普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理导读

（上册）

主　编　石永锋　杜　娟

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

普通高等教育"十二五"规划教材

大学物理导读

（上册）

主　编　石永锋　杜　娟

主　审　虞凤英　叶必卿

中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是与石永锋、叶必卿主编的《大学物理》（上、下册）相对应的辅导教材，其中包括基本内容、思考与讨论题目详解、课后习题解答和自我检测题四个部分。基本内容部分是对各章知识点的概括和总结，便于读者对知识的融会贯通；思考与讨论题目详解部分对思考与讨论题目进行了比较详细的解答；课后习题解答部分对各章后的习题作了比较细致的分析和解答；自我检测题部分是为了读者自己检验学习情况而编写的。

本书采用的习题具有较强的通用性，非常适合作为大学物理课程的自学辅导书和习题参考书。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理导读．上册 / 石永锋，杜娟主编．-- 北京：中国水利水电出版社，2012.3
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5084-9532-3

Ⅰ．①大… Ⅱ．①石… ②杜… Ⅲ．①物理学－高等学校－教学参考资料 Ⅳ．①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第040512号

书　　名	普通高等教育“十二五”规划教材 **大学物理导读（上册）**
作　　者	主编　石永锋　杜娟
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：(010) 68367658（发行部）
经　　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：(010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　　刷	北京瑞斯通印务发展有限公司
规　　格	184mm×260mm　16开本　17.25印张　409千字
版　　次	2012年3月第1版　2012年3月第1次印刷
印　　数	0001—3000册
定　　价	**29.00**元

前言

QIANYAN

大学物理课程是理工科各专业的一门重要基础理论课程。为配合石永锋、叶必卿主编的《大学物理》（上、下册）教材的课堂教学，帮助读者深入理解和掌握大学物理知识，巩固和提高所学的知识内容，编写了《大学物理导读》（上、下册）。本书编写的目的是帮助读者自学，起到课外辅导和答疑的作用，同时也给教师的教学工作提供一定的参考。

本书包括基本内容、思考与讨论题目的详解、课后习题解答和自我检测题四个部分。基本内容部分是对各章知识点的概括和总结，便于读者对知识的融会贯通；思考与讨论题目详解部分对思考与讨论题目进行了比较详细的解答，其目的在于使读者学会用所掌握的知识解决、处理实际问题的方法，避免机械记忆；课后习题解答部分对各章后的习题作了比较细致的分析和解答，其目的是便于读者自学，同时也期望能够激发读者对大学物理课程的兴趣；自我检测题部分是为了读者自己检验学习情况而编写的，作者有意没有给出这部分内容的答案，其用意是希望读者能够通过相互讨论，自己得到答案，这对于掌握知识、培养独立思考能力和培养自信心都是非常有益的。

本书中绝大部分习题曾在浙江理工大学和浙江工业大学习题课和各种考试中使用过多年，经得起实践检验，本书正是在此基础上，整理编写而成的。

全书共分十九章，分为上、下两册，其中第一章～第十章和第十八章由浙江理工大学石永锋老师编写，第十一章～第十七章和第十九章由浙江理工大学杜娟老师编写。浙江工业大学虞凤英老师和叶必卿老师审阅、校对了本书的全部内容。上海市宜川中学谢春君老师在大学物理与中学物理知识的衔接方面做了大量的工作。

此外，浙江理工大学马春生老师绘制了本教材的部分插图。浙江理工大学扈文佳老师对本书在数学知识的应用方面提出了很多宝贵的意见，在此衷心地表示感谢。

由于作者水平所限，书中难免存在不当和错误之处，恳请同行专家和读者提出宝贵的意见，编者将不胜感激。

编　者

2012年2月

目录

MULU

第一章　质 点 的 运 动

一、基本内容

（一）质点、参考系和运动方程

1. 质点

质点：只有质量而没有形状和大小的理想几何点。

做平动的物体可以当做质点处理。另外，如果一个物体与观察者的距离远远大于这个物体本身的几何线度，这个物体也可以当做质点看待。

一个确定的物体能否抽象成质点，应视具体情况而定。

2. 参考系和坐标系

参考系：为了描述物体的运动而被选做参考的物体。

运动描述的相对性：在描述某一个物体的运动时，如果选取的参考系不同，对该物体运动的描述也不同。

坐标系：为了定量地表示物体在各时刻的位置，在参考系上建立的计算系统。

常用的坐标系有直角坐标系、自然坐标系、极坐标系、柱面坐标系、球面坐标系和广义坐标系等。

3. 位置矢量和运动方程

位置矢量$\vec{r}$：为了确定质点在某一时刻的位置和方向，由坐标原点向质点做的有方向线段。

位置矢量在平面直角坐标系中的表达式为

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}$$

其大小和方向分别为

$$r=|\vec{r}|=\sqrt{x^2+y^2},\ \tan\theta=\frac{y}{x}$$

其中，θ为$\vec{r}$与x轴的夹角。

质点的运动方程：随时间变化的位置矢量反映了质点的运动规律，即

$$\vec{r}=\vec{r}(t)$$

质点运动方程的平面直角坐标表达式为

$$\vec{r}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}$$

轨迹：质点运动过程中所走的路径。

轨迹方程：描述质点运动轨迹的方程。

质点运动的轨迹为直线的是直线运动，为曲线的是曲线运动。

（二）位移、速度和加速度

1. 位移

位移 $\Delta\vec{r}$：设质点在 Δt 时间内从位置 P_1 运动到 P_2，位移 $\Delta\vec{r}$ 为从点 P_1 到点 P_2 所做的矢量，它描述了质点在运动过程空间位置变化的大小和方向。

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$$

在平面直角坐标系中位移的表达式为

$$\Delta\vec{r}=\Delta x\,\vec{i}+\Delta y\,\vec{j}$$

其大小和方向分别为

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2},\quad \tan\alpha=\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

其中，α 为 $\Delta\vec{r}$ 与 x 轴的夹角。

路程 Δs：质点实际运动的轨迹长度。

一般情况下，$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta s$，$|\mathrm{d}\vec{r}|=\mathrm{d}s$。

注意：$\Delta r=\Delta|\vec{r}|=|\vec{r}_1|-|\vec{r}_2|$ 为位置矢量大小的增量。

2. 速度

速度是描述物体运动快慢和方向的物理量。

Δt 时间间隔内的平均速度为

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

瞬时速度（简称速度）$\vec{v}$ 为

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

某点的瞬时速度方向为沿曲线在该点的切线方向。

在平面直角坐标系中速度的表达式为

$$\vec{v}=v_x\,\vec{i}+v_y\,\vec{j}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}$$

其大小和方向分别为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

$$\tan\varphi=\frac{v_y}{v_x}$$

其中，φ 为 $\vec{v}$ 与 x 轴的夹角。

瞬时速率（简称速率）：在单位时间内质点所通过的路程，即

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

瞬时速度与瞬时速率的关系为

$$|\vec{v}|=v$$

3. 加速度

加速度是描述速度变化快慢和方向的物理量。

瞬时加速度（简称加速度）$\vec{a}$ 为

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

$\vec{a}$的方向总是指向曲线的凹侧。

在平面直角坐标系中加速度的表达式为

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j}$$

其大小和方向分别为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$$

$$\tan\beta=\frac{a_y}{a_x}$$

其中，β为$\vec{a}$与 x 轴的夹角。

4. 直线运动的运动学量

质点沿 x 轴做直线运动时，在任意时刻的运动方程、位移、速度和加速度分别为

$$r=x$$

$$\Delta r=\Delta x$$

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}^2t}$$

当它们为正值时，方向与 x 轴正方向相同，为负值时，与 x 轴正方向相反。

（三）圆周运动和曲线运动

1. 法向加速度和切向加速度

自然坐标系：以运动质点为坐标原点，切向坐标轴沿质点所在位置的切线并指向质点的运动方向，其单位矢量用$\vec{e}_\tau$表示，法向坐标轴与切线垂直并沿曲率半径指向曲率中心，单位矢量用$\vec{e}_n$表示。

加速度在自然坐标系中的表示为

$$\vec{a}=a_n\vec{e}_n+a_\tau\vec{e}_\tau=\frac{v^2}{r}\vec{e}_n+\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau$$

法向加速度$\vec{a}_n$描述速度方向随时间变化的快慢，切向加速度$\vec{a}_\tau$描述速度大小随时间变化的快慢。

当质点做圆周运动时，设加速度$\vec{a}$与$\vec{v}$之间的夹角为 β，将$\vec{a}$分解成法向加速度$\vec{a}_n$和切向加速度$\vec{a}_\tau$，则加速度$\vec{a}$的大小和方向分别为

$$a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2},\quad \tan\beta=\frac{a_n}{a_\tau}$$

当 $0<\beta<\pi/2$ 时，$\vec{a}_\tau$ 与$\vec{v}$的方向相同，质点做加速圆周运动；当 $\beta=\pi/2$ 时，$\vec{a}_\tau=0$，质点做匀速圆周运动时；当 $\pi/2<\beta<\pi$ 时，$\vec{a}_\tau$ 与$\vec{v}$的方向相反，质点做减速圆周运动。

质点做曲线运动时，如果引入曲率圆和曲率半径的概念，也可以法向加速度和切向加速度的理论解决曲线运动问题，不过法向加速度中的曲率半径 r 不再是常量。

2. 圆周运动的角量描述

角坐标 θ：设做圆周运动的质点在 t 时刻位于 P 点，从圆心 O 点向 P 点做矢量$\vec{r}$，角坐标 θ 指$\vec{r}$与参考轴 x 正方向的夹角。

质点的运动方程：角坐标随时间变化的函数，即

$$\theta=\theta(t)$$

角位移 $\Delta\theta$：经过 Δt 时间矢量$\vec{r}$转过的角度。

角坐标和角位移的方向：相对于 x 轴正方向，逆时针转向的角坐标和角位移为正，反之为负。

角速度 ω：角坐标随时间的变化率，即

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度 α：角速度随时间的变化率，即

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

匀变速圆周运动公式为

$$\omega=\omega_0+\alpha t$$

$$\Delta\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2=\omega_0^2+2\alpha\Delta\theta$$

$$\frac{\Delta\theta}{t}=\frac{\omega_0+\omega}{2}$$

3. 圆周运动的线量与角量关系

质点在 Δt 时间内通过的弧长 Δs 与对应的角位移 $\Delta\theta$ 的关系为

$$\Delta s=r\Delta\theta$$

速率与角速度的关系为

$$v=r\omega$$

切向加速度与角加速度的关系为

$$a_\tau=r\alpha$$

法向加速度与角速度的关系为

$$a_n=r\omega^2$$

（四）相对运动

静止坐标系：在地面上建立的坐标系。

运动坐标系：相对于地面运动的坐标系。

设运动坐标系相对于静止坐标系做平动。

速度合成定理：质点相对静止坐标系的速度$\vec{v}$（称为绝对速度）等于质点相对运动坐标系的速度$\vec{v}'$（称为相对速度）加上运动坐标系相对静止坐标系的速度$\vec{v}_0$（称为牵连速度），即

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{v}_0$$

加速度合成定理：质点相对静止坐标系的加速度$\vec{a}$（称为绝对加速度）等于质点相对

运动坐标系的加速度$\vec{a}'$（称为相对加速度）加上运动坐标系相对静止坐标系的加速度（称为牵连加速度$\vec{a}_0$），即

$$\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_0$$

二、思考与讨论题目详解

1. 质点运动的基本概念

（1）已知一个做直线运动的质点的运动方程为

$$x=3t-2t^3+1$$

式中的各个物理量均采用国际单位。试求该质点的加速度表达式。加速度的方向如何？

【答案：$a=-12t$；沿 x 轴负方向**】**

详解：对运动方程中的时间 t 求二阶导数，得该质点的加速度表达式

$$a=-12t$$

由于加速度 a 与时间 t 有关，因此质点做变加速直线运动。又由于质点在运动过程中 $t>0$，因此，$a<0$，即加速度沿 x 轴的负方向。

（2）有一个质点沿直线运动，它的运动学方程为

$$x=5t-t^2$$

式中的各个物理量均采用国际单位。试计算在 0～2s 的时间间隔内，质点的位移大小和走过的路程分别为多少。

【答案：$|\Delta x|=6\text{m}$；$\Delta s=6\text{m}$**】**

详解：由题意得在 $t=0$ 和 $t=2\text{s}$ 时刻质点的位置坐标分别为

$$x_0=0，x_2=6\text{m}$$

因此，在 0～2s 的时间间隔内，质点的位移大小为

$$|\Delta x|=|x_2-x_0|=6\ (\text{m})$$

对运动方程中的时间 t 求导，得该质点的速度表达式

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=5-2t$$

在上式中，令 $v=0$，得 $t=2.5\text{s}$，即在 $t=2\text{s}$ 时刻质点还没有到达最远点，在 0～2s 的时间间隔内，质点始终向一个方向移动。因此在这段时间内的质点走过的路程为

$$\Delta s=|\Delta x|=6\ (\text{m})$$

（3）某质点沿 x 轴做直线运动，其运动方程为

$$x=1+5t+10t^2-t^3$$

式中的各个物理量均采用国际单位。则：

1）质点在 $t=0$ 时刻的速度 v_0 为多少？

2）当加速度为零时，该质点的速度 v 为多少？

【答案：$v_0=5\text{m/s}$；$v=38.3\text{m/s}$**】**

详解：1）对运动方程中的时间 t 求导，得该质点的速度表达式为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=5+20t-3t^2$$

在上式中，令 $t=0$ 得质点的初速度为

$$v_0=5\mathrm{m/s}$$

2）对速度表达式中的时间 t 求导，得该质点的加速度表达式为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=20-6t$$

在上式中，令 $a=0$ 得 $t=10/3\mathrm{s}$，将时间 $t=10/3\mathrm{s}$ 代入速度表达式中，即得加速度为零时该质点的速度为

$$v=38.3\mathrm{m/s}$$

（4）有一个质点沿 x 方向运动，其加速度随时间变化的关系式为

$$a=2t+3$$

式中的各个物理量均采用国际单位。如果开始时质点的速度 $v_0=5\mathrm{m/s}$，则当 $t=3\mathrm{s}$ 时，质点的速度 v 为多少？

【答案：$v=23\mathrm{m/s}$**】**

详解：由于 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=2t+3$，因此

$$\mathrm{d}v=(2t+3)\mathrm{d}t$$

依题意，对上式两边积分，有

$$\int_{v_0}^{v_3}\mathrm{d}v=\int_0^3(2t+3)\mathrm{d}t$$

即

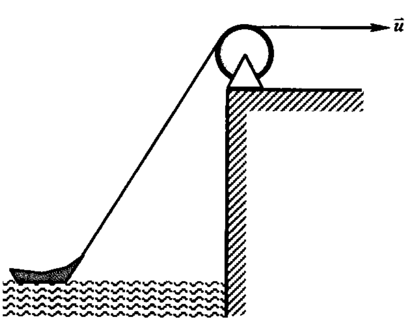
$$v_3-v_0=(t^2+3t)\big|_0^3=18\ (\mathrm{m/s})$$

所以，当 $t=3\mathrm{s}$ 时，质点的速度为

$$v_3=v_0+18=23\ (\mathrm{m/s})$$

（5）如图 1－1（a）所示，水面上有一只小船，有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉静水中的船向岸边运动。设该人以匀速率$\vec{u}$收绳子，假设绳子不能伸长。请描述小船的加速度的变化情况。

【答案：小船做变加速直线运动】



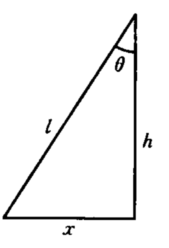


图 1－1

详解：如图 1－1（b）所示，设河岸的高度为 h，某时刻 t 小船到河岸的距离为 x，拉船的绳长为 l。由勾股定理得

$$l^2=h^2+x^2$$

对上式中的时间 t 求导，注意到河岸高度 h 不随时间变化，得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

其中，$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=-u$（负号是由于 l 随时间 t 减小）、$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-v$（$v$ 是小船的运动速率，负号是由于 x 随时间 t 减小）、$\frac{x}{l}=\sin\theta$（θ 为拉船的绳与河岸的之间的夹角），上式可以改写为

$$v=\frac{u}{\sin\theta}$$

在小船向河岸运动过程中，θ 逐渐减小，而收绳速度 u 不变，因此 v 逐渐增大，即小船做加速直线运动。又由于 v 不是随时间 t 均匀增大，因此，小船做变加速直线运动。

2. 曲线运动

（1）一运动质点在某瞬时位于矢径 $\vec{r}$（x，y）的端点处，下列公式中的哪些表示其速度大小？

①$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$；②$\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$；③$\frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$；④$\frac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$；⑤$\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$；⑥$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

【**答案**：③、⑤、⑥】

详解：①和④都表示位置矢量的长度随时间变化的快慢；②表示质点的运动速度，而不是速度的大小；③是在求出质点运动速度的基础上求速度大小；⑤是在已知质点运动速度分量的基础上求速度大小；⑥表示速率，而速率就等于速度的大小。因此，符合题意要求的公式是③、⑤、⑥。

（2）某物体以速度 $\vec{v}_0$ 水平抛出，测得它落地时的速度为 $\vec{v}_t$，那么它空中运动了多长时间？

【**答案**：$t=\frac{\sqrt{v_t^2-v_0^2}}{g}$】

详解：由于物体落地时速度的水平分量为 v_0，竖直分量为 gt，因此

$$v_t^2=(gt)^2+v_0^2$$

由此得物体在空中运动的时间为

$$t=\frac{\sqrt{v_t^2-v_0^2}}{g}$$

（3）在高台上分别沿 30°仰角方向和水平方向，以同样的速率抛出两颗小石子，在忽略空气阻力的情况下，它们落地时速度的大小是否相同？方向是否相同？

【**答案**：速度大小相同，方向不相同。】

详解：设高台距地面的高度为 h，小石子抛出时的速率为 v_0。

当小石子水平抛出时，落地时速度的水平分量为 v_0，竖直分量 v_t 由下式确定

$$v_t^2=2gh$$

因此，小石子落地时的速度大小为

$$v_1=\sqrt{v_0^2+v_t^2}=\sqrt{v_0^2+2gh}$$

这时的速度与水平方向的夹角为

$$\theta_1=\arctan\frac{v_t}{v_0}=\arctan\frac{\sqrt{2gh}}{v_0}$$

当小石子沿 30°仰角方向抛出时，落地时速度的水平分量为

$$v_{//}=v_0\cos30^\circ$$

竖直分量由下式确定

$$v_{\perp}^2=(v_0\sin30^\circ)^2+2gh$$

因此，小石子落地时的速度大小为

$$v_2=\sqrt{v_{//}^2+v_{\perp}^2}=\sqrt{(v_0\cos30^\circ)^2+(v_0\sin30^\circ)^2+2gh}=\sqrt{v_0^2+2gh}$$

这时的速度与水平方向的夹角为

$$\theta_2=\arctan\frac{v_{\perp}}{v_{//}}=\arctan\frac{\sqrt{(v_0\sin30^\circ)^2+2gh}}{v_0\cos30^\circ}$$

可见，它们落地时速度的大小相同，但方向并不相同。

（4）某质点沿半径为 R 的圆周运动，运动学方程为 $\theta=t^2+3$，公式中的各个物理量均采用国际单位。则 t 时刻质点的角加速度、法向加速度和切向加速度的大小分别为多少？

【答案：$\alpha=2\text{rad/s}^2$；$a_n=4Rt^2$；$a_\tau=2R$**】**

详解：t 时刻质点的角速度和角加速度分别为

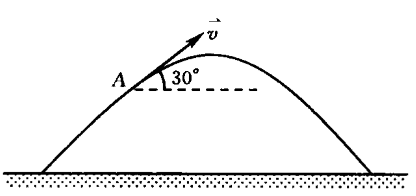
$$\omega=\frac{d\theta}{dt}=2t,\ \alpha=\frac{d\omega}{dt}=2$$

法向加速度和切向加速度的大小分别为

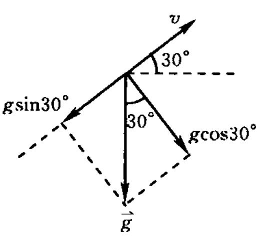
$$a_n=R\omega^2=4Rt^2,\ a_\tau=R\alpha=2R$$

（5）某物体做如图 1－2（a）所示的斜抛运动，测得在轨道 A 点处速度的大小为 v，其方向与水平方向夹角成 30°。则物体在该点的切向加速度的大小为多少？轨道的曲率半径为多少？

【答案：$a_\tau=-\frac{1}{2}g$；$R=\frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}$**】**



(a)



(b)

图 1－2

详解：如图 1－2（b）所示，在空中运动的物体只有重力加速度，将其分解为与速度平行和垂直的分量，其中与速度平行的分量为切向加速度，即

$$a_\tau = -g\sin30^\circ = -\frac{1}{2}g$$

其中，负号表示切向加速度的方向与速度方向相反。

与速度垂直的分量为法向加速度，即

$$g\cos30^\circ = \frac{v^2}{R}$$

由此得轨道的曲率半径为

$$R = \frac{v^2}{g\cos30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}$$

(6) 距直河岸 400m 处有一艘静止的巡航舰，舰上的探照灯以 $n=1.5\text{r/min}$ 的转速转动。当光束与岸边成 30°角时，光束沿岸边移动的速度大小为多少？

【答案：251.3m/s**】**

详解：根据题意得如图 1-3 所示的示意图，由几何关系得

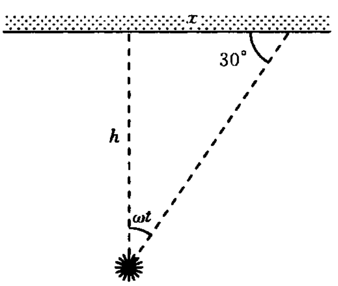


图 1-3

$$x = h\tan\omega t$$

上式两边对时间 t 求导，得光束沿岸边移动的速度大小为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\omega h}{\cos^2\omega t} = \frac{2\pi nh}{\cos^2\omega t}$$

当光束与岸边成 30°角时，$\omega t = 60^\circ$，这时光束沿岸边移动的速度大小为

$$v = \frac{2\pi\times1.5/60\times400}{\cos^2 60^\circ} = 251.3\ (\text{m/s})$$

(7) 在 xOy 平面内有一个运动质点，其运动学方程为

$$\vec{r} = 4\cos2t\,\vec{i} + 4\sin2t\,\vec{j}$$

式中的各个物理量均采用国际单位。则在任意时刻 t 该质点的速度为多少？其切向加速度的大小为多少？该质点运动的轨迹是什么图形？

【答案：$\vec{v} = (-8\sin2t\,\vec{i} + 8\cos2t\,\vec{j})\text{m/s}$；0；圆**】**

详解：由速度的定义式得该质点在任意时刻 t 的速度为

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = -8\sin2t\,\vec{i} + 8\cos2t\,\vec{j}\,(\text{m/s})$$

该质点运动的速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 8\ (\text{m/s})$$

因此，其切向加速度的大小为

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$$

该质点运动的轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = 4^2$$

因此，该质点的运动轨迹是圆心在坐标原点、半径为 4m 的圆。

(8) 某质点做半径为 0.5m 的圆周运动，在 $t=0$ 时经过 P 点，此后它的速率按 $v=$

$(2+5t)$m/s 的规律变化。则质点沿圆周运动一周再经过 P 点时的切向加速度和法向加速度的大小分别为多少？

【答案： $a_\tau=5\mathrm{m/s^2}$；$a_n=70.8\mathrm{m/s^2}$**】**

详解： 该质点在任意时刻 t 的切向加速度大小为

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=5\ (\mathrm{m/s^2})$$

质点的这种运动类似于匀加速直线运动，将它们类比得

$$v^2=v_0^2+2a_\tau s$$

因此，质点在任意时刻 t 的法向加速度为

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{v_0^2+2a_\tau s}{R}$$

上式中，$v_0=2\mathrm{m/s}$，$a_\tau=5\mathrm{m/s^2}$，当质点沿圆周运动一周再经过 P 点时，$s=2\pi R$，这时质点的法向加速度大小为

$$a_n=70.8\mathrm{m/s^2}$$

3. 相对运动

(1) 在相对于地面静止的坐标系 S 内，A、B 二船都以 3m/s 的速率匀速行驶，A 船沿 y 轴正方向，B 船沿 x 轴正方向。今在 B 船上设置与静止坐标系 S 方向相同的坐标系 S'（x'、y'方向的单位矢量也用$\vec{i}$、$\vec{j}$表示），那么在 B 船上的坐标系 S'中，A 船的速度为多少？

【答案： $(-3\vec{i}+3\vec{j})$m/s**】**

详解： 依题意，B 船相对于地面的速度为牵连速度$\vec{u}=3\vec{i}$m/s，A 船相对于地面的速度为绝对速度$\vec{v}=3\vec{j}$m/s，根据速度合成定理$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}$得 A 船相对 B 船的速度为

$$\vec{v}'=\vec{v}-\vec{u}=-3\vec{i}+3\vec{j}(\mathrm{m/s})$$

(2) 小船从岸边 P 点开始渡河，如果该船始终与河岸垂直向前划，则经过时间 t_1 到达对岸下游 A 点；如果小船以同样的速率划行，但垂直河岸横渡到正对岸 B 点，则需要与 P、B 两点连线成 α 角逆流划行，经过时间 t_2 到达 B 点。若 A、B 两点之间的距离为 S，则这条河的宽度是多少？α 角等于多少？

【答案： $l=\dfrac{t_2}{\sqrt{t_2^2-t_1^2}}S$；$\alpha=\arccos\dfrac{t_1}{t_2}$**】**

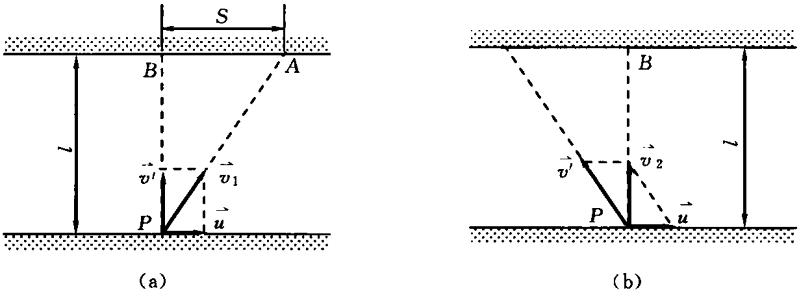


图 1－4

详解： 设水流速度为$\vec{u}$，小船的划行速度为$\vec{v}'$，河的宽度为l。当小船始终与河岸垂直向前划行时，依题意得示意图1-4（a），这时有

$$S=ut_1 \quad ①$$

$$l=v't_1 \quad ②$$

当小船以同样的速率划行，并且垂直河岸横渡到正对岸B点时，依题意得示意图1-4（b），这时有

$$v'\sin\alpha=u \quad ③$$

$$l=v'\cos\alpha t_2 \quad ④$$

由式②、式④得

$$v't_1=v'\cos\alpha t_2$$

因此，α角为

$$\alpha=\arccos\frac{t_1}{t_2} \quad ⑤$$

由式①得$u=\dfrac{S}{t_1}$，将其代入式③得

$$v'=\frac{S}{t_1\sin\alpha}$$

将其代入式②得

$$l=\frac{S}{\sin\alpha}$$

由式⑤得

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{\sqrt{t_2^2-t_1^2}}{t_2}$$

将其代入上式即得河的宽度为

$$l=\frac{t_2}{\sqrt{t_2^2-t_1^2}}S \quad ⑥$$

（3）有两条交叉成φ角的直公路，两辆汽车分别以速率v和u沿两条公路行驶，则一辆汽车相对另一辆汽车的速度大小是多少？

【答案：$\sqrt{v^2+u^2-2vu\cos\varphi}$ 或 $\sqrt{v^2+u^2+2vu\cos\varphi}$】

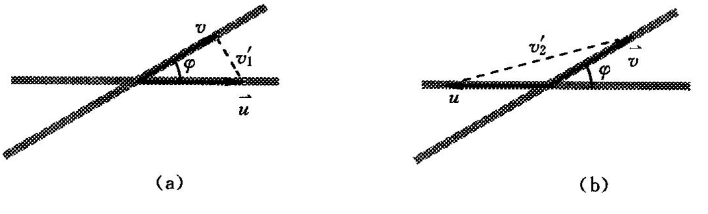


图1-5

详解： 由题意和速度合成定理得两种情况的示意图如图1-5所示，由图1-5（a）得两辆汽车的相对速度大小为

$$v_1'=\sqrt{v^2+u^2-2vu\cos\varphi}$$