北大版

全国高等教育自学考试专家指导丛书

# 高等数学(二)考试指导与模拟试题

第2版

姚孟臣 编著

公共课


北京大学

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学(二)考试指导与模拟试题(第2版)/姚孟臣编著. —北京:北京大学出版社,2000.8

(全国高等教育自学考试专家指导丛书. 公共课)

ISBN 7-301-04628-6

Ⅰ.高… Ⅱ.姚… Ⅲ.高等数学-高等教育-自学考试-自学参考资料 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第40366号

**书　　名:高等数学(二)考试指导与模拟试题**(第2版)

著作责任者:姚孟臣　编著

责 任 编 辑:曾琬婷　刘　勇

标 准 书 号:ISBN 7-301 04628 6/O・0481

出 版 发 行:北京大学出版社

地　　址:北京市海淀区成府路205号　100871

网　　址:http://cbs.pku edu.cn

电　　话:邮购部 62752015　发行部 62750672　理科编辑部 62752021

电 子 信 箱:zpup@pup.pku.edu.cn

排　版　者:北京高新特打字服务社　51736661

印　刷　者:北京大学印刷厂

经　销　者:新华书店

850×1168　32开本　14.25印张　356千字

2000年8月第1版　　2005年4月第2版

2005年4月第1次印刷(总第3次印刷)

印　　数:11001—14000册

定　　价:20.00元

## 内 容 简 介

本书是为全国高等教育自学考试经济管理类各专业本科学历的学生参加“高等数学(二)”考试而编写的学习辅导与考试指导书，它涵盖了《高等数学(二)自学考试大纲》所要求的全部考核知识点和主教材中的基本内容。本书作者长期从事经济类高等数学的教学与自学考试的题库建设工作，具有丰富的教学与应试经验。作者把多年积累的教学经验、参加本科学历“自考辅导班”授课和有关的自考命题、阅卷工作的体会细化、归纳和总结，奉献给参加本科自考的学生，旨在提高广大考生的考试成绩与通过率。

本书紧扣《高等数学(二)自学考试大纲》，适应本科自考学生的特点，内容详实而便于自学，贴切考试实践。全书共分两部分：第一部分线性代数，第二部分概率统计。第一部分内容包括：行列式、矩阵、线性方程组、线性空间、特征值问题与实二次型；第二部分内容包括：概率的基本概念、随机变量与概率分布、数理统计中的基本概念、参数估计与假设检验等。为使考生充分把握“高等数学(二)”的考试内容与命题思路，本书在附录一中给出五套仿真模拟试题及参考答案，在附录二中给出2002～2004年全国高等教育自学考试高等数学(二)的六套试题及解答。本书结构新颖，每一章按照考核的知识点、考核的基本要求、复习要点(重要定义、定理及公式)、典型例题分析、练习题、练习题解答与分析六部分编写，对典型例题从多侧面、不同角度进行讲解，注意对考生基本概念的理解、多种类型基础题目的训练和综合解题能力的培养，是本科自考学生较好的考试复习指导书和良师益友。

本书可作为经济管理类各专业及相关专业本科学历的学生参加全国高等教育自学考试高等数学(二)的复习指导书，也可作为在校的经济类及管理类本科大学生学习经济类高等数学(二)的辅导用书；对于成人高等专科及民办高校经济管理类及相关专业的专升本参加自考的学生，本书也是一部很好的复习参考书。

# 出版前言

高等教育自学考试，是以国家考试为主导、个人自学为基础、社会助学为重要条件的新的高等教育形式。在高等教育自学考试大纲、教材和考试命题逐渐统一后，为适应自学考生和多层次法学教育的需要，引导自学考试者深入全面地理解课程的内容，掌握正确的学习方法，提高自学考试水平，我们请全国自学考试大纲与教材的主编、副主编或多年从事本学科教学与自学辅导的有经验的教师编写了这套《全国高等教育自学考试专家指导丛书》。

本套丛书与考试要求相结合，以教育部颁布的各学科自学考试大纲和教育部指定的统编教材为依据，注意按全国统一命题考试的要求与形式进行辅导，在掌握基本知识、基本理论、基本技能的基础上，侧重于培养考生的分析、写作与答题能力。各书力求内容简要、文字简练、体例合理、层次清楚、释义准确，注意重点、难点、疑点的分析讲解，阐述通俗易懂、深入浅出，题型与答案示例齐全，覆盖面广，有利于考生对本门课程的理解和掌握。

我们希望本套丛书的出版，对参加自学考试的读者提供一定的帮助，同时也希望读者对本套丛书提出宝贵意见并及时反映给我们，以使本套丛书更为完善。

北京大学出版社

2000年8月

# 序　　言

为了帮助参加全国高等教育自学考试的广大考生能够全面、系统地复习高等数学内容，根据全国高等教育自学考试指导委员会颁发的《高等数学(一)微积分自学考试大纲》、《高等数学(二)自学考试大纲》和全国高等教育自学考试指导委员会高等数学题库建设研究组编写的《高等数学考核目标》，结合编者长期从事高等数学题库建设和命题的经验体会，针对参加自学考试考生的特点，我们编写了这套高等教育自学考试《高等数学考试指导与模拟试题》(共两册)。鉴于目前"高等数学(一)微积分"是经济管理专业专科学历规定的一门必修课程，而"高等数学(二)"是经济管理专业本科学历规定的一门必修课程，我们分别冠以《高等数学(一)微积分考试指导与模拟试题》(第 2 版)、《高等数学(二)考试指导与模拟试题》(第 2 版)分两册出版。

本册是《高等数学(二)考试指导与模拟试题》(第 2 版)。

本书按照考试大纲的要求分为六章，每一章由以下六部分构成：

**一、考核的知识点**——简明扼要的告知广大考生每一章要考核的知识点。

**二、考核的基本要求**——编写这部分的目的是使广大考生明确每一章考的内容是什么，掌握到什么程度就可以了。在编写过程中，根据我们多年以来参加有关命题的经验把考试大纲所要求的加以细化、归纳和总结，使广大考生能够正确把握考试要求。

**三、复习要点**——这部分根据考试大纲的要求将概念、定理和公式、方法进行了简明扼要的叙述、归纳和总结，使得考生能够在较短的时间内对重点、难点、热点问题进行复习，全面、系统地掌



试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

握所需要的知识,在考试时能够拿得出、用得上。

**四、典型例题分析**——这部分是编者根据自学考试大纲的要求精心选择和编排的,其内容涵盖了自学考试要求的全部考核知识点,并且突出了重点要求,强调了基本内容和基本运算,并总结了各种典型题型解题的规律、方法及技巧,开阔了考生的解题思路,使考生所学的知识能够融会贯通,并迅速提高考生的综合解题能力。

**五、练习题**——我们是在深入研究历年自考试卷的结构、知识点及难度的分布的基础上,并紧密结合我们命题实践、阅卷过程中常见问题及在全国各大城市“自考辅导班”辅导的经验来编好每一道练习题。因此,在每一章里都从不同角度选择了具有多种风格的题目,基本上涵盖了全部命题思路,考生做这些习题能够达到实际考试效果。

**六、练习题解答与分析**——这部分是对练习题中各种类型题目先给出分析,再给出简明的提示或解答,以帮助考生在做题有困难时参考,同时,也可使考生通过这里的解题分析,提高应试能力。

在附录一中,我们给出的五套模拟试题是按照正规试卷的题目类型、知识点及难度的分布情况编写的,其内容覆盖了大纲中所有的基本要求。对于选择题给出了答案,而对于解答题我们则做了详细解答。在附录二中,我们给出了 2002 年至 2004 年全国高等教育自学考试高等数学(二)的六套统考试题及解答。这样做的目的是,一方面使得广大考生了解试卷的结构,做到心中有数;另一方面,通过解答模拟试题和统考试题,及时发现问题、找出薄弱环节,进行有针对性的复习,进一步提高广大考生的应试能力。

我们相信考生通过本书的学习,不仅有助于熟悉和掌握高等数学自学考试大纲的内容和要求,同时通过一定数量题目的练习,一定会更好地理解和掌握有关的基本概念及解题方法,还能够培养和提高逻辑推理能力以及综合运用所学的知识分析和解决实际问题的能力,并使得自己在这个过程中不断地增加对考试的适应

能力和通过考试的自信心。

本书是经济管理类各专业应试者参加自学考试、学历文凭考试以及电大注册视听生考试的一部复习与考试指导用书，同时对于在校的本科生、大专生，成人高等专科及民办高校的学生也是一本较好的参考书。

由于编者水平有限，加之时间比较仓促，书中难免有错误和疏漏之处，恳请读者批评指正。

编　者

于北京大学中关园

2005 年 2 月 18 日

# 目　　录

## 第一部分　线 性 代 数


第一章　行列式 …………………………………………… （1）
　一、考核的知识点 …………………………………… （1）
　二、考核的基本要求 ………………………………… （1）
　三、复习要点 ………………………………………… （1）
　四、典型例题分析 …………………………………… （8）
　五、练习题 …………………………………………… （13）
　六、练习题解答与分析 ……………………………… （18）
第二章　矩阵 ……………………………………………… （28）
　一、考核的知识点 …………………………………… （28）
　二、考核的基本要求 ………………………………… （28）
　三、复习要点 ………………………………………… （28）
　四、典型例题分析 …………………………………… （37）
　五、练习题 …………………………………………… （43）
　六、练习题解答与分析 ……………………………… （46）
第三章　线性方程组 ……………………………………… （55）
　一、考核的知识点 …………………………………… （55）
　二、考核的基本要求 ………………………………… （55）
　三、复习要点 ………………………………………… （56）
　四、典型例题分析 …………………………………… （68）
　五、练习题 …………………………………………… （78）
　六、练习题解答与分析 ……………………………… （84）

**第四章　线性空间** ……………………………… (99)
一、考核的知识点 ……………………………… (99)
二、考核的基本要求 ……………………………… (99)
三、复习要点 ……………………………… (99)
四、典型例题分析 ……………………………… (105)
五、练习题 ……………………………… (109)
六、练习题解答与分析 ……………………………… (113)
**第五章　特征值问题与实二次型** ……………………………… (126)
一、考核的知识点 ……………………………… (126)
二、考核的基本要求 ……………………………… (126)
三、复习要点 ……………………………… (127)
四、典型例题分析 ……………………………… (144)
五、练习题 ……………………………… (151)
六、练习题解答与分析 ……………………………… (156)

## 第二部分　概 率 统 计

**第一章　概率的基本概念** ……………………………… (180)
一、考核的知识点 ……………………………… (180)
二、考核的基本要求 ……………………………… (180)
三、复习要点 ……………………………… (181)
四、典型例题分析 ……………………………… (186)
五、练习题 ……………………………… (194)
六、练习题解答与分析 ……………………………… (199)
**第二章　随机变量与概率分布** ……………………………… (213)
一、考核的知识点 ……………………………… (213)
二、考核的基本要求 ……………………………… (213)
三、复习要点 ……………………………… (214)
四、典型例题分析 ……………………………… (227)

五、练习题 ………………………………………………… (240)
六、练习题解答与分析 …………………………………… (246)
**第三章　数理统计中的基本概念**………………………… (262)
一、考核的知识点 ………………………………………… (262)
二、考核的基本要求 ……………………………………… (262)
三、复习要点 ……………………………………………… (262)
四、典型例题分析 ………………………………………… (271)
五、练习题 ………………………………………………… (276)
六、练习题解答与分析 …………………………………… (280)
**第四章　参数估计与假设检验**…………………………… (287)
一、考核的知识点 ………………………………………… (287)
二、考核的基本要求 ……………………………………… (287)
三、复习要点 ……………………………………………… (288)
四、典型例题分析 ………………………………………… (300)
五、练习题 ………………………………………………… (316)
六、练习题解答与分析 …………………………………… (321)
**附录一**
模拟试题一及参考答案…………………………………… (333)
模拟试题二及参考答案…………………………………… (342)
模拟试题三及参考答案…………………………………… (351)
模拟试题四及参考答案…………………………………… (360)
模拟试题五及参考答案…………………………………… (370)
**附录二**
2002 年上半年高等教育自学考试全国统一命题考试
高等数学(二)试卷及参考答案………………………… (378)
2002 年下半年高等教育自学考试全国统一命题考试
高等数学(二)试卷及参考答案………………………… (388)
2003 年上半年高等教育自学考试
全国统一命题考试

高等数学(二)试卷及参考答案…………………… (399)
2003年下半年高等教育自学考试
全国统一命题考试
高等数学(二)试卷及参考答案…………………… (408)
2003年下半年高等教育自学考试
全国统一命题考试(北京卷)
高等数学(二)试卷及参考答案…………………… (417)
2004年上半年高等教育自学考试
全国统一命题考试
高等数学(二)试卷及参考答案…………………… (427)
**附录三**
附表1 正态分布数值表 ………………………… (434)
附表2 $t$分布临界值表 ………………………… (435)
附表3 $\chi^2$分布临界值表………………………… (436)
附表4 $F$分布临界值表($\alpha=0.05$) ………………… (437)
附表5 $F$分布临界值表($\alpha=0.025$) ………………… (438)
附表6 $F$分布临界值表($\alpha=0.01$) ………………… (439)



试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c

# 第一部分　线性代数

## 第一章　行　列　式

### 一、考核的知识点

1. 余子式与代数余子式的概念；
2. 行列式的定义；
3. 行列式的性质；
4. 行列式的计算方法；
5. 克莱姆法则.

### 二、考核的基本要求

1. 理解余子式与代数余子式的概念和行列式的递推定义；

2. 理解行列式的性质，并运用行列式的性质计算一些简单的行列式；

3. 掌握行列式的展开定理，会用展开定理计算行列式；

4. 会计算某些 $n$ 阶行列式；

5. 掌握克莱姆法则，能运用克莱姆法则求解线性方程组，讨论有关齐次线性方程组的解的情况.

### 三、复习要点

（一）重要概念及性质

**行列式的定义及性质**

**(1) 行列式的定义**

**定义 1.1**　由 $n^2$ 个数排列成 $n$ 行 $n$ 列（横的称行.竖的称列）.

并左、右两边各加一竖线，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

称为 **$n$ 阶行列式**，它代表一个由确定的运算关系所得到的数，可简记为 $D$，其值为

$$D = \sum_{j=1}^{n} a_{1j} A_{1j},$$

其中数 $a_{ij}$ 称为第 $i$ 行第 $j$ 列的**元素**；

$$A_{ij} \xlongequal{\text{def}} (-1)^{i+j} M_{ij}$$

称为 $a_{ij}$ 的**代数余子式**；$M_{ij}$ 为由 $D_n$ 划去第 $i$ 行和第 $j$ 列后余下元素构成的 $n-1$ 阶行列式，称为 $a_{ij}$ 的**余子式**.

**注意** 对于一阶行列式 $|a|$，其值就定义为 $a$.

**(2) 行列式性质**

**性质 1** 行列互换，行列式的值不变.

**性质 2** 两行互换，行列式反号.

**推论** 若行列式中有两行的对应元素相等，则行列式等于零.

**性质 3** 用数 $k$ 乘行列式某一行的所有元素等于用数 $k$ 乘这个行列式.

**推论 1** 若行列式中有一行的元素全为零，则行列式等于零.

**推论 2** 若行列式中有两行对应元素成比例，则行列式等于零.

**性质 4** 若行列式的某一行的元素都是两项之和，则这个行列式等于拆开这两项所得到的两个行列式之和.

**性质 5** 用数 $k$ 乘行列式某一行的所有元素并加到另一行的对应元素上去，所得到的行列式和原行列式相等.

**性质 6** 行列式等于它的任一行的各元素与其代数余子式的乘积之和，即

$$
\begin{aligned}
D &= a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in} \\
&= \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij} \quad (i = 1,2,\cdots,n).
\end{aligned}
$$

**推论** 行列式中任一行的各元素与另一行对应元素的代数余子式的乘积之和等于零,即

$$
a_{i1}A_{k1} + a_{i2}A_{k2} + \cdots + a_{in}A_{kn} = 0 \quad (i \neq k).
$$

把性质 6 及其推论合并起来可以表成下式

$$
\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{kj} = \begin{cases} D, & i = k, \\ 0, & i \neq k. \end{cases}
$$

(二) 重要定理及公式

**定理 1.1**(克莱姆法则) 设 $n$ 元线性方程组的一般形式为

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n,
\end{cases}
$$

如果它的系数行列式 $D\neq 0$,那么它有惟一解

$$
x_j = \frac{D_j}{D} \quad (j = 1,2,\cdots,n).
$$

**注意** 克莱姆法则仅给出了方程个数与未知量个数相等,并且系数行列式不等于零的线性方程组求解的一种方法.

**推论** 齐次线性方程组

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0,
\end{cases}
$$

如果它的系数行列式 $D\neq 0$,那么它只有零解.

**注意** 如果齐次线性方程组有非零解,那么它的系数行列式 $D=0$.

（三）重要方法

**行列式的计算方法**

计算行列式的基本方法之一是选择零元素最多的行或列，然后按这一行或列展开(当然在展开之前也可以利用性质把某一行或某一列的元素尽量多化为零，然后再展开)，变为低一阶的行列式，如此继续下去，直到化为三阶或二阶行列式. 这是计算行列式的一个行之有效的办法.

**例 1** 计算行列式

$$D=\begin{vmatrix} 5 & 2 & -6 & -3 \\ -4 & 7 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 4 & 1 \\ 7 & -8 & -10 & -5 \end{vmatrix}.$$

为了尽量避免分数运算，应当选择 1 或－1 所在的行(或列)进行变换，因此，我们首先选择第 4 列.

$$D \xlongequal[5③+④]{\substack{3③+①\\ -4③+②}} \begin{vmatrix} -1 & 11 & 6 & 0 \\ 4 & -5 & -18 & 0 \\ -2 & 3 & 4 & 1 \\ -3 & 7 & 10 & 0 \end{vmatrix}$$

$$=(-1)^{3+4}\begin{vmatrix} -1 & 11 & 6 \\ 4 & -5 & -18 \\ -3 & 7 & 10 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{\substack{4①+②\\ -3①+③}} -\begin{vmatrix} -1 & 11 & 6 \\ 0 & 39 & 6 \\ 0 & -26 & -8 \end{vmatrix}$$

$$=-(-1)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 39 & 6 \\ -26 & -8 \end{vmatrix}$$

$$=-156.$$

**注意** 在计算行列式时，我们用ⓘ表示第 $i$ 行(或列)，ⓘ↔ⓙ表示第 $i$ 行(或列)与第 $j$(或列)行交换，$k$ⓘ + ⓙ表示用 $k$ 乘以

第 $i$ 行(或列)所有元素并加到第 $j$ 行(或列)上去,并约定行的变换记号写在等号上面,列的变换记号写在等号下面.

计算行列式的另一种基本方法是:利用行列式的性质,把行列式化为上(下)三角形行列式,这时行列式的值就是主对角线上元素的乘积.

**例 2** 计算行列式

$$D=\begin{vmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{vmatrix} \quad (\text{其中 } a\neq b).$$

**解** 由于该行列式每行均有一个 $a$ 和三个 $b$,故先将各列都加到第 1 列上,得

$$D=\begin{vmatrix} a+3b & b & b & b \\ a+3b & a & b & b \\ a+3b & b & a & b \\ a+3b & b & b & a \end{vmatrix} \underset{\substack{\text{提出第 1 列公} \\ \text{因子 } a+3b}}{=\!=\!=\!=} (a+3b)\begin{vmatrix} 1 & b & b & b \\ 1 & a & b & b \\ 1 & b & a & b \\ 1 & b & b & a \end{vmatrix}$$

$$\overset{-1①+\text{各行}}{=\!=\!=\!=} (a+3b)\begin{vmatrix} 1 & b & b & b \\ 0 & a-b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a-b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a-b \end{vmatrix}$$

$$=(a+3b)(a-b)^3.$$

**例 3** 计算 $n$ 阶行列式

$$D=\begin{vmatrix} 3 & 2 & \cdots & 2 & 2 \\ 2 & 3 & \cdots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 2 & 2 & \cdots & 3 & 2 \\ 2 & 2 & \cdots & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

**解**

$$D \xlongequal{\text{各行加到第 1 行}} \begin{vmatrix} 2n+1 & 2n+1 & \cdots & 2n+1 & 2n+1 \\ 2 & 3 & \cdots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 2 & 2 & \cdots & 3 & 2 \\ 2 & 2 & \cdots & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (2n+1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 2 & 3 & \cdots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 2 & 2 & \cdots & 3 & 2 \\ 2 & 2 & \cdots & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{-2\times ① + \text{各行}} (2n+1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2n+1.$$

**注意** 在利用上述两个基本方法计算行列式时，应在采用以上的一般步骤之前，注意观察计算对象是否具有某些特点，然后考虑能否利用这些特点采取相应的技巧以达到简化计算的目的. 在计算以字母作元素的行列式时，更要注意简化.

**例 4** 计算三阶范得蒙行列式

$$V_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{vmatrix}.$$

**解** 从最后一行开始，各行加上相邻上一行的 $-x_1$ 倍，然后按第 1 列展开，得到

$$V_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ 0 & x_2(x_2 - x_1) & x_3(x_3 - x_1) \end{vmatrix}$$



试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c