ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ТОМ VI

Л. Д. ЛАНДАУ
Е. М. ЛИФШИЦ

ГИДРОДИНАМИКА

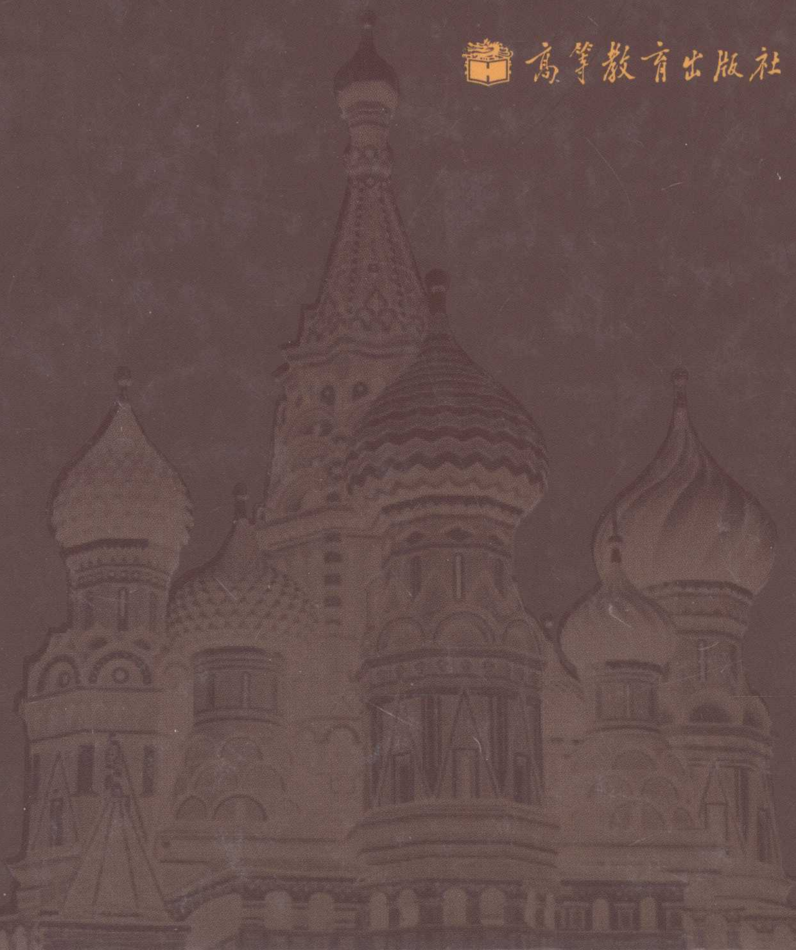
朗道

理论物理学教程 第六卷

流体动力学（第五版）

Л. Д. 朗道 Е. М. 栗弗席兹 著 李植 译 陈国谦 审

高等教育出版社



ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ТОМ VI

Л. Д. ЛАНДАУ
Е. М. ЛИФШИЦ

ГИДРОДИНАМИКА

理论物理学教程 第六卷

LIUTI DONGLIXUE

流体动力学（第五版）

Л. Д. 朗道 Е. М. 栗弗席兹 著 李植 译 陈国谦 审

俄罗斯联邦教育部推荐大学物理专业教学参考书

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图字:01-2007-0915 号

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теоретическая физика. Учебное пособие для вузов в 10 томах

图书在版编目(CIP)数据

理论物理学教程. 第6卷, 流体动力学: 第5版 /(俄罗斯)朗道,(俄罗斯)栗弗席兹著;李植译. —北京:高等教育出版社,2013.1
ISBN 978-7-04-034659-6

Ⅰ.①理… Ⅱ.①朗… ②栗… ③李… Ⅲ.①理论物理学-教材②流体动力学-教材 Ⅳ.①O41②O351.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 228551 号

策划编辑 王 超　　责任编辑 王 超　　封面设计 张 志　　版式设计 余 杨
插图绘制 尹 莉　　责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	涿州市星河印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×1092mm　1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	39		
字　　数	720 千字	版　　次	2013 年 1 月第 1 版
插　　页	1	印　　次	2013 年 1 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	109.00 元

物 料 号　34659-00

第三版序言

在以前 (1944 年和 1953 年) 曾两次出版的《连续介质力学》一书中,《流动体力学》是第一部分, 现在单独成卷[①].

本书在内容与行文上的特点, 如后附前一版序言所勾勒, 在这次修改和增补过程中均得以悉心保持.

虽然已经过去 30 年, 但除了为数甚少的例外, 第二版内容其实并未过时, 对这部分材料只有不太大的增补和修改. 同时又补充了一系列新内容, 全书因而增加了大约 15 节.

流体动力学在最近几十年中发展迅猛, 相关文献异常丰富, 但这种发展大体是应用层面的. 还有一个动向是, 能够通过理论计算 (包括使用电子计算机) 求解的问题更为复杂, 例如关于不稳定性及其演化的各种问题, 包括非线性不稳定性问题. 这些都超出了本书范围. 以稳定性问题为例, 就像前两版那样, 相关论述基本上仅限于给出最后结果.

本书也不包括色散介质中的非线性波理论. 该理论现在是数理物理学的一大分支, 大振幅液体表面波就是它的一个纯流体动力学对象. 非线性波理论主要应用于等离子体物理学、非线性光学、各种电动力学问题以及其他领域, 因而划归其他几卷.

关于湍流的产生机理, 在认识上发生了重大变化. 尽管合理的湍流理论尚待确立, 但有理由认为其发展终于走上了正轨. 为此, 我和 M.И. 拉宾诺维奇共同撰写了 3 节 (§30—§32), 以阐述一些已有的主要思路和结果. 他如此鼎力相助, 我不胜感激. 近几十年以来, 在连续介质力学中出现了一个崭新的领域——液晶力学, 它同时具有流体动力学和弹性介质力学的特点, 其基本原理拟在新版的《弹性理论》中加以介绍.

在我有幸与列夫 · 达维多维奇 · 朗道合作撰写的著作中, 本书地位特殊,

---

① 本教程第六卷《流体动力学》和第七卷《弹性理论》本来是以《连续介质力学》为书名合在一起出版的, 它们在单独成卷时的版次均按第三版计. ——译者

他为此倾注了大量心血. 对列夫 · 达维多维奇来说, 流体动力学当时是一个让他全神贯注的新的理论物理学分支. 按照他一贯的风格, 他从头思考并推导了流体动力学的基本结果, 由此催生了发表于不同杂志的一系列原创性论文. 不过, 也有许多原创性结果或观点收录于本书而未曾单独发表, 甚至在某些情况下, 后来才查明列夫 · 达维多维奇是原创者. 我在本书新版中尽量补充了相应说明.

在修订本卷和《理论物理学教程》其余各卷的过程中, 许多朋友和同事向我提供了帮助和建议. 首先应提到的是 Г.И. 巴伦布拉特, Я.Б. 泽利多维奇, Л.П. 皮塔耶夫斯基, Я.Г. 西奈, 他们曾多次与我进行讨论. 还有诸多教益得自 А.А. 安德罗诺夫, С.И. 阿尼西莫夫, В.А. 别洛孔, В.П. 克拉依诺夫, А.Г. 库利科夫斯基, М.А. 利伯曼, Р.В. 波洛温, А.В. 季莫费耶夫, А.Л. 法布里坎特. 我谨在此向他们全体致以真诚的谢意.

E.M. 栗弗席兹
苏联科学院物理问题研究所
1984 年 8 月

《连续介质力学》第二版序言节录

本书旨在阐述连续介质力学, 即液体和气体运动理论 (流体动力学) 以及固体运动理论 (弹性理论或弹性力学). 这些理论其实都是物理学的分支, 由于自身的一系列特性才发展成为独立的学科.

在弹性理论中, 求解那些在数学上已经用线性偏微分方程的形式明确提出的问题具有非常重要的意义, 所以弹性理论包含着所谓数理物理学的许多基本内容.

流体动力学的特点则截然不同. 流体动力学方程是非线性的, 仅在一些比较罕见的情况下才能直接分析和求解. 因此, 现代流体动力学只有不断与实验相结合才能发展, 这就使流体动力学与物理学其他分支的关系变得非常密切.

尽管流体动力学和弹性理论实际上已经独立出来, 但是把它们视为理论物理学的一部分仍有重要意义. 这是因为, 一方面, 理论物理学的一般方法和定律适用于这两个学科, 若不掌握理论物理学其他分支的基础知识, 就不可能清晰地理解流体动力学和弹性理论. 另一方面, 连续介质力学本身对于解决一些完全属于理论物理学其他分支的问题也是必不可少的.

在这里, 我们想就本书阐述流体动力学的特点作一些说明. 既然本书把流体动力学作为理论物理学的一个分支来阐述, 这就在很大程度上决定了其内容在性质上与流体动力学的其他教材大不相同. 我们尽可能全面地分析了所有能引起物理兴趣的问题, 并且力求在阐述问题时能够为各种现象及其相互关系建立起尽可能清晰的图像. 鉴于这种特点, 我们在本书中既不讨论流体动力学的近似计算方法, 也不讨论缺乏较深刻物理基础的部分经验理论. 与此同时, 这里却阐述了一些通常未列入流体动力学教材的内容, 如流体中的传热传质理论, 声学和燃烧理论.

本书第二版有重大修改. 补充了大量新材料, 尤其气体动力学部分几乎全部重写. 例如, 补充了对跨声速理论的介绍. 这个问题对整个气体动力学都有最重要的原则性意义, 因为对跨声速气流特性的研究应当能够揭示绕固体的定常可压缩气流的一些基本的定性性质. 这个领域至今只有较少成果, 许多重

要问题仅能提出而已. 考虑到有必要进一步研究这些问题, 我们详细介绍了这里用到的数学工具.

补充了两章新内容, 用以讨论相对论流体动力学和超流体动力学. 相对论流体动力学方程 (第十五章) 能够应用于各种天体物理学问题, 例如用来研究辐射起重要作用的对象. 这些方程还在完全不同的其他物理学领域中有特殊用途, 例如应用于粒子碰撞的多重产生理论①. 第十六章所阐述的"二速度"流体动力学给出了超流体运动的宏观描述, 液氦在温度接近绝对零度时就是这样的超流体.

我们想衷心感谢 Я. Б. 泽利多维奇和 Л. И. 谢多夫, 与他们就诸多流体动力学问题的讨论对我们大有裨益. 还要感谢 Д. В. 西武欣, 他阅读了本书原稿并提出了许多被第二版采用的意见.

Л. 朗道, Е. 栗弗席兹
1952 年

① 粒子物理学中关于两个粒子在极端相对论速度下碰撞时产生多个其他粒子的理论. ——译者

某些符号

密度 ρ
压强 p
温度 T
质量熵 s
质量内能 ε
质量焓 $w = \varepsilon + p/\rho$
热容比 (质量定压热容与质量定容热容之比) $\gamma = c_p/c_v$
黏度 (动力黏度) η
运动黏度 $\nu = \eta/\rho$
热导率 $\varkappa$
温导率 $\chi = \varkappa/\rho c_p$
雷诺数 Re
声速 c
马赫数 M

(三维) 矢量和张量的角标用拉丁字母 i, k, l, $\cdots$ 表示. 重复出现两次的角标 (傀标) 均表示求和. 单位张量为 δ_{ik}.

引用本教程其余各卷的章节号和公式号时, 卷号表示:
第二卷:《场论》, 俄文第八版, 中文第一版
第五卷:《统计物理学 I》, 俄文第五版, 中文第一版
第八卷:《连续介质电动力学》, 俄文第四版, 中文第一版
第九卷:《统计物理学 II》, 俄文第四版, 中文第二版
第十卷:《物理动理学》, 俄文第二版, 中文第一版

目 录

第一章

理 想 流 体

§1 连续性方程

对液体和气体运动的研究就是**流体动力学**的内容. 流体动力学所研究的现象具有宏观性质, 所以在流体动力学中可以把流体[①][②] 看做连续介质. 这意味着, 可以认为任何流体微元仍然是足够大的, 以至于其中还包含着数目极多的分子. 因此, 当我们说到无穷小的体微元时, 总是指 "物理上" 无穷小的体微元, 换言之, 它与所考虑的物体体积相比足够小, 但与分子间距离相比却足够大. 在流体动力学中, 对 "流体微团"、"流体点" 之类的术语都应当这样理解. 例如, 在论及某流体点的位移时, 我们并不是指个别分子的位移, 而是指包含大量分子的流体微元整体的位移, 尽管在流体动力学中仍把后者看做一个点.

在数学上可以利用一些函数来描述运动流体的状态, 它们给出流体的速度分布 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(x,\, y,\, z,\, t)$ 和任何两个热力学量的分布, 例如压强分布 $p(x,\, y,\, z,\, t)$ 和密度分布 $\rho(x,\, y,\, z,\, t)$. 众所周知, 根据任意两个热力学量的值和物质的状态方程即可确定所有的热力学量. 因此, 只要给定五个量: 速度 $\boldsymbol{v}$ 的三个分量、压强 p 和密度 ρ, 就可以把运动流体的状态完全确定下来.

所有这些量一般是坐标 $x,\, y,\, z$ 和时间 t 的函数. 我们强调, $\boldsymbol{v}(x,\, y,\, z,\, t)$ 是在时刻 t 在空间的任何给定点 $x,\, y,\, z$ 的流体速度, 换言之, 它是空间固定点的流体速度, 而不是随时间在空间中移动的特定流体微元的速度. 这一说明同样

---

① 原文使用的单词 жидкость 是 "液体" 而不是 "流体" (见下一条脚注), 而且在这类俄文文献中并不使用表示 "流体" 的单词 флюид (即英文中的 fluid). 本版按中文习惯用流体来泛指液体或气体, 除非必须明确加以区分. ——译者

② 为简洁起见, 我们在这里和下文中只提到液体, 其含义其实既包括液体, 也包括气体.

适用于量 ρ 和 p.

我们来推导一些基本的流体动力学方程. 首先推导表示质量守恒定律的方程.

考虑空间的某个区域 V_0, 位于该区域内的流体具有质量 $\int \rho\,\mathrm{d}V$, 式中 ρ 是流体密度, 积分运算是对区域 V_0 进行的. 单位时间内流过区域表面微元 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ 的流体的质量是 $\rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{f}$, 其中矢量 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ 指向表面微元的法线方向, 其大小等于表面微元的面积. 我们规定 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ 指向外法线方向. 于是, 如果流体流出该区域, 则 $\rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ 为正; 如果流体流入该区域, 则该表达式为负. 因此, 单位时间内流出区域 V_0 的流体总质量是

$$\oint \rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{f},$$

式中的积分运算是对该区域的整个封闭表面进行的.

另一方面, 区域 V_0 中流体质量的减少可以写为以下形式:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \rho\,\mathrm{d}V.$$

让两个表达式相等, 得

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \rho\,\mathrm{d}V = -\oint \rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{f}. \tag{1.1}$$

把曲面积分变换为体积分:

$$\oint \rho\boldsymbol{v}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{f} = \int \operatorname{div}\rho\boldsymbol{v}\,\mathrm{d}V,$$

于是

$$\int\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}\rho\boldsymbol{v}\right)\mathrm{d}V = 0.$$

因为这个等式应当对任何区域都成立, 所以被积函数应当为零, 即

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}\rho\boldsymbol{v} = 0. \tag{1.2}$$

这就是所谓的**连续性方程**.

展开表达式 $\operatorname{div}\rho\boldsymbol{v}$, 也可以把 (1.2) 写为

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho\operatorname{div}\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}\cdot\operatorname{grad}\rho = 0. \tag{1.3}$$

矢量

$$\boldsymbol{j} = \rho\boldsymbol{v}$$

称为**质量流密度**[①], 其方向与流动方向一致, 而大小等于单位时间内流过与速度垂直的单位面积的流体质量.

---

① 简称质量流. 下文中的能流密度、动量流密度等量有时也这样简称. ——译者

§2 欧拉方程

设想从流体中划分出某个区域, 它是由流体组成的. 作用在这部分流体上的合力等于该区域边界上的积分①

$$-\oint p\,\mathrm{d}\boldsymbol{f}.$$

把它变换为体积分, 有

$$-\oint p\,\mathrm{d}\boldsymbol{f}=-\int \operatorname{grad} p\,\mathrm{d}V.$$

由此可见, 任何流体微元 $\mathrm{d}V$ 都受到周围流体对它的作用力 $-\mathrm{d}V\operatorname{grad} p$. 换言之, 单位体积流体上的作用力等于 $-\operatorname{grad} p$.

现在, 让作用力 $-\operatorname{grad} p$ 等于流体的体积质量 ρ 与流体加速度 $\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 的乘积, 我们就可以写出流体微元的运动方程

$$\rho\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-\operatorname{grad} p. \tag{2.1}$$

这里的导数 $\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 并不代表空间固定点的流体速度变化, 而是代表一个在空间中运动的给定的流体微元的速度变化. 应当用一些与空间固定点相关的量来表示这个导数. 为此, 我们指出, 一个给定的流体微元在 $\mathrm{d}t$ 时间内的速度变化 $\mathrm{d}\boldsymbol{v}$ 由两部分组成: 一部分是该空间固定点的流体速度在 $\mathrm{d}t$ 时间内的变化, 另一部分是 (在同一瞬间) 相距 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 的两点的流体速度之差, 这里的 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 是给定流体微元在 $\mathrm{d}t$ 时间内的位移. 前者等于

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\mathrm{d}t,$$

这里的偏导数 $\partial\boldsymbol{v}/\partial t$ 是在 x, y, z 不变时计算的, 即在空间给定点上计算的. 速度变化的第二部分等于

$$\mathrm{d}x\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial x}+\mathrm{d}y\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial y}+\mathrm{d}z\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial z}=(\mathrm{d}\boldsymbol{r}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}.$$

于是,

$$\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\mathrm{d}t+(\mathrm{d}\boldsymbol{r}\cdot\nabla)\boldsymbol{v},$$

---

① 简单而言, 作用于流体的力可以分为质量力和面力 (关于表面张力, 见第七章). 质量力通常是按质量分布的长程力 (如万有引力), 质量力密度指单位质量流体所受的质量力. 面力是按面积分布的力 (如与流体表面相接触的物质对该表面上的流体的作用力), 单位面积上的面力称为应力. 在理想流体的情况下, 面微元 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ 上的面力 (从矢量 $\mathrm{d}\boldsymbol{f}$ 所指的那一侧物质作用在该面微元上的力) 为 $-p\,\mathrm{d}\boldsymbol{f}$. 这里之所以有负号, 是因为该面力通常表现为压力. 此处只考虑面力. ——译者

或者, 两边都除以 $\mathrm{d}t$ [1],

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}. \tag{2.2}$$

把此关系式代入 (2.1), 得到

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=-\frac{1}{\rho}\operatorname{grad}p. \tag{2.3}$$

这就是我们希望求出的流体运动方程, 它是由 L. 欧拉在 1755 年首先得到的. 这个方程称为**欧拉方程**, 是基本的流体动力学方程之一.

如果流体处于重力场中, 则单位体积的任何流体还受到力 $\rho\boldsymbol{g}$ 的作用, 其中 $\boldsymbol{g}$ 是重力加速度. 这个力应当加在方程 (2.1) 的右侧, 方程 (2.3) 的形式从而变为

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=-\frac{1}{\rho}\operatorname{grad}p+\boldsymbol{g}. \tag{2.4}$$

在运动流体中可能存在能量耗散过程, 这是由流体的内摩擦 (黏性) 和流体不同部分之间的热交换引起的. 然而, 在推导上述运动方程时, 我们完全没有考虑这样的耗散过程. 所以, 本章这一节和以后几节的全部论述, 只适用于热传导过程和黏性过程都无关紧要的流体运动. 讨论这样的运动就相当于讨论**理想流体**的运动.

流体各部分之间 (当然, 还包括流体与相邻物体之间) 没有热交换, 这意味着运动是绝热的, 并且任何一部分流体的运动都是绝热的. 因此, 必须把理想流体的运动看做绝热运动.

当流体在空间中作绝热运动时, 每一部分流体的熵在运动过程中都保持不变. 如果用字母 s 表示单位质量流体的熵 (质量熵), 我们就可以用方程

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=0 \tag{2.5}$$

来表述绝热运动条件. 在这个方程中, 就像 (2.1) 那样, 对时间的全导数[2] 表示给定的一部分流体的熵变化率. 该导数也可以写为

$$\frac{\partial s}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla s=0. \tag{2.6}$$

这是表述理想流体绝热运动条件的一般方程. 利用 (1.2), 可以把它写为熵的"连续性方程":

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s)+\operatorname{div}(\rho s\boldsymbol{v})=0. \tag{2.7}$$

---

① 为了强调这样定义的导数 $\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ 与物质运动的联系, 我们称之为**物质导数**.

② 即物质导数. ——译者