



自主创新
方法先行

伴你学数学

——概率统计及其应用导学

安建业 张凤宽 滕树军 王玉津 编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



自主创新
方法先行

伴你学数学

——概率统计及其应用导学

Ban Ni Xue Shuxue
Gailü Tongji jiqi Yingyong Daoxue

安建业 张凤宽 滕树军 王玉津 编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是与《概率统计及其应用》(于义良等编著,高等教育出版社出版)相配套的导学教材,是科技部项目“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践”和高等学校大学数学教学研究中心项目“基于创新人才培养的数学课程教学体系的统筹设计与实践”的研究成果。

全书分为八章,内容包括随机事件及其概率,随机变量及其分布,随机向量及其分布,随机变量的数字特征,统计估值,统计检验,方差分析,相关与回归分析。每一章通过课前预习导引,整理、归纳和提升,帮助与提高,走进数学四个模块实现“翻译”、“梳理”、“答疑解惑”、“启发开拓”四项功能。内容顺序的编排,既注意到了与教材的同步性,又注意到了读者使用的方便性,与教材具有相对独立性。

本书可作为非数学类本科专业学生学习“概率统计”的参考书,对参加全国硕士研究生入学统一考试的学生也具有参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

概率统计及其应用导学 / 安建业等编. — 北京 : 高等教育出版社, 2012. 8
(伴你学数学)
ISBN 978-7-04-034846-0

I. ①概… II. ①安… III. ①概率统计—高等学校—教学参考资料 IV. ①O211

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第145830号

策划编辑 贾翠萍
插图绘制 尹文军

责任编辑 杨波
责任校对 胡美萍

封面设计 张楠
责任印制 赵义民

版式设计 范晓红

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 大厂益利印刷有限公司
开本 787mm × 960mm 1/16
印张 22.25
字数 400千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landrace.com>
<http://www.landrace.com.cn>
版次 2012年8月第1版
印次 2012年8月第1次印刷
定价 34.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 34846-00

高等学校大学数学教学研究与发展中心

项目研究成果

前 言

本套书是与罗蕴玲、李乃华、于义良等编著的《高等数学及其应用》《线性代数及其应用》《概率统计及其应用》相配套的导学教材,是科技部项目“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践”和高等学校大学数学教学研究中心项目“基于创新人才培养的数学课程教学体系的统筹设计与实践”的研究成果。本套导学教材包括《伴你学数学——高等数学及其应用导学》《伴你学数学——线性代数及其应用导学》和《伴你学数学——概率统计及其应用导学》,主要面向使用该套主教材的学生,也可供教师参考。

随着社会的不断进步与高新技术的不断发展,数学作为一门具有高度抽象性、严谨逻辑性和广泛应用性的学科,其在培养人的综合素养方面的地位与作用日益提高,使得社会各界对高等学校的数学教育愈加关注。我们编写的这套导学教材,就是为了适应这种变化,更好地满足教师和学生的教与学需求,其具有“翻译”、“梳理”、“答疑解惑”、“启发开拓”四项功能,在“做中学、学中悟、悟中醒、醒中行”方面做了有益的尝试。

本套导学教材内容顺序的编排,既注意与主教材的同步性,又注意读者使用的方便性,与主教材具有相对独立性。每章包括如下四部分内容:

- **课前预习导引** 包括教学大纲解读和考研大纲解读及问题搜索;
- **整理、归纳和提升** 包括知识整理、技能归纳和能力提升;
- **帮助与提高** 包括主教材中(A)类和(B)类习题的解答及考研连线;
- **走进数学** 让学生感受数学文化、领会数学精神。

本套导学教材旨在将科学思维、科学方法的内涵融入数学基础课课程体系、教学内容和教学方法的改革与实践,充分发挥数学对学生能力、素质培养的功效;让学生在课程学习中可以常“回味”和多“联想”,帮助学生掌握重点、领会问题的实质,引导学生自觉思考,启迪学生发现问题、分析问题和解决问题,更好地掌握和巩固基础知识与基本技能,提高数学素养,开阔视野。本套导学教材具有如下特色:

1. **教与学融合**:通过对教学大纲解读和编者提出问题及读者自设问题的方式,让学生明确学习目标,引导学生自主思考,在质疑、解疑中提升学生对知识的理解,激活求知欲。

2. **导与悟并行**:通过对知识点以表格流程和技能归纳的形式进行梳理,帮

助学生形成一个清晰完整的知识结构体系,在掌握知识的同时掌握各种题型的基本解题方法和技巧,做到有的放矢,触类旁通;与此同时,通过“停下来想一想栏目解惑”、“易错警示(辨错作答)”以及“思想方法释义”模块,把教材中不易理解的抽象知识“翻译”成通俗、具体的知识,帮助学生更直接、更有效地进行学习,领悟数学思想方法,达到增强学生学习能力,促进学生经历观察、试验、猜测、尝试、推理、交流、反思等活动的目的。

3. 面与点兼备:通过对教材分层习题(A)、(B)的详解和考研连线中对基础题、拓展题的分类设置,使不同层级的学生都开卷有益,以满足学生差异性发展的需求。

4. 探与行共存:通过对基于课程所选择的理论素材、实际应用、特殊要点等问题进行追本溯源、递进剖析、猜想试探,讲清楚数学思维和数学方法,讲明白应用的条件、方法和结果,开拓学生的思路和视野,培养学生的洞察力、理解力以及探索和发现问题的能力;让学生体会数学的魅力,真正走进数学、应用数学。

天津市教育委员会高教处、全国高等学校教学研究中心及高等学校大学数学教学教学研究与发展中心对项目的研究给予了热心的指导和资助,在他们的关心和支持下,项目的研究与实践得以顺利进行,高等教育出版社的同志对本书的出版给予了热情的支持和帮助,没有他们的指导和出色编辑,就不可能有本套导学教材的面世。在此,我们一并致以最诚挚的感谢。

天津商业大学理学院长期从事经济管理类专业概率统计教学建设的老师们在该项目的教学研讨和实践中付出了辛勤劳动,正是他们的积极支持和鼓励才使我们以充沛的精力高标准地完成了本书的编写工作。在此,我们致以最诚挚的谢意。

我们期盼这套教材能为广大读者带来学数学的轻松、做数学的快乐和用数学的效益。同时,热情欢迎广大师生和读者提出批评与建议,让我们共同为持续提高数学课程的教学质量而不懈努力。

编者

2012. 01. 15

目 录

8E
8E
0B
0B
2A
第 1 章 随机事件及其概率		1
5A	▣ 课前预习导引	1
5A	一、大纲解读	1
5A	1. 教学大纲解读	1
7A	2. 考研大纲解读(2012 版)	1
4A	二、问题搜索	2
4A	▣ 整理、归纳和提升	3
2A	一、知识整理	3
2A	二、技能归纳	6
0A	1. 写出随机试验的样本空间	6
7A	2. 随机事件的表达和化简	6
7A	3. 求随机事件的概率	7
2A	三、能力提升	11
0A	1. 停下来想一想栏目解惑	11
0A	2. 易错警示	14
0A	3. 思想方法释义	15
2A	▣ 帮助与提高	16
7A	一、教材(A)类题解答	16
7A	习题 1.1(A)	16
7A	习题 1.2(A)	18
7A	习题 1.3(A)	20
0A	二、教材(B)类题解答	25
0A	习题 1.1(B)	25
0A	习题 1.2(B)	26
0A	习题 1.3(B)	30
7A	三、考研连线	35
0A	1. 基础题	35
0A	2. 拓展题	38

四、探究与应用	38
* 敏感性问题调查	38
📁 走进数学	40
* 概率论的起源与发展	40
第 2 章 随机变量及其分布	42
📖 课前预习导引	42
一、大纲解读	42
1. 教学大纲解读	42
2. 考研大纲解读(2012 版)	42
二、问题搜索	43
📁 整理、归纳和提升	44
一、知识整理	44
二、技能归纳	45
1. 求随机变量的概率分布、分布密度及分布函数中的未知参数	45
2. 判断一个函数是否是分布函数或密度函数	46
3. 由概率密度求分布函数及随机事件的概率	47
4. 求离散型随机变量的概率分布	47
5. 常见分布在计算概率中的应用	48
6. 求连续型随机变量函数的概率分布	49
三、能力提升	50
1. 停下来想一想栏目解惑	50
2. 易错警示	55
3. 思想方法释义	57
📖 帮助与提高	57
一、教材(A)类题解答	57
习题 2.2(A)	57
习题 2.3(A)	60
习题 2.4(A)	62
二、教材(B)类题解答	66
习题 2.2(B)	66
习题 2.3(B)	67
习题 2.4(B)	69
三、考研连线	70

811	1. 基础题	70
811	2. 拓展题	74
811	四、探究与应用	75
811	※ 随机变量的概率分布	75
811	走进数学	77
811	※ 无所不在的正态分布	77
第3章 随机向量及其分布		79
811	课前预习导引	79
811	一、大纲解读	79
811	1. 教学大纲解读	79
811	2. 考研大纲解读(2012版)	79
811	二、问题搜索	80
811	整理、归纳和提升	81
811	一、知识整理	81
811	二、技能归纳	83
811	1. 二维离散型随机向量分布的计算	83
811	2. 边缘密度函数的求法	84
811	3. 连续型随机向量函数分布的求法	85
811	4. 密度函数规范性的应用	85
811	5. 利用卷积公式求独立随机变量和的分布	86
811	三、能力提升	87
811	1. 停下来想一想栏目解惑	87
811	2. 易错警示	89
811	3. 思想方法释义	90
811	帮助与提高	90
811	一、教材(A)类题解答	90
811	习题3.1(A)	90
811	习题3.2(A)	95
811	习题3.3(A)	101
811	二、教材(B)类题解答	104
811	习题3.1(B)	104
811	习题3.2(B)	106
811	习题3.3(B)	112

07	三、考研连线	113
07	基础题	113
27	四、探究与应用	115
27	※ 汽车保险的理赔问题	115
27	走进数学	116
27	※ 蒙特卡罗方法简介	116
第4章 随机变量的数字特征		119
07	课前预习导引	119
07	一、大纲解读	119
07	1. 教学大纲解读	119
07	2. 考研大纲解读(2012版)	119
08	二、问题搜索	120
18	整理、归纳和提升	121
18	一、知识整理	121
18	二、技能归纳	123
18	1. 求离散型随机变量的数学期望	123
18	2. 密度函数为分段函数的随机变量数学期望的计算	124
28	3. 连续型随机变量函数数学期望的应用	125
28	4. 利用依概率收敛的定义进行证明	126
08	三、能力提升	126
28	1. 停下来想一想栏目解惑	126
28	2. 易错警示	127
08	3. 思想方法释义	128
00	帮助与提高	129
00	一、教材(A)类题解答	129
00	习题 4.1(A)	129
00	习题 4.2(A)	140
20	习题 4.3(A)	144
101	二、教材(B)类题解答	147
101	习题 4.1(B)	147
101	习题 4.2(B)	151
001	习题 4.3(B)	156
011	三、考研连线	157

805	1. 基础题	157
805	2. 拓展题	158
805	四、探究与应用	158
115	* 水龙头设置问题	158
115	走进数学	159
115	* 精心挑选的平均数	159
115	第5章 统计估值	162
115	□ 课前预习导引	162
815	一、大纲解读	162
815	1. 教学大纲解读	162
815	2. 考研大纲解读(2012版)	162
815	二、问题搜索	163
815	□ 整理、归纳和提升	164
815	一、知识整理	164
055	二、技能归纳	166
055	1. 基本统计量的计算	166
555	2. 抽样分布的推导与计算	169
555	3. 正态总体均值与方差的区间估计	171
555	4. 点估计的求法及其优良性	174
055	三、能力提升	178
055	1. 停下来想一想栏目解惑	178
555	2. 易错警示	181
555	3. 思想方法释义	182
555	▣ 帮助与提高	183
855	一、教材(A)类题解答	183
855	习题5.1(A)	183
855	习题5.2(A)	186
855	习题5.3(A)	189
055	习题5.4(A)	191
855	二、教材(B)类题解答	194
855	习题5.1(B)	194
855	习题5.2(B)	199
745	习题5.3(B)	202

习题 5.4(B)	203
三、考研连线	208
1. 基础题	208
2. 拓展题	211
四、探究与应用	214
* 捕鱼问题	214
走进数学	216
* 数理统计学的发展历史	216
第 6 章 统计检验	218
□ 课前预习导引	218
一、大纲解读	218
1. 教学大纲解读	218
2. 考研大纲解读(2012 版)	218
二、问题搜索	218
□ 整理、归纳和提升	220
一、知识整理	220
二、技能归纳	222
1. 假设检验两类错误的分析与计算	222
2. 单正态总体的假设检验	224
3. 双正态总体的假设检验	226
4. 成对数据的比较检验法	229
三、能力提升	232
1. 停下来想一想栏目解惑	232
2. 易错警示	237
3. 思想方法释义	238
▣ 帮助与提高	239
一、教材(A)类题解答	239
习题 6.1(A)	239
习题 6.2(A)	240
习题 6.3(A)	243
二、教材(B)类题解答	246
习题 6.1(B)	246
习题 6.2(B)	247

习题 6.3(B)	250
三、探究与应用	252
※ 工厂决策问题	252
走进数学	254
※ 假设检验与超感测试	254
第 7 章 方差分析	256
课前预习导引	256
一、大纲解读	256
1. 教学大纲解读	256
2. 考研大纲解读(2012 版)	256
二、问题搜索	256
整理、归纳和提升	257
一、知识整理	257
二、技能归纳	259
1. 利用 Excel 软件进行单因素方差分析	259
2. 利用 Excel 软件进行双因素方差分析	261
三、能力提升	265
1. 停下来想一想栏目解惑	265
2. 易错警示	266
3. 思想方法释义	267
帮助与提高	268
一、教材(A)类题解答	268
习题 7(A)	268
二、教材(B)类题解答	281
习题 7(B)	281
三、探究与应用	288
※ 钢筋质量的统计分析	288
走进数学	299
※ 费希尔与现代统计学	299
第 8 章 相关与回归分析	303
课前预习导引	303
一、大纲解读	303

第 1 章 随机事件及其概率

课前预习导引

一、大纲解读

1. 教学大纲解读

(1) 教学内容 随机现象, 随机事件, 样本空间, 事件的关系与运算, 概率的定义, 概率的基本性质, 古典概型, 几何概型, 条件概率, 概率的乘法公式, 全概率与贝叶斯(Bayes)公式, 事件的独立性, 伯努利(Bernoulli)概型.

(2) 教学要求

- ① 理解随机现象、样本空间、随机事件、频率、概率、条件概率等概念.
- ② 掌握随机事件的关系和运算及运算律.
- ③ 掌握概率的公理化定义, 熟练掌握概率的性质, 概率的加法公式, 减法公式及乘法公式.
- ④ 掌握求古典概率的条件, 会计算较简单的古典概率.
- ⑤ 掌握全概率公式、贝叶斯公式并会解有关的问题.
- ⑥ 理解事件的独立性的概念, 掌握用事件独立性进行概率计算的方法, 熟悉伯努利概型, 并能进行相关的计算.

2. 考研大纲解读(2012 版)

(1) 考试内容

随机事件与样本空间, 事件的关系与运算, 完备事件组, 概率的概念, 概率的基本性质, 古典型概率, 几何型概率, 条件概率, 概率的基本公式, 事件的独立性, 独立重复试验.

(2) 考试要求

- ① 了解样本空间(基本事件空间)的概念, 理解随机事件的概念, 掌握事件的关系及运算.
- ② 理解概率、条件概率的概念, 掌握概率的基本性质, 会计算古典型概率和几何型概率, 掌握概率的加法公式、减法公式、乘法公式、全概率公式以及贝叶斯

公式等.

③ 理解事件的独立性的概念,掌握用事件独立性进行概率计算;理解独立重复试验的概念,掌握计算有关事件概率的方法.

二、问题搜索

第1.1节 随机事件

问题:

1. 自然界的现象中有哪些现象只有确定的一个结果,又有哪些现象的结果不确定,可能出现不同的结果? 如果一个现象的结果不止一个,那么出现各个结果的可能性一样吗? 有无规律可循?

2. 我们通常会说这样的事件发生的可能性大一些,那样的事件发生的可能性小一些. 那么你认为我们所谈到的“事件”如何用数学的方法表达呢?

读者的问题:

第1.2节 事件的概率

问题:

1. 你在生活中接触过“概率”这个词吗? 你能用自己的语言给它下个定义吗? 你认为你给出的定义有什么优缺点?

2. 概率起源于赌博,如何判断赌博的公平性?

3. 买彩票是典型的随机现象,如何计算中奖率?

读者的问题:

第1.3节 条件概率与独立性及其应用

问题:

1. 如果你的宿舍有8个人抽签,其中有3张好签,抽到好签的可以去看电影,那么你抽到好签的概率是多少呢? 这跟你第几个抽有关系吗? 假如你第二个抽签,你看到前一个室友抽到一个好签,这时你抽到好签的概率又是多少? 这两个概率之间有什么区别和联系?

2. 在1中,“已知前一个室友抽到一个好签,这时你又抽到好签”的概率与“你和前一个室友都抽到好签”的概率一样吗?

3. 在1中前一个室友的抽签结果影响到你的抽签结果了吗? 如果前一个

室友把抽到的签又放回去了,那么他的抽签结果又是否影响到了你抽签的结果了呢?

读者的问题:

整理、归纳和提升

一、知识整理

进入本章学习应具备的知识

1. 集合; 2. 排列组合

本章(随机事件及其概率)学习的知识

基本概念

随机试验

一个试验称为**随机试验**,如果满足以下的三个条件:
 (1) 重复性 在相同的条件下试验可以重复进行;
 (2) 明确性 试验有哪些可能的结果是明确的;
 (3) 随机性 每次试验的具体结果在试验前无法确切知道.

样本空间与随机事件

(1) 一个可能出现的结果称为**样本点**,所有可能结果的集合称为**样本空间**;
 (2) 样本空间中的每一个子集都称为一个**随机事件**;
 (3) 样本空间的单元子集称为**基本事件**;
 (4) 在每次实验中,必定发生的事件称为**必然事件**;
 (5) 在每次实验中,一定不发生的事件称为**不可能事件**;
 (6) 当且仅当出现了某个事件中的样本点,则称这个事件**出现(或发生)**.

事件的运算

(1) $A \cap B$ (或 AB): A 与 B 的**交(积)**,它表示一个新的事件,即事件 A 和事件 B 同时出现;
 (2) $A \cup B$ (或 $A + B$): A 与 B 的**并(或和)**,它表示一个新的事件,即事件 A 和事件 B 至少有一个出现;
 (3) $A - B$: A 与 B 的**差**,它表示事件 A 出现而事件 B 不出现.

事件的关系

(1) $A \subset B$: A 是 B 的**子事件**,它表示若事件 A 出现则事件 B 一定出现;
 (2) $A \cap B = \emptyset$: A 与 B **互斥(互不相容)**,它表示事件 A 和事件 B 不可能同时出现;
 (3) $A \cap B = \emptyset$ 且 $A \cup B = \Omega$: A 与 B **互为对立事件**,它表示事件 A 和事件 B 出现且只出现其中一个,我们称 A 与 B **相互对立**,记为 $B = \bar{A}$ (或 $A = \bar{B}$).