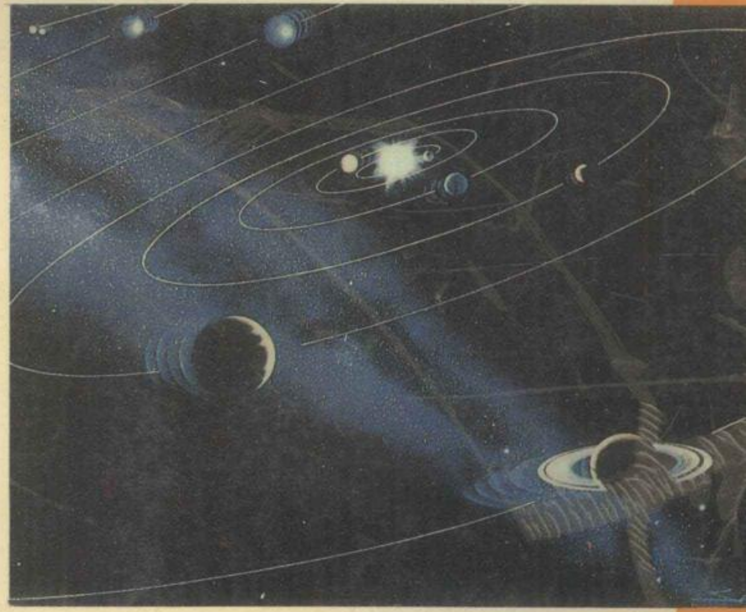
高等学校试用教材

物理实验

李寿松　主编



江苏省《物理实验》编写组

江　苏　教　育　出　版　社

高等学校教材

物理实验

江苏省《物理实验》编写组

李寿松　主编

江苏教育出版社

内 容 提 要

本书参照国家教委1995年修订的《高等学校工科本科物理实验课程教学基本要求》编写的。全书共分绪论、前导实验、基本实验、物理实验中的基本调整与操作技术、物理实验的实验方法和测量方法、提高实验、设计性实验和测量不确定度等八部分。编选了42个实验项目，其中前导实验6个，基本实验25个，提高实验7个，设计性实验4个。书末备有附录和附表。

本书可作为工科院校和高等工业专科学校各专业的物理实验教材，也可供职业大学、职工大学、函授大学、夜大学等选用。

前　言

1986 年在江苏省高教局的组织下成立了《物理实验》编写组，1989 年 7 月和 1995 年 8 月《物理实验》教材第一版、第二版先后发行。1998 年 1 月为了使《物理实验》教材进一步适应科技发展和教学改革的需要，提高教材的质量，带着崭新的面貌跨进 21 世纪，决定在本书第二版的基础上进行修订。经过一年多的工作，完成了《物理实验》第三版的初稿。

本书是根据 1995 年修订的《高等学校工科本科物理实验课程教学基本要求》编写的。内容包括绪论、前导实验、基本实验、物理实验中的基本调整与操作技术、物理实验的实验方法和测量方法、提高实验、设计性实验和测量不确定度等八部分，并备有附录和附表。编者在编写时，注意了以下几个方面。

1. 在教材的体系上，突破传统的力、热、电、磁、光到近代物理的排列顺序，根据逐步提高学生的实验技能，由浅入深、由简单到复杂的原则，实验项目按前导实验、基本实验、提高实验和设计性实验的次序排列，各部分内容之间有明显的阶梯性。

2. 物理实验课程是对学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课，为了加强课程自身的基本理论和基本方法，本书除在绪论中讲述测量误差和数据处理外，增加物理实验中的基本调整与操作技术、物理实验的实验方法和测量方法两个部分。

3. 在实验内容处理上，注意选取培养学生动手能力、思维能力和创造性能力效果较好的实验项目。鉴于目前各院校的现状不同，本书选编了 42 个实验项目，有的项目还列出几种不同的实验方法，以便各校在使用本书时根据自身的实际情况和实验总学时数选用。

4. 近年来，由于测量结果的不确定度表示体系进入一个日臻完善、全面推广的新阶段，本书根据《测量不确定度表达导则》和《国际通用计量学基本术语》(第二版)编写了第八部分测量不确定度，以便将最新的信息和资料提供给读者。

5. 在内容叙述上，力求做到实验目的明确，实验原理叙述清楚，仪器介绍实用、典型，实验步骤简明可行。

本书采用以国际单位制(SI)为基础的我国法定计量单位；物理学名词使用全国自然科学名词审定委员会公布的《物理学名词(基础物理学部分)》(1996 年)的表述；按量和单位国家标准(GB3100～3102)的规定表示物理量的符号和科学符号。

本书由扬州大学工学院李寿松主编，孙日新、李锦英副主编，参加编写工作的有(以姓氏笔划为序)孙文浩、冯宜信、刘兆平、李平、汪珠荣、陈授五、金寅和、洪林、陆金男、陶冶、陶玉荣、曹兆健、戴琳。

本书由姚文波主审，参加审稿的有史友进、段仁娟、印大民，他们对本书的编写提出了许多宝贵的意见。蔡蕾、沈汉西为本书绘制了插图。编者谨向他们表示深切的谢意。

在编写中，本出得到扬州大学教材建设基金的资助和有关部门的支持，对此编者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中一定存在不少错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

编　者

1999 年 3 月

目　录

第一部分　绪　论

第一节　物理实验课的目的 …… 1
第二节　测量与误差 …… 1
第三节　有效数字及其运算 …… 8
第四节　数据处理的基本方法 …… 12
第五节　物理实验课的基本程序 …… 17

第二部分　前导实验

实验一　物体密度的测定 …… 21
实验二　线性电阻和非线性电阻的伏安特性曲线 …… 27
实验三　气轨上测滑块的速度和加速度 …… 33
实验四　用惠斯登电桥测电阻 …… 37
实验五　薄透镜焦距的测定 …… 41
实验六　电表的改装和校正 …… 45

第三部分　基本实验

实验七　自由落体法测重力加速度 …… 48
实验八　气轨上验证动量守恒定律 …… 50
实验九　转动惯量的测量 …… 54
9－Ⅰ　三线扭摆法 …… 54
9－Ⅱ　转动惯量仪 …… 58
9－Ⅲ　刚体转动实验仪 …… 61
实验十　拉伸法测金属丝的杨氏弹性模量 …… 64
实验十一　液体粘滞系数的测定 …… 68
11－Ⅰ　落球法 …… 68
11－Ⅱ　转筒法 …… 70
实验十二　气轨上测简谐振动的周期 …… 74
实验十三　拉脱法测液体的表面张力系数 …… 79
实验十四　导热系数的测定 …… 82
实验十五　频数分布直方图的绘制 …… 85
实验十六　电介质相对电容率的测定 …… 89
实验十七　模拟法描绘静电场 …… 92
实验十八　电势差计测电动势 …… 96
实验十九　示波器的使用 …… 100

实验二　十　声速的测定…………………………………………………………… 105
实验二十一　灵敏电流计的使用……………………………………………………… 108
实验二十二　电子束的电偏转………………………………………………………… 114
实验二十三　电子束的磁偏转………………………………………………………… 118
实验二十四　电子荷质比的测定……………………………………………………… 122
实验二十五　用霍耳元件测螺线管磁场……………………………………………… 127
实验二十六　用高斯计测磁化球磁场………………………………………………… 130
实验二十七　铁磁材料的磁化曲线和磁滞回线……………………………………… 132
实验二十八　光的干涉………………………………………………………………… 135
实验二十九　分光计的调节和使用　用光栅测波长………………………………… 140
实验三　十　折射率的测定…………………………………………………………… 146
　　30－Ⅰ　最小偏向角法…………………………………………………………… 146
　　30－Ⅱ　布儒斯特角法…………………………………………………………… 150
实验三十一　用旋光仪测糖溶液的浓度……………………………………………… 152

第四部分　物理实验中的基本调整与操作技术

第一节　仪器调整与操作技术………………………………………………………… 157
第二节　用计算器计算标准偏差和最小二乘法线性拟合…………………………… 161

第五部分　物理实验的实验方法和测量方法

第一节　比较法………………………………………………………………………… 167
第二节　放大法………………………………………………………………………… 168
第三节　平衡法………………………………………………………………………… 170
第四节　补偿法………………………………………………………………………… 170
第五节　转换法………………………………………………………………………… 171
第六节　模拟法………………………………………………………………………… 173
第七节　干涉法………………………………………………………………………… 174

第六部分　提高实验

实验三十二　电阻应变片灵敏度的测定……………………………………………… 176
实验三十三　迈克耳孙干涉仪的使用………………………………………………… 179
实验三十四　密立根油滴实验………………………………………………………… 184
实验三十五　夫兰克-赫兹实验 ……………………………………………………… 189
实验三十六　光敏元件的伏安特性曲线……………………………………………… 193
实验三十七　光电效应法测普朗克常量……………………………………………… 196
实验三十八　摄影技术………………………………………………………………… 200
　　38－Ⅰ　普通照相………………………………………………………………… 200
　　38－Ⅱ　全息照相………………………………………………………………… 205

第七部分 设计性实验

实验三十九 驻波法测振动频率…… 208
实验四 十 用电势差计校正电表…… 209
实验四十一 干涉法测微小量…… 210
实验四十二 氢原子里德伯常量的测定…… 210

第八部分 测量不确定度

第一节 测量不确定度及其分类…… 212
第二节 直接测量结果不确定度的估算…… 214
第三节 间接测量结果不确定度的估算…… 218

附 录

附录Ⅰ 气垫导轨…… 220
附录Ⅱ 数字毫秒计…… 221
附录Ⅲ 光杠杆…… 222
附录Ⅳ 示波器…… 223
附录Ⅴ 信号发生器…… 228
附录Ⅵ 照相机…… 229
附录Ⅶ 显影、定影、漂白液配方…… 231

附 表

附表Ⅰ 基本物理常量(1986 年推荐值) …… 233
附表Ⅱ 20℃时常用固体和液体的密度…… 233
附表Ⅲ 海平面上不同纬度处的重力加速度…… 234
附表Ⅳ 常用金属的杨氏弹性模量…… 234
附表Ⅴ 在不同温度下与空气接触的水的表面张力系数…… 234
附表Ⅵ 液体的粘滞系数…… 235
附表Ⅶ 热电偶电动势的基本值…… 235
附表Ⅷ 在常温下某些物质的折射率…… 236
附表Ⅸ 常用光源的谱线波长…… 236

彩 图

彩图Ⅰ 光具座…… 237
彩图Ⅱ 导热系数测定实验装置…… 237
彩图Ⅲ 光的干涉实验装置…… 238
彩图Ⅳ 声速测定实验装置…… 238
彩图Ⅴ 分光计…… 239
彩图Ⅵ 普朗克常量测定仪…… 239
彩图Ⅶ 迈克耳孙干涉仪…… 240
彩图Ⅷ 夫兰克-赫兹实验装置 …… 240

第一部分　绪　　论

第一节　物理实验课的目的

科学的理论来源于科学的实验，并受到科学实验的检验。物理学的理论，就是通过观察、实验、抽象、假说等研究方法，并通过实践的检验而建立起来的。

观察和实验是物理学的基础。观察就是对自然界中发生的某种现象，在不改变自然条件的情况下，按照原来的样子加以观察研究。而实验则是人们按照一定的研究目的，借助特定的仪器设备，人为地控制或模拟自然现象，使自然现象以比较纯粹或典型的形式表现出来，进而对其进行反复地观察和测试，探索其内部规律的一种方法。在实验中，常常把复杂的条件加以简化，以起到突出主要因素，排除或减少次要因素的作用，这是一种非常重要的研究方法。在物理学的发展史上，实验物理占有重要的地位，现代物理学所以能取得今天这样的成就，是与精密的实验设备和高超的实验技巧分不开的。

物理实验是学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修课程。它是学生进入大学后，受到系统的实验技能训练的开端，是后继课程实验的基础。物理实验课的任务是：

一、通过基本物理实验方法与技术、常用物理量测量及常用仪器使用的训练，提高物理实验能力。

要使学生掌握一些常用物理量的测量方法，熟悉常用实验仪器的基本原理、性能和使用方法，理解研究各种不同物理现象的基本实验方法。

二、培养与提高学生阅读实验教材、理解原理、查阅资料的能力；借助实验指导书或仪器说明书正确使用仪器并进行正确测定的实践能力；正确记录与处理实验数据，分析说明实验结果，书写和设计实验报告的能力；仔细观察现象，思维分析并作出判断的能力等。使学生在获取知识和运用知识两方面都得到训练与提高。

三、培养学生对待科学实事求是的素养；不怕困难、主动研究的素养；相互合作、共同探索的素养。使学生逐步养成实事求是的科学态度和严肃认真的工作作风。

第二节　测量与误差

一　直接测量和间接测量

进行物理实验时，不仅要定性地观察所发生的物理现象，而且要定量地测定物理量的大小及其变化，因此物理实验离不开对物理量的测量。**测量就是将被测量与一个选作单位**

的同类量进行比较，其倍数即为该被测量的测量值。

测量分直接测量与间接测量两种。直接测量就是直接用仪器测出被测物理量的大小。例如，用米尺测量物体的长度；用电流表读取通电电路中的电流强度等都是直接测量。在物理实验中，还有不少物理量不能或不便于直接用仪器测出，而要根据可直接测量的物理量的数值，通过一定函数关系计算出来，这种测量称为间接测量。例如，用电压表量出电阻两端的电压 U，用电流表测出电阻中通过的电流 I，根据欧姆定律，可以算出电阻 $R=\frac{U}{I}$。此时被测电阻就是间接测量量。

直接测量是间接测量的基础，但直接测量量和间接测量量之间的界限并不是绝对的，在很大的程度上，取决于实验的方法和选用的仪器。例如，用多用电表的欧姆挡测量电阻时，此时电阻就成为直接测量量了。

二　误差及其分类

不论是直接测量或是间接测量，其最终目的都是要获得物理量的真值，所谓**真值就是被测物理量所具有的、客观的真实数值**。然而进行测量时，都必须使用一定的仪器，通过一定的方法，在一定的环境下由某一观测者去完成，由于仪器、方法、环境和观测者都不可避免地存在某些不理想的情况，因此测量结果和客观的真值之间总有一定的差异。这种测量结果与真值之间的偏离，就是**误差**。

测量值 x 与真值 μ 之差称为**测量误差**。以 δ 表示，则

$$\delta=x-\mu \qquad (01-1)$$

误差自始至终存在于一切科学实验的过程之中，虽然随着科学技术的日益发展和人们认识水平的不断提高，误差可能被控制得越来越小，但始终不可能完全消除。

误差按其性质和产生原因，可分为系统误差、随机误差和疏失误差三种。

1. 系统误差

在相同的条件下，多次测量同一物理量时，若误差的大小和正负总保持不变或按一定的规律变化，这种误差称为**系统误差**。系统误差是带有系统性和方向性的误差。

系统误差的来源主要有：仪器的因素，如仪器的零点不准，仪器安装不正确，元件老化等；环境的因素，如温度、湿度、气压、电源电压的变化等；测量方法的因素，如理论公式本身是近似的，测量方法不当等；还有观测者的因素，如观测者读数时，有偏大或偏小的固癖，动态测量的滞后等。

系统误差有些是定值的，如游标尺的零点不准；有些是积累性的，如用受热膨胀的钢卷尺进行测量时，其测量值就小于真值，误差值随被测长度成比例的增加；还有些是周期性变化的，如停表指针的转动中心与表面刻度的几何中心不重合，造成偏心差，其读数的误差就是一种周期性的系统误差。

系统误差是测量误差的重要组成部分，发现、估计和消除系统误差，对于一切测量工作都是非常重要的。因此，观测者必须在测量前对影响实验结果的各种因素进行分析研究，预见、发现、估算、检验一切可能产生系统误差的来源，并设法消除或修正。

2. 随机误差

在相同的条件下，多次测量同一物理量时，若误差的符号时正时负，其绝对值时大时

小，没有确定的规律，这种误差称为**随机误差**。

随机误差的产生，取决于测量过程中一系列随机因素的影响。其来源主要有：环境的因素，如温度、湿度、气压的微小变化等；观测者的因素，如瞄准、读数的不稳定等；测量装置的因素，如零部件配合的不稳定性，零件间的摩擦等。

随机误差的存在，使得测量值时而偏大，时而偏小，看来似乎没有规律，但实际上，随机误差总是服从一定的统计规律的。我们可以利用这种规律对实验结果作出随机误差的误差估算。

3. 疏失误差

由于观测者使用仪器的方法不正确，实验方法不合理，读错数据，记错数据等错误，使得测量结果明显地被歪曲。这种由错误引起的误差称为**疏失误差**，又称**粗大误差**。只要观测者具有严肃认真的科学态度，一丝不苟的工作作风，疏失误差是可以避免的。

三　直接测量结果及其误差的估算

前面我们讨论了误差的产生和分类，下面将学习误差的估算。通过误差的估算，可以对我们所做的实验作一个较为科学的、客观的、恰如其分的评价。应当指出，在下面的讨论中，我们是在假定没有系统误差和疏失误差的前提下，研究随机误差的问题。

1. 随机误差的统计规律

大量的实验事实和统计理论都证明，在大多数情形下，随机误差服从正态分布，如图 01－1 所示。图中横坐标为误差 δ；纵坐标为误差分布概率密度函数 $f(\delta)$，它表示在误差 δ 附近处单位误差间隔内出现的概率。由图可见，随机误差具有以下几个特性。

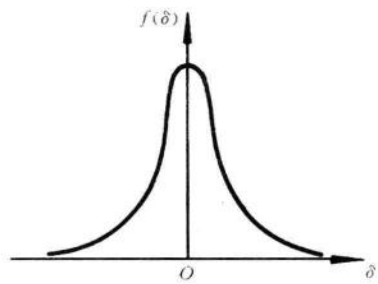


图 01－1　正态分布的误差曲线

(1) **单峰性**。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

(2) **对称性**。绝对值相等的正、负误差出现的概率相同。

(3) **有界性**。在一定的测量条件下，误差的绝对值不超过一定限度。

(4) **抵偿性**。随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零。即

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i = 0$$

因此，增加测量次数可以减小随机误差，随机误差是一种具有抵偿性的误差。

2. 多次测量的平均值

如上所述，增加测量的次数可以减少随机误差，因此，在可能的情况下，总是采用多次测量。如果在相同的条件下，对某一物理量 X 进行了 n 次测量，其测量值分别是 x_1，x_2，…，x_n，根据误差的统计理论，在一组 n 次测量的数据中，算术平均值 $\bar{x}$ 最接近真值，称为**测量的最佳估计值**或**近真值**。由于测量的误差总是存在的，真值总是不能确切地知道，所以**用算术平均值表示测量结果**，则

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{01－2}$$

3. 总体标准偏差

在相同的条件下，对某一物理量进行多次测量称为**等精度测量**。**测量列就是等精度测量所得到的一组测量值**。由于随机误差的存在，各测量值有所不同，标准偏差是对这一组测量数据可靠性的一种评价。

当测量次数无限增多时，各测量值 x_i 的误差 $\delta_i=x_i-\mu$ 平方的平均值的平方根，称为**总体标准偏差**，以 σ 表示，即

$$\sigma=\sqrt{\frac{\delta_1{}^2+\delta_2{}^2+\cdots+\delta_n{}^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_i{}^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n}}\quad(n\to\infty)\qquad(01-3)$$

式中 $\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_n$ 分别为各测量值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的误差，即 $\delta_1=x_1-\mu,\delta_2=x_2-\mu,\cdots,\delta_n=x_n-\mu$。

应当指出，总体标准偏差 σ 与各次测量的误差 δ_i 有着完全不同的含意。$\delta_i=x_i-\mu$ 表示第 i 次测量时，测量值 x_i 与真值 μ 的差，它是一个实在的误差，亦称**真误差**。而 σ 并不是一个具体的测量误差，它反映在相同的条件下进行一组测量后，随机误差概率分布情况，只具有统计性质的意义，是一个统计性的特征值。为了说明总体标准偏差 σ 的意义，我们在图 01－1 所示的曲线中标出 $-\sigma$ 和 σ 的位置，如图01－2所示。经计算可以得到，在 $-\sigma\sim\sigma$ 范围内，分布曲线所包围的面积（图中画有斜线的部分）占总面积的 68.3%。也就是说，在相同条件下进行一组测量时，如测量次数 n 很大，则所获得数据中，将有 68.3%个数据的误差绝对值 $|\delta_i|$ 将比总体标准偏差 σ 小。由此可见，总体标准偏差 σ 所表示的意义为：**在相同条件下进行一组测量时，其中任一测量值的误差落在 $-\sigma\sim\sigma$ 之间的可能性为** 68.3%。

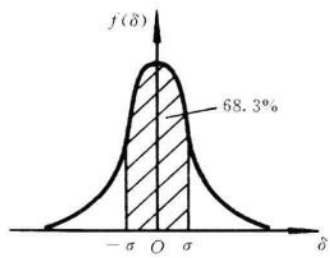


图 01－2 总体标准偏差 σ 的意义

4. 实验标准偏差

总体标准偏差 σ 是在真值已知，且测量次数 $n\to\infty$ 条件下定义的。实际上，测量次数总是有限的，真值也是无法知道的。因此总体标准偏差的精确值无法得到，只能求得其估计值。有几种估计总体标准偏差的方法，下面介绍常用的贝塞尔法。

被测物理量的真值 μ 是未知的，但算术平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值。我们**将各次测量值 x_i 与算术平均值 $\bar{x}$ 之差**称为**该次测量的残差**，以 v_i 表示，即

$$v_i=x_i-\bar{x}$$

设对同一被测量 X 作了 n 次等精度测量，其测量值分别为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，其残差分别为 $v_1=x_1-\bar{x},v_2=x_2-\bar{x},\cdots,v_n=x_n-\bar{x}$。经理论推导，总体标准偏差的估计值与残差的关系为

$$s=\sqrt{\frac{v_1{}^2+v_2{}^2+\cdots+v_n{}^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}v_i{}^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}\qquad(01-4)$$

式中 s 为总体标准偏差 σ 的估计值，称为**实验标准偏差**。

式(01－4)称为**贝塞尔公式**，它是求实验标准偏差的常用计算公式。

应当指出，实验标准偏差 s 不应与总体标准偏差 σ 混淆。在计量学领域，对于 σ，其测量次数 n 为无穷大。当测量次数 n 为有限时，实验标准偏差 s 为总体标准偏差 σ 的估计值，当测量次数 $n \to \infty$ 时，$s \to \sigma$。

5. 平均值的实验标准偏差

当我们通过测量获得一组数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，并算出平均值 $\bar{x}$ 作为测量结果。结果在完全相同的条件下，我们重复上述实验时，由于随机误差的影响，不一定能得到完全相同的 $\bar{x}$ 值。若干组 n 次测量所获得的平均值之间的差异就表示 $\bar{x}$ 本身亦具有离散性。当然，平均值 $\bar{x}$ 肯定比每次测量值 x_i 更可靠，$\bar{x}$ 的分布比 x 的分布更集中在真值附近，经理论推导得到平均值的实验标准偏差 $s(\bar{x})$ 为

$$s(\bar{x})=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}=\frac{s(x)}{\sqrt{n}} \tag{01-5}$$

上式表明，**平均值的实验标准偏差 $s(\bar{x})$ 是 n 次测量中任一次测量值实验标准偏差 $s(x)$ 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍**。

从式(01－5)可知，当增加测量次数时，$s(\bar{x})$ 会越来越小，这就是通常所说的增加测量次数，可以减小随机误差。但是，由于减小是按 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 的比例变化的，当 $n>10$ 时，随着 n 的增大，$s(\bar{x})$ 的减小实际上已很不明显，因此，在进行多次测量时，一般取 10 次左右就够了。

应当指出，当被测量本身不稳定时，即此量没有确定的真值，计算平均值的实验标准偏差 $s(\bar{x})$ 就没有意义了。这时只需计算测量值的标准偏差 $s(x)$。例如，测量一个钢球的直径 d，由于钢球本身不圆，在各个方向测量后，所得的 $\bar{d}$ 只代表钢球直径的平均效应，而 $s(d)$ 反映的仅是测量的波动性。多次测量并不减小对象本身的波动性，所以可以不必计算 $s(\bar{d})$。只有当被测对象是稳定的，才需计算平均值的实验标准偏差。

6. 仪器的标准偏差

测量是用仪器或量具进行的，有的仪器比较粗糙或灵敏度较低，有的仪器比较精密或灵敏度较高，但任何仪器均存在误差。我们**把在正确使用仪器的条件下，测量所得结果的最大误差**称为**仪器误差**，以 $\delta_{仪}$ 表示。

仪器误差一般由生产厂家在仪器铭牌或说明书中给出，亦可由生产厂家给出仪器准确度级别，由所用仪器的量程和级别(或只用级别)算出。对于未说明仪器误差，又不知道准确度级别的仪器，可根据具体情况作出合理的估算，例如取仪器最小分度值作为仪器误差。

一般仪器误差概率密度函数遵从均匀分布的规律，如图 01－3 所示。在 $-\delta_{仪}$ 到 $\delta_{仪}$ 的范围内，各种误差(不同大小和符号)出现的概率相同，在区间以外误差出现的概率为零。由数学计算可得仪器的标准偏差 $s_{仪}$ 为

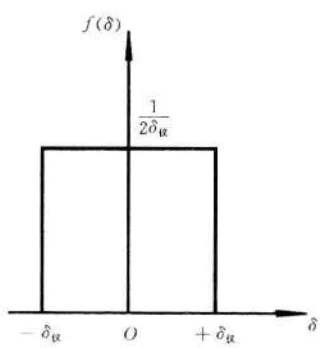


图 01－3　仪器误差

$$s_{仪}=\frac{\delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{01-6}$$

7. 单次直接测量结果的表达

在有的实验中，或者无法对被测物理量进行多次测量，例如被测量本身在变化；或者不必对被测物理量多次测量，例如实验中对该量的测量精度要求不高，或所用仪器反映不出测量的随机误差。此时，可只对被测量进行单次测量，就用单次测量得到的测量值 $x_{测}$ 作为最佳估计值，用 $s_{仪}=\frac{\delta_{仪}}{\sqrt{3}}$ 表示单次测量的标准偏差，我们通常把测量结果表示为

$$X=x_{测}\pm s_{仪}(单位) \tag{01-7}$$

8. 多次直接测量结果的表达

对多次直接测量的物理量，我们通常把测量结果表示为

$$X=\overline{x}\pm s(\overline{x})(单位) \tag{01-8}$$

根据对标准偏差统计意义上的认识，上式表示，**在 $\overline{x}-s(\overline{x})$ 到 $\overline{x}+s(\overline{x})$ 范围内包含真值 μ 的可能性为** 68.3%。

9. 绝对误差与相对误差

如前所述，测量值 x 与真值 μ 之差称为测量误差。即

$$\delta=x-\mu$$

由于 δ 没有考虑测量值本身的大小，所以我们把这种误差称为**绝对误差**。但是衡量测量结果的优劣，还需要参考测量值本身的大小。为此，**将绝对误差 δ 与被测量真值 μ 之比称为相对误差**。以 E_r 表示，即

$$E_r=\frac{\delta}{\mu} \tag{01-9a}$$

相对误差用百分数来表示，又称**百分误差**，即

$$E_r=\frac{\delta}{\mu}\times 100\% \tag{01-9b}$$

如果被测物理量有理论值(或公认值)时，则用百分误差来表示测量的优劣，即为

$$E_r=\frac{\overline{x}-x_0}{x_0}\times 100\% \tag{01-9c}$$

式中 x_0 为被测物理量的理论值(或公认值)。

［**例 1**］ 对某物体的质量进行 6 次测量，得到的测量值分别为

$$x_1=802.40\text{g}$$
$$x_2=802.50\text{g}$$
$$x_3=802.38\text{g}$$
$$x_4=802.48\text{g}$$
$$x_5=802.42\text{g}$$
$$x_6=802.46\text{g}$$

试表达测量结果。

解

其算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{1}{6}(802.40+802.50+802.38+802.48+802.42+802.46)=802.44(\text{g})$$

各次测量残差的绝对值分别为

$$|x_1-\bar{x}|=|802.40-802.44|=0.04(\text{g})$$

$$|x_2-\bar{x}|=|802.50-802.44|=0.06(\text{g})$$

$$|x_3-\bar{x}|=|802.38-802.44|=0.06(\text{g})$$

$$|x_4-\bar{x}|=|802.48-802.44|=0.04(\text{g})$$

$$|x_5-\bar{x}|=|802.42-802.44|=0.02(\text{g})$$

$$|x_6-\bar{x}|=|802.46-802.44|=0.02(\text{g})$$

平均值的实验标准偏差

$$\begin{aligned}s(\bar{x})&=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}\\&=\sqrt{\frac{0.04^2+0.06^2+0.06^2+0.04^2+0.02^2+0.02^2}{6\times(6-1)}}\\&=0.0193(\text{g})\approx 0.02(\text{g})\end{aligned}$$

由于随机误差本身是一个估计值，所以其结果只取一位或两位数字。为简单起见，在大学物理实验中我们约定误差一律取一位。这样测量值便表示为

$$X=\bar{x}\pm s(\bar{x})=802.44\pm 0.02(\text{g})$$

四　间接测量结果的表达

1．间接测量的最佳估计值

前面讨论了直接测量结果及其误差的估算，但在实验中大多数物理量的求得，往往是由一些直接测得量通过一定的公式计算得到的。由直接测得量代入公式计算得到的结果，称为**间接测得量**。将各个直接测得量的最佳估计值(算术平均值)代入测量公式计算，得到的结果称为**间接测得量的最佳估计值**。当测量次数无限增多时，此最佳估计值与间接测得量算术平均值是一致的。设间接测得量 N 是各独立的直接测得量 $X,Y,Z,\cdots$ 的函数，即

$$N=f(X,Y,Z,\cdots)$$

各直接测得量的最佳估计值分别为 $\bar{x},\bar{y},\bar{z},\cdots$，则间接测得量的最佳估计值为

$$\bar{N}=f(\bar{x},\bar{y},\bar{z},\cdots) \tag{01-10}$$

2．标准偏差的传递公式

设间接测得量 $N=f(X,Y,Z,\cdots)$，式中 $X,Y,Z,\cdots$ 为各独立的直接测得量，它们分别表示为 $X=\bar{x}\pm s(\bar{x}),Y=\bar{y}\pm s(\bar{y}),Z=\bar{z}\pm s(\bar{z}),\cdots$，则间接测得量 N 表示为

$$N=\bar{N}\pm s(\bar{N})$$

式中 $\bar{N}$ 为间接测得量 N 的最佳估计值，据式(01-10)有

$$\bar{N}=f(\bar{x},\bar{y},\bar{z},\cdots)$$

$s(\bar{N})$为间接测得量平均值的标准偏差。经理论计算可以得到间接测得量平均值的标准偏差 $s(\bar{N})$为

$$s(\bar{N})=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)^2 s^2(\bar{x})+\left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)^2 s^2(\bar{y})+\left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)^2 s^2(\bar{z})+\cdots} \tag{01-11}$$

上式称为**标准偏差的传递公式**。

为使用方便，下面将常用的标准偏差传递公式列入表 01－1，以供查找。

表 01－1　　　　　常用运算关系的标准偏差传递公式

运算关系	标准偏差传递公式
$N=X+Y$	$s(\overline{N})=\sqrt{s^2(\overline{x})+s^2(\overline{y})}$
$N=X-Y$	$s(\overline{N})=\sqrt{s^2(\overline{x})+s^2(\overline{y})}$
$N=X\cdot Y$	$\dfrac{s(\overline{N})}{\overline{N}}=\sqrt{\left[\dfrac{s(\overline{x})}{\overline{x}}\right]^2+\left[\dfrac{s(\overline{y})}{\overline{y}}\right]^2}$
$N=\dfrac{X}{Y}$	$\dfrac{s(\overline{N})}{\overline{N}}=\sqrt{\left[\dfrac{s(\overline{x})}{\overline{x}}\right]^2+\left[\dfrac{s(\overline{y})}{\overline{y}}\right]^2}$
$N=X^n$	$\dfrac{s(\overline{N})}{\overline{N}}=n\dfrac{s(\overline{x})}{\overline{x}}$
$N=\sqrt[n]{X}$	$\dfrac{s(\overline{N})}{\overline{N}}=\dfrac{1}{n}\dfrac{s(\overline{x})}{\overline{x}}$
$N=\sin X$	$s(\overline{N})=\lvert\cos\overline{x}\rvert s(\overline{x})$
$N=\cos X$	$s(\overline{N})=\lvert\sin\overline{x}\rvert s(\overline{x})$
$N=\ln X$	$s(\overline{N})=\dfrac{s(\overline{x})}{\overline{x}}$

第三节　有效数字及其运算

一　有效数字

物理实验离不开物理量的测量，直接测量需要记录数据，间接测量不仅需要记录数据，而且要进行数据的计算。记录时应取几位数字，运算后应保留几位数字，这是数据处理中的一个重要问题。为了正确地反映测量的精密程度，引入有效数字的概念。我们**把测量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字**统称为**测量结果的有效数字**。有效数字的最后一位虽然是可疑的，但它在一定程度上反映了客观实际，因此它也是有效的。

从仪器上读出的数字，通常都应尽可能地估计到仪器最小刻度线以下一位。例如，用最小刻度为厘米的米尺来测量某物体的长度(如图 01－4a)，可以读出这物体的长度大于 11cm，小于 12cm，虽然米尺上没有刻到毫米，但可以凭目力估计到毫米(尺上最小刻度的$\dfrac{1}{10}$)，因而可以读出物体的长度为 11.5cm、11.6cm 或 11.7cm。前二位数可以从尺上直接读出来，是可靠数字；而第三位数是观测者估读出来的，估读的结果因人而异，因此这一

数字是有疑问的，通常称为存疑数字。由于第三位数字已是可疑的，所以在它以下的各数字的估计就没有必要了。这样，这个测量值包含三位有效数字。如果想把物体测量得更准确一些，用这个尺子是办不到的，只有更换精度更高的尺子才行。如果改用最小刻度为毫米的米尺来测这个物体的长度(图 01－4*b*)，则可直接读出这个物体的长度大于 11.6cm 而小于 11.7cm，再凭目力估计到$\frac{1}{10}$mm，从而可以读出物体的长度为 11.61cm、11.62cm 或 11.63cm。此时测量值包含四位有效数字。

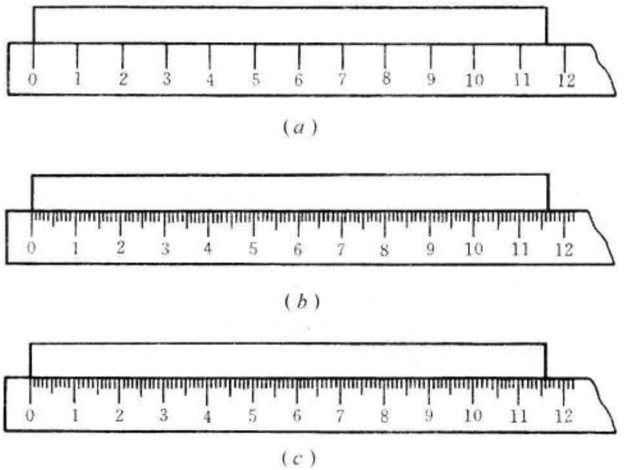


图 01－4　长度的测量

应当指出，1，2，…，9 九个数字，每个数字都是一位有效数字，而“0”是特殊的，需要注意以下几种情况。

1．**数字间及数字后的“0”皆为有效数字**。例如 10.62cm，是四位有效数字。又如 11.60cm，是四位有效数字，它表示物体的末端正好与分度线对齐，估读一位是“0”(图 01－4*c*所示)，所以这“0”是有效数字，必须记录。如写成 11.6cm 就不能如实反映测量的精度，在实验读数时，请勿忘记此点。总之，上述两种情况出现的“0”都属于有效数字。

2．**数字前的“0”不是有效数字**。例如 0.12、0.012 或 0.0012 都是两位有效数字，这里的“0”表示的是数量级的大小，而实际测量只进行两位，所以这种情况下的“0”是不算作有效数字的。

为了书写规范，我们常采用以下的标准形式，即用 10 的方幂来表示其数量级，常使小数点前取一位数字。例如 0.0456m，写成标准形式为 4.56×10^{-2}m，这样写不仅整齐规范，而且非有效数字的“0”也自然消失。在进行单位换算时，必须采用标准形式，才不会使有效数字因单位换算有所改变。例如 106.4m 不能写成 106400mm，而应写成 1.064×10^{2}m＝1.064×10^{5}mm。

二　有效数字的运算规则

1．有效数字的运算结果通常只保留一位存疑数字。**两个量相加(或相减)时，应按照各个量中存疑数字所在数位最前的一个为准来进行计算。**

例如

$$
\begin{array}{r}
30.\underline{4}\\
+\quad 4.32\underline{5}\\
\hline
34.\underline{7}\underline{2}\underline{5}
\end{array}
$$

式中，我们在存疑数字下方加一横线，以便与可靠数字相区别。因为 30.$\underline{4}$中的 4 是存疑数字，所以 $\underline{4}+3=\underline{7}$也是存疑的，其后的两位数便无意义了。按照现在通用的“四舍六入五凑偶”的法则（即尾数小于五则舍，大于五则入，等于五前一项是偶数则舍，前一项是奇数则入），其结果为 34.$\underline{7}$。

又如

$$
\begin{array}{r}
30.\underline{4}\\
-\quad 0.23\underline{5}\\
\hline
30.\underline{1}\underline{6}\underline{5}
\end{array}
$$

同理，有效数字可以取到小数点后一位，按照“大于五则入”的原则，本例应向前进位，其结果为 30.$\underline{2}$，有效数字为三位。

以上方法可以推广到多个量的相加（或相减）的计算中去。

2. 几个量相乘（或相除）时，同样根据计算结果只保留一位存疑数字的原则，则有：**两个量相乘（或相除）的积（或商），其有效数字一般与诸因子中有效数字最少的相同。**例如

$$
\begin{array}{r}
1.63\underline{4}\\
\times\quad 15.\underline{6}\\
\hline
\underline{9}\underline{8}\underline{0}\underline{4}\\
817\underline{0}\\
163\underline{4}\\
\hline
25.\underline{4}\underline{9}\underline{0}\underline{4}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
35.\underline{4}\underline{0}\\
72\underline{1}\,\overline{)\,2552\underline{8}}\\
216\underline{3}\\
\hline
38\underline{9}^{*}\underline{8}\\
360\underline{5}\\
\hline
2\underline{9}\underline{3}0\\
288\underline{4}\\
\hline
\underline{4}\underline{6}0
\end{array}
$$

以上两例的结果分别为 25.$\underline{5}$和 35.$\underline{4}$，有效数字都是三位，也就是与诸因子中有效数字位数最少的相同。

以上方法可以推广到多个量的相乘（或相除）等运算中去。

同理可以证明，**一个数的乘方、开方的有效数字与该数的有效数字位数相同。**

3. 如果常用公式中的某些数字是绝对准确数字，计算不能以它为准来考虑计算结果的有效数字的位数。例如动能 $E_K=\dfrac{1}{2}mv^2$ 中，分母上的“2”是绝对准确的数字，不能因为“2”的存在，计算结果就取一位有效数字，而应与 m 和 v 中有效数字位数最少的相同。

4. 如果公式中的某些常数已有很准确的数值，计算时也只须考虑其他量的有效数字位数。例如运用 $S=\pi r^2$ 计算圆面积时，若 r 有三位有效数字，而 π 可取 3.142，而计算结果取三位有效数字。若 r 有五位有效数字，则 π 可取 3.14159，而计算结果取五位有效数字。

5. 如果某一计算中，既有加减，又有乘除，则可逐步按上述有效数字运算法则处理，

* “9”虽为存疑数字，但不影响商“5”，所以“5”还是准确数字。