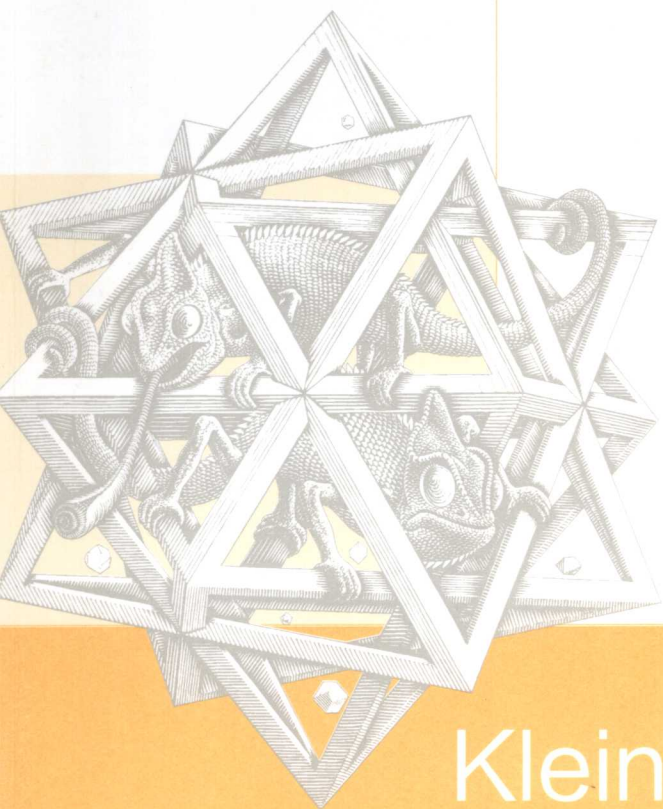


$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Panorama of Mathematics

数 学 概 览



Klein 数学讲座

附季理真代译序

— F. 克莱因 著

— 陈光还 徐 佩 译

Panorama of Mathemat

数 学 概

01-0
122

013031674

KLEIN SHUXUE JIANGZUO

Klein 数学讲座

附季理真代译序

— F. 克莱因 著

— 陈光还 徐 佩 译



北航

C1639925

01-0
122



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

171100610

图书在版编目(CIP)数据

Klein 数学讲座:附季理真代译序 / (德)克莱因
(Klein, F.) 著; 陈光还, 徐佩译. —北京: 高等教育
出版社, 2013. 1

(数学概览)

书名原文: Lectures on Mathematics

ISBN 978-7-04-035167-5

I. ①K… II. ①克… ②陈… ③徐… III. ①数学—
研究 IV. ①O1-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 308503 号

策划编辑 王丽萍
责任校对 殷 然

责任编辑 李 鹏
责任印制 田 甜

封面设计 王凌波

版式设计 马敬茹

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京民族印务有限责任公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 16
字 数 150 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2013 年 1 月第 1 版
印 次 2013 年 1 月第 1 次印刷
定 价 35.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 35167-00

《数学概览》编委会

主编： 严加安 季理真

编委： 丁 玖 李文林

曲安京 王善平

徐 佩 姚一隼

《数学概览》序言

当你使用卫星定位系统 (GPS) 引导汽车在城市中行驶, 或对医院的计算机层析成像深信不疑时, 你是否意识到其中用到什么数学? 当你兴致勃勃地在网上购物时, 你是否意识到是数学保证了网上交易的安全性? 数学从来就没有像现在这样与我们日常生活有如此密切的联系. 的确, 数学无处不在, 但什么是数学, 一个貌似简单的问题, 却不易回答. 伽利略说: “数学是上帝用来描述宇宙的语言.” 伽利略的话并没有解释什么是数学, 但他告诉我们, 解释自然界纷繁复杂的现象就要依赖数学. 因此, 数学是人类文化的重要组成部分, 对数学本身以及对数学在人类文明发展中的角色的理解, 是我们每一个人应该接受的基本教育.

到 19 世纪中叶, 数学已经发展成为一门高深的理论. 如今数学更是一门大学科, 每门子学科又包括很多分支. 例如,

现代几何学就包括解析几何、微分几何、代数几何、射影几何、仿射几何、算术几何、谱几何、非交换几何、双曲几何、辛几何、复几何等众多分支. 老的学科融入新学科, 新理论用来解决老问题. 例如, 经典的费马大定理就是利用现代伽罗瓦表示论和自守形式得以攻破; 拓扑学领域中著名的庞加莱猜想就是用微分几何和硬分析得以证明. 不同学科越来越相互交融, 2010 年国际数学家大会 4 个菲尔兹奖获得者的工作就是明证.

现代数学及其未来是那么神秘, 吸引我们不断地探索. 借用希尔伯特的一句话: “有谁不想揭开数学未来的面纱, 探索新世纪里我们这门科学发展的前景和奥秘呢? 我们下一代的主要数学思潮将追求什么样的特殊目标? 在广阔而丰富的数学思想领域, 新世纪将会带来什么样的新方法和新成就?” 中国有句古话: 老马识途. 为了探索这个复杂而又迷人的神秘数学世界, 我们需要数学大师们的经典论著来指点迷津. 想象一下, 如果有机会倾听像希尔伯特或克莱因这些大师们的报告是多么激动人心的事情. 这样的机会当然不多, 但是我们可以通过阅读数学大师们的高端科普读物来提升自己的数学素养.

作为本丛书的前几卷, 我们精心挑选了一些数学大师写的经典著作. 例如, 希尔伯特的《直观几何》成书于他正给数学建立现代公理化系统的时期; 克莱因的《数学讲座》是他在 19 世纪末访问美国芝加哥世界博览会时在西北大学所做

的系列通俗报告基础上整理而成的, 他的报告与当时的数学前沿密切相关, 对美国数学的发展起了巨大的作用; 李特尔伍德的《数学随笔集》收集了他对数学的精辟见解; 拉普拉斯不仅对天体力学有很大的贡献, 而且还是分析概率论的奠基人, 他的《概率哲学随笔》讲述了他对概率论的哲学思考. 这些著作历久弥新, 写作风格堪称一流. 我们希望这些著作能够传递这样一个重要观点, 良好的表述和沟通在数学上如同在人文学科中一样重要.

数学是一个整体, 数学的各个领域从来就是不可分割的, 我们要以整体的眼光看待数学的各个分支, 这样我们才能更好地理解数学的起源、发展和未来. 除了大师们的经典的数学著作之外, 我们还将有计划地选择在数学重要领域有影响的现代数学专著翻译出版, 希望本译丛能够尽可能覆盖数学的各个领域. 我们选书的唯一标准就是: 该书必须是对一些重要的理论或问题进行深入浅出的讨论, 具有历史价值, 有趣且易懂, 它们应当能够激发读者学习更多的数学.

作为人类文化一部分的数学, 它不仅具有科学性, 并且也具有艺术性. 罗素说: “数学, 如果正确地看, 不但拥有真理, 而且也具有至高无上的美.” 数学家维纳认为“数学是一门精美的艺术”. 数学的美主要在于它的抽象性、简洁性、对称性和雅致性, 数学的美还表现在它内部的和谐和统一. 数学美应该而且能够被我们理解和欣赏. 最基本的数学美是和谐美、对称美和简洁美, 它应该可以而且能够被我们理解和欣赏. 怎么

来培养数学的美感？阅读数学大师们的经典论著和现代数学精品是一个有效途径。我们希望这套数学概览译丛能够成为在我们学习和欣赏数学的旅途中的良师益友。

严加安、季理真
2012 年秋于北京

代译序

Felix Klein: 他的生平和数学

季理真 (赵振江 译)

§1. 引言	ii
§2. 不凡的出生	vi
§3. 教育	vii
§4. 对 Klein 影响最大的三个人	ix
§5. 学术生涯	xii
§6. 教师和教育家	xvii
§7. 对数学的主要贡献	xviii
§8. 埃文斯顿学术报告会演讲和结集的书	xxi
§9. 本书的概述以及如何阅读此书	xxv
§10. Klein 写的其他书	xxxvi
§11. 雄心勃勃的数学百科全书	xxxvii
§12. Klein 的去世和他的坟墓	xxxix

§13. 从 Klein 观点看 1943—1993 年的大数学家和 主要数学结果	xi
--	----

§1. 引言

Felix Klein 是 19 世纪最伟大的数学家之一, 一个伟大的教育家和好的作者, 另外他还是一个天生的领导者. 是他将哥廷根变成世界数学的中心, 他对德国甚至是整个世界的数学有着深远的影响. 他对数学、数学教育以及数学发展高瞻远瞩, 并且以他强有力的性格, 扫去挡在路上的一切障碍, 将自己的想法付之于现实. 他高贵、威严, 甚至独裁, 他是历史上最有王者之气的数学家.^①



Felix Klein 在很多方面都做出了杰出的贡献, 因而被不同方面的人所熟知. 例如, 对在 Lie 理论和几何学领域工作的

^①照片中的 Klein 油画像悬挂于哥廷根大学数学系的学术讨论室内, 而在对面的墙上悬挂着 Hilbert 的油画像. 从某种意义上说, 这两位哥廷根的先辈大师始终注视着在这里的学习、研究数学的后人.

研究人员, Klein 提出的 Erlangen 纲领有着深远影响; 而对研究 Lie 群的离散子群和自守形式数学家来说, Klein 群以及他与 Fricke 合著的论述线性分数变换 (或 Möbius 变换) 和自守形式的经典论著意义非凡; 有不少人欣赏他关于初等数学和数学史的书. 教师们也从 Klein 关于教育的书和观点中获益匪浅. Klein 拥有广博的数学知识, 并且对数学有着敏锐的洞察力, 这都使得他不同寻常. 我们将从不同角度重点讨论最后一点.

就对数学的贡献而言, Klein 可能与哥廷根大学中他的前辈如 Gauss 或 Riemann, 以及他的年轻的同事如 Hilbert 和 Weyl 不在同一个级别上, 但他也实实在在地对数学做出了重要的贡献. 他身上拥有某种比上述所提到的数学家更多的王者之气, 使得他更像一个国王般的数学家. 人们像尊重国王一样尊敬他, 甚至将他敬奉为神. 在某种意义上, Klein 值得如此. 关于 Klein 在哥廷根大学对数学所产生的影响, Weyl 评论道: “Klein 在这里像一尊神一样统治着数学, 但他的如同神一般的权力来自他的人格、他的奉献、他的积极努力工作的力量, 和他摆平事情的能力.”

但国王就是国王, 国王可以固执, 国王的威严使得凡人无法靠近. 知名分析学家 Kurt O. Friedrichs 在他年轻的时候, 1922 年, 访问过 Klein: “我很惊讶, Klein 的优雅和魅力让我倾倒. …… 当所有事情都按照他的方式进行时他会非常有魅力而且颇具君子之风; 但对于任何与他意见相左的人, 他简直就是一个暴君.”

Klein 在他事业的早期对数学做出了重要的原创性贡献。但他的研究不久就中断了, 原因是在 Fuchs 函数和 Riemann 曲面的单值化研究上, 他败在 Poincaré 之下, 这给 Klein 带来极大的挫败感乃至精神崩溃。难能可贵的是, 他在这跌倒了, 但又在别的方面重新站了起来, 很少人能做到这一点。由于他不能继续数学研究了, 他把他的时间和精力投入到数学教育和写作之中, 更为重要的是, 为他人营造并提供一个促人上进的环境, 例如, 他把 Hilbert 引进哥廷根, 并把这座规模不大的大学城变成世界最重要的数学中心, 吸引了来自世界各地的研究人员。19 世纪末, 他在美国的演讲之旅对美国数学的兴起起到了枢要的作用。在这种意义上, Klein 也是一位高贵的数学家而且有持久的影响。

在对数学的探讨上, Klein 强调大的图景以及不同学科之间的联系, 但不太注意细节, 也不重视证实他的看法的工作。例如, 是他提出 Erlangen 纲领, 但之后从没有对它做过任何工作, 是他的朋友 Lie 的努力工作使之成为一个重要的具体纲领。正如 Courant 有次评论说, Klein 倾向于高飞在普通数学家占据的大地上方, 俯仰并欣赏数学的景色, 但要着陆并从事艰难乏味的工作对他来说常常是困难的。对需要使用艰难的技巧论证的棘手问题他更是没有耐心。他只考虑大的图景并关注在似乎不相关的结果后面的普遍模式。

Klein 非常善于写作和演讲, 堪称大师。在某种意义上, 他是一个非常好的数学推广者, 虽然为此也招致了许多批评。但正因如此, 他对数学和数学界产生了很大影响。他是杰出的数

学家、优秀的教师和高效的组织者的独一无二的组合。

人们对 Klein 的这一特征的看法不都是正面的。根据 1881 年 Mittag-Leffler 写给 Hermite 的信: “你问我 Klein 和柏林的大人物之间的关系…… Weierstrass 发现 Klein 不乏天赋但非常浮躁, 有时就像一个没有真正长处的江湖郎中(charlatan)^①。我相信这也是 Kummer 的看法。” 1892 年, 当柏林大学数学系教员讨论 Weierstrass 的继任者时, 他们认为 Klein 是“蛊惑人的江湖郎中”和“依从者”而不予考虑。他的多年的老朋友 Lie 的看法虽然苛刻但更具体: “我认为 Klein 有很高的天赋, 我永远也不会忘记在我的科学尝试中他总是心甘情愿地陪伴我; 但在我看来, 例如, 他没有充分区分归纳与证明, 区分引入的概念与概念的解释……”

抛开所有这些批评或所持的保留意见, 无论如何, 恢复哥廷根昔日的荣耀, 因而开启了一个进程, 改变了德国大学和世界上其他一些地方的数学的整个结构, 这些主要归功于 Klein。在来自欧洲的人当中, 他对促进美国数学界的崛起有最大的影响。毫无疑问, 他是 19 世纪最后 25 年中最强有力的数学人物。

Klein 是 19 世纪德国学者的典型代表。他从不放弃对数学知识的追求, 从而博学多才, 其中许多是他从与其他数学家的积极的交流中获得的。他也慷慨地将他的见解和知识于学生和年轻的同事自由地分享, 吸引了来自世界各地的人。

^①charlatan 指实施江湖手段或类似秘密手段的人, 目的是通过假装或欺骗的形式获得金钱、名声或其他优势。

大多数数学家的工作,或许仅影响了数学和数学界的特定部分,而 Klein 则不同,他的影响既是全局的,又是根本的. 有他的流行的书作为见证, Erlangen 纲领的一般原理以及 Klein 群理论所产生的深远且持续的影响是 Klein 留给我们的宝贵遗产. 在某种意义上, Klein 不属于他那一代,他超前于时代.

§2. 不凡的出生

在人们印象中,国王必定在特别的时间出生在特殊的地点,仿佛天意要事先给予他们额外的东西. Felix Klein, 这位之后被人们奉为国王般的数学家,在 1849 年 4 月 25 日夜生于莱茵兰的杜塞尔多夫,当时“在市长秘书的房子里有一种焦虑. 城外,大炮轰击暴动的莱茵兰人为反对他们仇恨的普鲁士统治者而设立的路障. 城内,尽管人人准备逃走,但没有人想到离开.”

在他出生后不久,他的家乡和附近地区成了 1848 年德国革命的最后一战的战场.

在 Klein 出生后的 20 年,普鲁士逐渐成为欧洲的一个强国,但始终有持续不断的冲突和骚乱,并且在迫使法国投降的普法战争中达到了顶峰.

后来 Klein 在急救人员的志愿部队中服务,并且亲见了梅斯和色当的战场,在这里拿破仑 (Louis Napoleon) 的帝国

被俾斯麦 (Otto von Bismarck)^① 控制的另一个帝国 —— 德意志第二帝国 —— 所取代.

Klein 的学术生涯曲线实际上与德意志第二帝国的兴衰步调是一致的. 所有这些历史事件影响了 Klein 的性格以及他对数学及数学界的看法.

§3. 教育

总体来说, Klein 生活并没有受到战事的影响, 教育也没有间断过. 他进入杜塞尔多夫文科中学, 在这所学校他发现希腊和拉丁经典激发不了他的兴趣.

1865 年, 16 岁的 Klein 进入波恩大学, 波恩大学是一个重视自然科学的大学, 他发现这儿的课程很适合他, 从此 Klein 如鱼得水, 在这里, 他学习了很多学科, 诸如数学、物理、植物学、化学、动物学和矿物学, 他还参加波恩大学所有五个分部的自然科学讨论班, 这种大学教育对他的博学表现很有贡献.

在数学方面, 他听了杰出的分析学家 Rudolf Lipschitz 的一些课程, 包括解析几何学、数论、微分方程、力学和位势理论. 但 Lipschitz 只是 Klein 的一个普通老师.

^①俾斯麦是保守的德国政治家, 从 19 世纪 60 年代到 1890 年他被免职这期间, 他控制着整个欧洲事务. 在赢得一系列小的战争之后, 他统一德国多个小邦而建立了在普鲁士领导下的一个强大的德意志帝国, 然后他成功地让各列强权利达到某种平衡, 从而欧洲从 1871 年一直到 1914 年无战事.

当 Klein 进入波恩大学时, 他渴望成为一个物理学家并有机会与有才能的实验物理学家和几何学家 Plücker 一起工作. 当 Klein 刚进入他的第二学期, Plücker 就选择他作为物理实验课程的一个助手. 在 Klein 的成长过程中, 他与 Plücker 的相互交流可能对他有最重要的影响.

1866 年, 也就是 Klein 见到 Plücker 的那一年, 在物理学领域专心致志工作了差不多 20 年后, Plücker 将兴趣转向了几何学, 而且正在写关于线几何学的两卷本著作, 书名是《空间的新几何学》(Neue Geometrie des Raumes). 1868 年 5 月, Plücker 意外去世时, 他仅完成了第一卷. 作为 Plücker 的学生, 老师的去世对 Klein 提供了独一无二的挑战性机会: 完成第二卷并编辑他老师的著作.

本来, 应由哥廷根的已崭露头角且前程远大的几何学家 Clebsch 负责完成 Plücker 的书, 但他把这个任务委托给了 Klein. 这个似乎不可能的任务从多方面改变了 Klein 的生活.

首先, 这给了 Klein 扎实学习线几何学的一个良好的机会. 线几何学在未来 Klein 与 Lie 的工作中, 而且最终在 Erlangen 纲领中, 起到了重要作用. 其次, 这项工作也使 Klein 建立了与 Clebsch 及其学派的密切联系, Clebsch 学派包括诸如 Gordan, Max Noether, Alexander von Brill 等众多杰出数学家. 通过他们, Klein 了解了 Riemann 函数论并在这方面做了工作, Riemann 函数论最终成了 Klein 最喜爱的课题. 在其他许多方面他也成了 Clebsch 的自然继承者.

Klein 于 1868 年 12 月获得哲学博士学位, Rudolf Lipschitz 是他的联合 (或名义上的) 导师.

§4. 对 Klein 影响最大的三个人

在 Klein 学术生涯中, 有三个人起到了关键作用.

第一个人是 Plücker, Klein 的大学老师. 对于大多数数学家, Plücker 以射影几何学中的 Plücker 坐标而著称, 但他是以物理学起家. 事实上, 1836 年, 35 岁的 Plücker 被任命为波恩大学的物理学教授并开始研究阴极射线, 对阴极射线的研究最终导致电子的发现. Klein 对物理学知识的掌握以及他所体会到的数学和物理学之间的相互关系在他的数学生涯中起了重要作用. 有理由猜测这可能与 Plücker 的影响有某些关系.

Klein 一生著书无数, 一些至今仍然流行. 他最具独创性的书可能是 1882 年出版的《论 Riemann 代数函数及其积分理论》(Über Riemann's Theorie der Algebraischen Funktionen und ihrer Integrale), 在书中, 他应用物理学的思想, 试图解释并澄清 (justify) Riemann 关于 Riemann 曲面上函数的工作, 尤其是 Dirichlet 原理. Klein 写道: “在现代的数学文献中, 如在我的小册子中所出现的, 按照朴素的直观的 (anschaulicher) 形式提出一般的物理和几何学的研究, 从这种形式后来借助精确的数学证明找到坚定的支持, 是非同寻常的. 我认为大多数数学家隐藏他们的直观思想, 只发表必