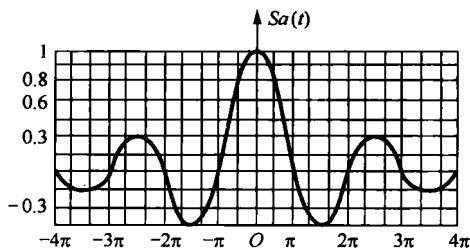


图 1.7 $sa(t)$ 函数

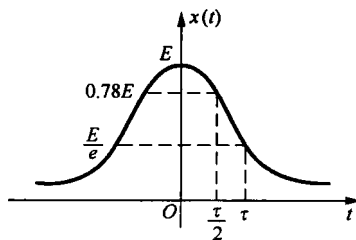


图 1.8 钟形信号

6. 单位斜变信号

斜变信号也称斜坡信号或斜升信号，是指从某一时刻开始随时间正比例增长的信号。如果增长的变化率是 1，就称作单位斜变信号，其波形如图 1.9 所示，数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

如果将起始点移至 t_0 ，则对应的单位斜变信号的波形如图 1.10 所示，相应的数学表达式为

$$x(t-t_0) = \begin{cases} t-t_0, & t \geq t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases} \quad (1.20)$$

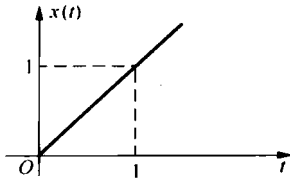


图 1.9 单位斜变信号

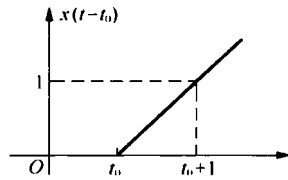


图 1.10 延迟斜变信号

7. 单位阶跃信号

单位阶跃信号的波形如图 1.11 (a) 所示，其数学表达式为

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1.21)$$

在跳变点 $t=0$ 处，函数值未定义。有时为了描述的方便令 $u(0)=1/2$ ，但这只是为了便于理解，并不是 $u(t)$ 的定义。

容易证明，单位斜变函数与单位阶跃函数互为积分和微分的关系，即

$$\frac{dr(t)}{dt} = u(t) \quad (1.22)$$

$$r(t) = \int u(\tau) d\tau \quad (1.23)$$

单位阶跃函数的物理意义是，在 $t=0$ 时刻对某一电路接入单位电源（可以是直流电压源或直流电流源），并且无限持续下去。图 1.11 (b) 给出了接入 1V 直流电压源的情况，在接入端口处电压为阶跃信号 $u(t)$ 。

如果接入电源时间延时到 $t=t_0$ 时刻 ($t_0 > 0$)，则对应的单位阶跃函数称为延时单位阶跃函数，其波形如图 1.12 所示。相应的数学表达式为

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 1, & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases} \quad (1.24)$$

利用单位阶跃信号可以简化某些时域信号的表示。常利用阶跃信号及其延时信号之差来表示矩形脉冲，有

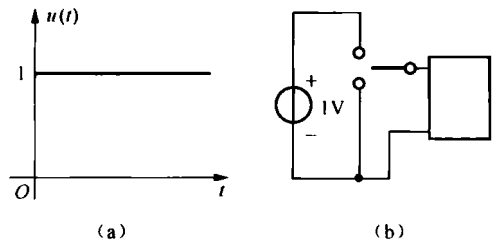


图 1.11 单位阶跃函数