

31

# 測量學新編

李瓊武著

李 瓊 武

國立成功大學土木工程系

國立成功大學航空測量研究所

測量 高考 及格・測量技師

翻印所有



翻印必究

---

---

測 量 學 新 編

編 著 者：李 瓊 武

住 址：台北市南昌路一段 161 號 2F

發行所名稱：九樺出版社

發 行 人：陳 木 生

地 址：台北市南昌路一段 161 號 2F

電 話：3910127 \* 3919950

印 刷 廠：金全印製公司

地 址：台北市中華路二段 441 巷 12 號

電 話：3032098・3035107

郵 撥：112514—2 號九華帳號

---

---

定 價：新臺幣貳佰元整

再 版 日 期：75 年 10 月 31 日

## 序 言

測量學涉及範圍甚廣，細節繁瑣，使學者難以融合各單元內容而建立起整體的觀念，再加近年來高考、普考、特考測量學試題趨向整體規劃申論性及觀念性題目，更使學者難有把握得高分的信心。本書即針對此點有系統化、連貫性地編成，目的在導引學者建立整體堅實之測量根基。

本書乃作者積歷年教學及外業實作經驗，參考多本測量書籍精華彙編而成。每章後增列例題精粹，幫助學者了解本章重心及命題重點所在，祈學者善加利用。

編寫過程中，對陳清標先生給予資料協助，陳寶蓮小姐、高麗蘭小姐校稿，深致謝意，並限於篇幅時間之關係，恐有疏漏，尚祈先進不吝指教，是所甚幸。

李 瓊 武 謹識於台大·地震館

中華民國七十三年四月二十七日

# 目錄

|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| 第一章 測量概論 .....                            | 1  |
| 1-1 測量之定義 .....                           | 1  |
| 1-2 測量之分類 .....                           | 1  |
| 1-3 測量之基準 .....                           | 3  |
| 1-4 地球之曲率、距離、高低差 .....                    | 4  |
| 1-5 平面直角座標系投影誤差 .....                     | 6  |
| 1-6 測量之誤差 .....                           | 7  |
| 1-7 誤差傳播定律 .....                          | 10 |
| 1-8 精確度 (Accuracy) 與精密度 (Precision) ..... | 11 |
| 1-9 重點整理⇒例題精粹 .....                       | 11 |
| 第二章 距離測量 .....                            | 19 |
| 2-1 概說 .....                              | 19 |
| 2-2 測尺測量 .....                            | 19 |
| 2-3 直角儀標定垂直線 .....                        | 32 |
| 2-4 測尺量距之誤差及其改正 .....                     | 36 |
| 2-5 電子測距 .....                            | 42 |
| 2-6 光學測距法 .....                           | 49 |
| 2-7 重點整理⇒例題精粹 .....                       | 80 |

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 第三章 高程測量 .....         | 91  |
| 3-1 高程概說 .....         | 91  |
| 3-2 高程測量分類 .....       | 91  |
| 3-3 名詞定義 .....         | 91  |
| 3-4 直接水準測量之原理 .....    | 94  |
| 3-5 水準儀之構造 .....       | 95  |
| 3-6 水準儀之種類 .....       | 100 |
| 3-7 水準儀之校正 .....       | 104 |
| 3-8 水準測量之實施 .....      | 112 |
| 3-9 水準測量之誤差來源及影響 ..... | 115 |
| 3-10 水準測量作業之注意事項 ..... | 116 |
| 3-11 權平均值 .....        | 120 |
| 3-12 水準網嚴密平差之計算 .....  | 123 |
| 3-13 渡河水準測量 .....      | 128 |
| 3-14 水準測量之應用 .....     | 130 |
| 3-15 氣壓高程測量 .....      | 136 |
| 3-16 三角高程測量 .....      | 140 |
| 3-17 重點整理⇒例題精粹 .....   | 145 |
| 第四章 經緯儀測量 .....        | 155 |
| 4-1 經緯儀測量概說 .....      | 155 |
| 4-2 經緯儀構造 .....        | 156 |
| 4-3 經緯儀校正 .....        | 166 |
| 4-4 角度測量 .....         | 170 |

|                   |                      |     |
|-------------------|----------------------|-----|
| 4-5               | 經緯儀測量誤差來源及解決方法 ..... | 176 |
| 4-6               | 經緯儀之應用 .....         | 182 |
| 4-7               | 羅盤儀角度測量 .....        | 184 |
| 4-8               | 重點整理→例題精粹 .....      | 185 |
| 第五章 三角測量 .....    |                      | 197 |
| 5-1               | 三角測量概說 .....         | 197 |
| 5-2               | 三邊測量概說 .....         | 199 |
| 5-3               | 三角測量作業 .....         | 201 |
| 5-4               | 基線網及三角點選點 .....      | 201 |
| 5-5               | 埋石與造標 .....          | 205 |
| 5-6               | 基線測量 .....           | 206 |
| 5-7               | 方位角測定 .....          | 207 |
| 5-8               | 水平角與縱角觀測 .....       | 207 |
| 5-9               | 三角測量之計算與平差 .....     | 210 |
| 5-10              | 交會法定三角補點 .....       | 220 |
| 5-11              | 重點整理→例題精粹 .....      | 235 |
| 第六章 經緯儀導線測量 ..... |                      | 253 |
| 6-1               | 導線之分類 .....          | 253 |
| 6-2               | 導線點之選擇 .....         | 255 |
| 6-3               | 導線測量法 .....          | 256 |
| 6-4               | 導線計算 .....           | 258 |
| 6-5               | 導線網及導線交會點之改正 .....   | 265 |
| 6-6               | 導線測量之錯誤及精度討論 .....   | 268 |

|       |                     |     |
|-------|---------------------|-----|
| 6 - 7 | 重點整理⇒例題精粹 .....     | 269 |
| 第七章   | 平板儀測量 .....         | 285 |
| 7 - 1 | 平板儀測量概說 .....       | 285 |
| 7 - 2 | 平板儀構造 .....         | 285 |
| 7 - 3 | 平板儀校正 (照準儀校正) ..... | 288 |
| 7 - 4 | 平板儀測量 .....         | 291 |
| 7 - 5 | 平板儀測量誤差來源 .....     | 308 |
| 7 - 6 | 平板儀測量之優缺點 .....     | 308 |
| 7 - 7 | 平板儀測量誤差之討論 .....    | 309 |
| 7 - 8 | 重點整理⇒例題精粹 .....     | 314 |
| 第八章   | 應用測量 .....          | 317 |
| 8 - 1 | 地形測量 .....          | 317 |
| 8 - 2 | 路線測量 .....          | 335 |
| 8 - 3 | 土方之計算 .....         | 367 |
| 8 - 4 | 地籍測量 .....          | 371 |
| 8 - 5 | 河海測量 .....          | 387 |
| 8 - 6 | 礦區測量 .....          | 397 |
| 8 - 7 | 都市計劃定樁測量 .....      | 401 |
| 8 - 8 | 微變測量 .....          | 404 |
| 8 - 9 | 重點整理⇒例題精粹 .....     | 409 |

# 第一章 測量概論

## 1-1測量之定義

- (1)測量是使用儀器量度地面上點與點的關係、位置，以圖示法繪製成圖之作業技術。
- (2)按工程設計已知之方位、距離及高程數據，測設其位置於實地上之作業。

## 1-2測量之分類

### (1)按區域大小分類

①大地測量 ( Geodetic Surveying ) : 測區較廣大，須顧及地球曲率及大氣折光差等因素的測量作業稱為大地測量。其測量目的在測定地球表面上各點大地座標及高程，以供國內一切測量之依據。國際測量學術機構研究地球形狀及大小時，亦須用大地測量成果。大地測量之作業儀器，均係高度精密儀器，測量方法講求絕對嚴密。大地測量作業項目有天文測量、精密三角測量、三邊測量、水準測量、重力測量。

②平面測量 ( Plane Surveying ) : 凡測量作業範圍在 20 平方公里以內，測量作業方法按平面三角及幾何原理實施，即為平面測量。故平面測量不考慮地球曲率影響，地面上各點鉛垂線，均視為相互平行。點與點間的距離，亦視為水平直線距離，所觀測

的方向或水平角，均以平面角計算，惟對遠距離的三角高程測量，須計算地球曲率及折光差改正。

平面測量與大地測量二者間具有不同的幾何條件，茲列表說明如下：

| 名 稱    | 平面測量        | 大 地 測 量                  | 附 註                                      |
|--------|-------------|--------------------------|------------------------------------------|
| 水準面    | 水平面         | 球面                       | 二點相距 $1\text{ km}$ 的地球曲度差約 $8\text{ cm}$ |
| 距 離    | 直線距         | 弧距                       | $10\text{ km}$ 弧距較其所夾的弦距長 $1\text{ mm}$  |
| 子午線    | 平行線         | 僅在赤道上平行                  |                                          |
| 三角形內角和 | $180^\circ$ | $180^\circ + \text{球角超}$ | $200\text{ km}$ 面積的三角形其球角超為 $1''$        |

## (2)按測量作業目的分類

- ①控制點測量。
- ②地籍地界測量。
- ③地形測量。
- ④河川測量。
- ⑤公路測量。
- ⑥營建工程測量。
- ⑦空中攝影測量。
- ⑧礦區、森林測量。

## 1-3測量之基準

(1)形狀基準：採用 1967 學會決定國際地球形狀基準值，係 Kuala 根據重力、天文、大地及人造衛星聯測計算所得，如圖 1-1。

長半徑  $a = 6378.160\text{M}$

短半徑  $b = 6356.774\text{M}$

$$\text{扁率 } f = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{298.25}$$

$$\text{離心率 } e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00669454185$$

地球半徑近似值  $R$

$$R = \frac{1}{3} (2a + b) = 6,371,031\text{M}$$

$$\approx 6370\text{KM}$$

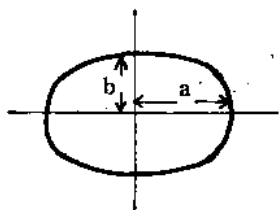


圖 1-1

(2)位置原點：台灣地區三角基準點在南投縣埔里鎮虎子山，位置東經  $120^{\circ}58'25.975''$ ，北緯  $23^{\circ}58'32.340''$ ，對頭拒山之方位角  $323^{\circ}57'23.135''$ 。

(3)高程原點：基隆平均潮位面起算，以基隆 B.M. 8 水準點為水準基點，其高程  $2.9628\text{M}$ 。

(4)地球形狀的考慮

一等三角測量 - - - - - 橢球體曲面

二、三等三角測量 - - - - - 半徑  $R = 6370\text{KM}$  之球面

四、五等三角測量 - - - - - 局部水平面

## 1-4 地球之曲率、距離、高低差

圖 1-2，距離誤差：

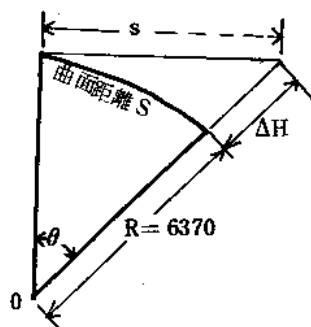


圖 1-2

$$s = R \tan \theta$$

$$\div R \cdot \left( \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2}{15} \theta^5 + \dots \right)$$

$$\div R \left( \theta + \frac{\theta^3}{3} \right)$$

$$\theta = \frac{S}{R} \text{ rad}$$

$$s - S = S^4 / 3R^2$$

精度  $\frac{s - S}{S} = \frac{S^3}{3R^2}$

**影響：**

|    |                   |                    |                     |                       |
|----|-------------------|--------------------|---------------------|-----------------------|
| 距離 | S                 | 110KM              | 35KM                | 11KM                  |
| 精審 | $\frac{s - S}{S}$ | $\frac{1}{10,000}$ | $\frac{1}{100,000}$ | $\frac{1}{1,000,000}$ |

高程誤差：

$$R + \Delta H = R \cdot \sec \theta \doteq R \cdot \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} + \frac{5}{24} \theta^4 + \dots \right)$$

$$\doteq R + \frac{S^2}{2R}$$

$$\Delta H = \frac{S^2}{2R}$$

**影響：**

|      |            |       |      |     |       |
|------|------------|-------|------|-----|-------|
| 距 離  | S          | 100m  | 500m | 1KM | 10KM  |
| 高程誤差 | $\Delta H$ | 0.8mm | 2cm  | 8cm | 7.85m |

## 1-5平面直角座標系投影誤差

### (1)座標原點

尺度比率  $S/L = 0.9999$

尺度誤差 =  $1/10000$

### (2)尺度比率 $S/L = 1$

尺度誤差 = 0

### (3) $S/L = 1.0001$

尺度誤差 =  $1/10000$

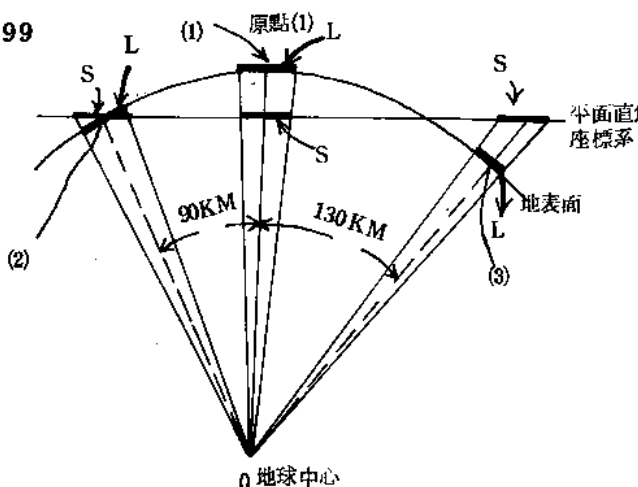


圖 1-3

尺度比率 0.9999 乃指球面上長度 10000m，在平面投影為 9999.0m，地籍測量及大比例尺（含 1/5000）測圖應用之座標系統— 2° 分帶，中央子午線尺度比率為 0.9999，台灣地區以 121° 為中央子午線，尺度比率在 0.9999 ~ 1.00005 間，尺度誤差 1/10000 ~ 1/20000，座標原點為中央子午線與赤道交點，橫座標西移 250,000 公尺。

## 1-6 測量之誤差

### (1) 誤差之種類

- ① 錯誤：疏忽、不熟練所產生……屬誤差分析之範圍外，多加檢核，加強注意，多加練習，可避免之。
- ② 系統誤差：由於儀器本身或儀器改正欠完善之小誤差。此為常差，若經多次觀測後，累積成大誤差。應小心校正儀器或於施測後加以計算改正。
- ③ 偶然誤差：由於自然環境之變化，儀器不夠精細，觀測者之偏向等因素所引起，其值常甚小，無法立即察覺。其出現之情況有正有負，其正負出現之機會常相等。可以改良儀器和測量方法，或增加測量次數來減小其影響。

而偶然誤差之大小，與 $\sqrt{n}$ 發生之次數呈反比，適用誤差理論最小二乘法求最或是值。

### (2) 偶然誤差之特性

圖 1-4 ① 小誤差發生之次數較大誤差為多。

② 正誤差與負誤差發生之次數約相同。

③ 甚大之誤差，發現次數甚少。

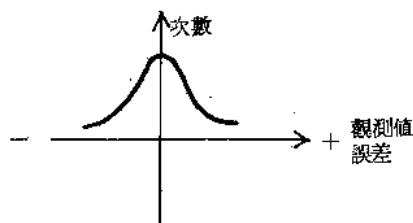
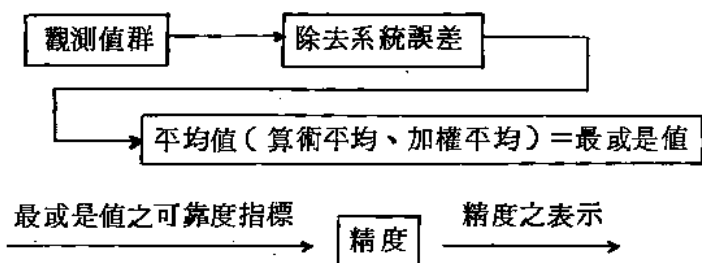


圖 1-4

## (3) 誤差計算與精度表示



① 標準誤差 (中誤差) .....  $\pm m = \pm \sqrt{\frac{\sum VV}{(n-1)}}$  , 即正常分

佈曲線之平均值與反曲點間的距離大小。

$V$  = 各觀測值之剩餘誤差

= 平均值 - 觀測值

$n$  = 觀測值之次數

② 平均誤差 .....  $\pm t = \pm \frac{\sum |V|}{n} = \pm 0.7979 m$

③ 或是誤差 .....  $\pm r = \pm 0.6745 m$  , 即大於  $r$  之誤差出現概  
率與小於  $r$  之誤差出現概率相等, 亦為將各觀測所得之偶然誤差  
之絕對值, 依大小排列, 取其中央之值, 即為或是誤差  $r$ 。

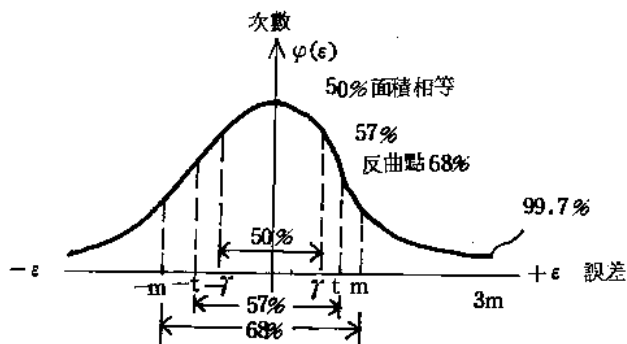
## (4) 誤差分佈曲線與誤差幾何意義

誤差曲線  $\varphi(\varepsilon) = (h/\sqrt{\pi}) e^{-h^2 \cdot \varepsilon^2}$

$m$  : 反曲點, 面積 68%

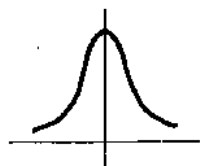
$t$  : 半面積之重心之橫座標 57%

$r$  : 面積相等之橫座標 50%

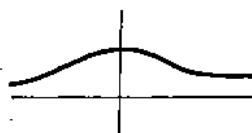


\*  $3\sigma$  以上誤差為錯誤應摒棄

圖 1-5



高精度分佈



低精度分佈

圖 1-6

圖 1-7

$\varepsilon$  (真誤差) = 真值 - 觀測值

$V$  (剩餘誤差) = 最或是值 - 觀測值

誤差曲線  $\varphi(\varepsilon) = (h/\sqrt{\pi}) e^{-h^2 \cdot \varepsilon^2}$ ,  $h$  為精度指數,  $\varepsilon = 0$ ,

則  $y = \varphi(\varepsilon) = h/\sqrt{\pi}$ , 此為誤差曲線最高點。

經公式導出

$$\Rightarrow m = 1/h\sqrt{2}$$

$$t = 1/h\sqrt{\pi}$$

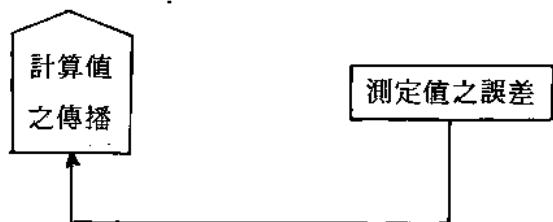
$$\gamma = 0.47694/h$$

## 1-7 誤差傳播定律

設由觀測值計算之任一未知量，則觀測值所含之誤差一定會傳播至未知量。

例如： 所求之量（未知量）      觀測之量（已知量）

$$\text{三角形面積} = \frac{1}{2}(\text{底}) \times (\text{高})$$



一般公式：設觀測值  $x_1, x_2, \dots, x_n$  之中誤差為  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$

則函數  $Y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  之中誤差  $M_Y$

$$M_Y^2 = \left( \frac{\partial F}{\partial x_1} \sigma_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial x_2} \sigma_2 \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial F}{\partial x_n} \sigma_n \right)^2$$

歷屆考題：

- 1 今有一面積測量，其長邊長為 218.3 m，中誤差為  $\pm 0.1$  m，短邊為 140.0 m，中誤差  $\pm 0.1$  m，試求面積及中誤差（66.4 檢）