

对数螺旋锥齿轮啮合理论

DUISHU LUOXUANZHUI CHILUN NIEHE LILUN

李 强 闫洪波 著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

内 容 提 要

本书是作者在对数螺旋锥齿轮的啮合理论较深入研究基础上编写的。将对数螺旋线应用到螺旋锥齿轮上,并将其作为螺旋锥齿轮的齿向线,是作者提出的一种全新齿轮——对数螺旋锥齿轮。本书系统地讲述了对数螺旋锥齿轮的传动原理,构成了这种齿轮啮合理论较完整体系,并在书中阐明了对数螺旋锥齿轮参数的设计确定方法,同时给出了对数螺旋锥齿轮的矢量建模及啮合仿真的分析。

全书共分5章。主要内容包括:螺旋锥齿轮及微分几何基础;对数螺旋线;圆锥对数螺旋齿轮啮合理论;对数螺旋锥齿轮的设计方法;对数螺旋锥齿轮的矢量建模及啮合仿真等,其中对数螺旋齿轮啮合理论是本书介绍的核心技术。

本书适合齿轮理论研究工作者和从事齿轮制造业的工程技术人员学习参考,也可作为齿轮设计制造方向的研究生教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

对数螺旋锥齿轮啮合理论/李强,闫洪波著. —北京:
冶金工业出版社, 2012. 6

ISBN 978-7-5024-5949-9

I. ①对… II. ①李… ②闫… III. ①螺旋锥齿轮
—啮合原理 IV. ①TH132.421

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 126997 号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号, 邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 yjcb@cnmip.com.cn

责任编辑 程志宏 美术编辑 李 新 版式设计 孙跃红

责任校对 郑 娟 责任印制 张祺鑫

ISBN 978-7-5024-5949-9

北京百善印刷厂印刷; 冶金工业出版社出版发行; 各地新华书店经销

2012 年 6 月第 1 版, 2012 年 6 月第 1 次印刷

787mm × 1092mm 1/16; 8.5 印张; 192 千字; 125 页

29.00 元

冶金工业出版社投稿电话: (010)64027932 投稿邮箱: tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话: (010)64044283 传真: (010)64027893

冶金书店 地址: 北京东四西大街 46 号(100010) 电话: (010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题, 本社发行部负责退换)

前 言

随着机械制造业的发展和国际市场竞争的日益激烈,对机械传动的基础件——齿轮的精度、强度和平稳性等方面的要求也越来越高,因此,提高我国齿轮制造业的整体水平并在重点领域——螺旋齿锥齿轮的设计和制造技术方面有所突破是极为重要的。

本书是作者在总结近年来对数螺旋锥齿轮研究成果基础上撰写而成的。作者创新性地提出将对数螺旋线作为螺旋线锥齿轮的齿向线,进而得到一种全新的螺旋齿锥齿轮的传动,即对数螺旋锥齿轮。从2004年开始,作者带领科研团队针对对数螺旋锥齿轮展开了深入研究,首先论证了对数螺旋线用在螺旋锥齿轮领域的可行性和科学性,在此基础上开展了对数螺旋锥齿轮啮合理论的研究,并且确定了对数螺旋锥齿轮的设计方法,进而进行了齿轮的设计、检测、试验等研究工作。通过近8年的研究,在多个方面取得了阶段性成果。

1. 确定了对数螺旋锥齿轮新型的齿轮传动形式;
2. 建立了对数螺旋锥齿轮的啮合理论体系;
3. 研究确定了对数螺旋锥齿轮的设计方法;
4. 提出了基于机器视觉的对数螺旋锥齿轮检测方法。

上述研究成果能够解决目前锥齿轮传动中由于啮合角非处处相等引起的啮合过程不平稳、效率下降和加工困难等一系列问题,有较强的理论研究和实际应用价值。

本书内容包括5章,第1章介绍的螺旋锥齿轮及微分几何基础,是本书的理论部分,旨在为后续章节的展开打下良好基础;第2章介绍对数螺旋线并提出对数螺旋锥齿轮的概念;第3章叙述了本书的核心技术,圆锥对数螺旋齿轮啮合理论;第4章给出了对数螺旋锥齿轮的设计方法,为对数螺旋锥齿轮的工业应用打下了坚实基础;第5章内容包括对数螺旋锥齿轮的矢量建模和啮合仿真研究。各章节内容的编排基本上遵循科学研究的发展规律。

本书部分内容的研究得到内蒙古自然科学基金、内蒙古教育厅、包头市科技项目资助,在此向内蒙古自治区自然科学基金委、内蒙古教育厅、包头市科技局表示

II -----前 言

衷心感谢。

李强教授负责本书的统稿，并执笔第2~5章。闫洪波负责第1章的撰写工作。在本书的撰写过程中，作者所指导的研究生王国平、杨高炜、尚珂、居海军、刘奕、何雯、魏子良、武淑琴、孔文等也做出了一定贡献，在此一并表示感谢。

承蒙翁海珊教授担任本书的主审，并提出许多宝贵意见，在此特表示衷心的感谢。

国内关于对数螺旋锥齿轮相关的专著目前还是空白，希望本书的出版对促进对数螺旋锥齿轮的发展有所裨益。本书是这方面的尝试。由于作者水平所限，本书如有错误和疏漏之处，恳请惠于批评指正。

作 者

2012年1月

于内蒙古科技大学

主要物理量符号及单位

符号	物理意义	单位
β	螺旋角、啮合角	($^{\circ}$)
r	极径、矢径	
n	单位法矢	
i	传动比	
δ	轴交角	($^{\circ}$)
r_0	起始极径	
θ	极角	($^{\circ}$)
τ	圆锥面上锥面角	($^{\circ}$)
φ	圆锥底面上旋转角	($^{\circ}$)
Σ	两节锥轴线夹角	($^{\circ}$)
α	半基锥角	($^{\circ}$)
γ	半节锥角	($^{\circ}$)
i, j, k	单位矢量	
$\Sigma^I \Sigma^II$	啮合齿面 I II	
ψ	根切界限函数	
L_i, L_o, L_e	锥距	mm
Z	齿数	
W	刀顶距	mm
m	模数	
K_1, K_2	诱导法曲率	
b	齿宽	mm
x	变位系数	
d	分度圆直径	mm

目 录

第 1 章 螺旋锥齿轮及几何基础	1
1.1 齿轮概述	1
1.2 齿轮分类	3
1.3 螺旋锥齿轮	3
1.3.1 螺旋锥齿轮传动的分类及齿制	4
1.3.2 螺旋锥齿轮两种齿制特点分析	4
1.3.3 螺旋锥齿轮啮合与传动原理	6
1.3.4 螺旋锥齿轮的螺旋角	9
1.4 微分几何基础	10
1.4.1 矢量函数	10
1.4.2 曲线论	13
1.4.3 曲面论	17
1.4.4 包络论简介	27
1.4.5 坐标变换	28
第 2 章 对数螺旋线	32
2.1 对数螺旋线概念	32
2.2 平面对数螺旋线	32
2.2.1 平面对数螺旋线	32
2.2.2 平面对数螺旋线的几个特性	32
2.2.3 平面对数螺旋线的啮合特性	34
2.2.4 平面对数螺旋线的共轭特性	35
2.3 圆锥对数螺旋线	37
2.3.1 圆锥对数螺旋线方程	37
2.3.2 圆锥对数螺旋线的特性	39
第 3 章 圆锥对数螺旋齿轮啮合理论	40
3.1 对数螺旋锥齿轮的齿面方程	40
3.1.1 锥齿轮传动的空间几何分析	40
3.1.2 对数螺旋锥齿轮齿面的形成原理	41

3.1.3 对数螺旋锥齿轮齿面方程	42
3.1.4 啮合齿面的诱导法曲率	44
3.2 对数螺旋锥齿轮的啮合数学模型与啮合方程	48
3.2.1 啮合数学模型的建立	49
3.2.2 相对速度的求解	50
3.2.3 节锥角的求解	50
3.2.4 啮合方程的建立	51
3.3 对数螺旋锥齿轮的共轭曲面	52
3.3.1 共轭曲面方程	53
3.3.2 啮合线	55
3.3.3 接触线与共轭曲面分析	55
3.3.4 共轭齿面的啮合界限函数	57
3.3.5 共轭齿面啮合的诱导法曲率	61
第4章 对数螺旋锥齿轮的设计方法	63
4.1 对数螺旋锥齿轮的主要参数	63
4.1.1 锥齿轮的特征锥面及角度	63
4.1.2 轮齿的几何要素	64
4.1.3 对数螺旋锥齿轮基本参数的确定	65
4.1.4 按标准渐缩齿确定齿轮的几何尺寸及传动参数	66
4.1.5 设计实例	67
4.2 对数螺旋锥齿轮的三维模型	68
4.2.1 创建齿轮的基本曲线	68
4.2.2 创建齿轮基本圆	69
4.2.3 创建齿廓曲线	70
4.2.4 创建齿根圆	77
4.2.5 创建扫引轨迹线	78
4.2.6 创建扫描混合截面和创建第一个轮齿	78
4.2.7 阵列轮齿	80
4.2.8 建模过程的创新点	81
4.2.9 两个齿轮模型的装配	83
第5章 对数螺旋锥齿轮的矢量建模及啮合仿真	85
5.1 对数螺旋锥齿轮的空间设计	85
5.1.1 齿廓线设计	85
5.1.2 齿向线设计	86
5.1.3 基于齿向线和齿廓线构建齿面	86

5.2 对数螺旋锥齿轮齿面的构建方法	87
5.2.1 齿面构建的分析	87
5.2.2 左齿面的构建	90
5.2.3 右齿面的构建	94
5.2.4 齿面参数的量化	97
5.3 齿面的数学特性	99
5.3.1 齿面的法曲率	99
5.3.2 齿面的主曲率和主方向	103
5.3.3 齿面的短程曲率和短程挠率	104
5.4 对数螺旋锥齿轮的啮合仿真分析	105
5.4.1 对数螺旋锥齿轮模型进行前处理	105
5.4.2 仿真及结果分析	111
5.5 对数螺旋锥齿轮的强度计算分析	117
5.5.1 齿面接触应力的计算方法	120
5.5.2 齿根弯曲应力的计算方法	121
参考文献	124

第1章

螺旋锥齿轮及几何基础

齿轮是一种轮缘上有齿且能连续啮合传递运动和动力的机械元件。齿轮传动在很早以前就出现了。19 世纪末,人们掌握了展成切齿法的原理并利用该原理发明了切齿的专用机床与刀具,随着生产的发展,对齿轮运转的平稳性提出了更高的要求。

螺旋锥齿轮传动在航空航天、汽车、船舶、冶金、工程机械等工业领域应用广泛,随着机械装备向大型、重载、高速的方向发展,对齿轮传动的平稳性、承载能力、重合度、使用寿命、可靠性的要求越来越高,迫切需提高锥齿轮传动的性能和效率,以满足工程领域的需要,在螺旋锥齿轮的啮合理论、设计和生产工艺方面亟待有所突破。

1.1 齿轮概述

据史料记载,早在公元前 400 ~ 200 年的中国古代就已开始使用齿轮,在我国山西出土的青铜齿轮是迄今已发现的最古老的齿轮,作为反映古代科学技术成就的指南车就是以齿轮机构为核心的机械装置。17 世纪末,人们才开始研究,能正确传递运动的轮齿形状。到 18 世纪欧洲工业革命以后,齿轮传动的应用日益广泛,先是发展摆线齿轮,而后是渐开线齿轮,一直到 20 世纪初,渐开线齿轮已在应用中占了优势。

早在 1694 年,法国学者 Philippe De La Hire 首先提出可用渐开线作为齿形曲线;1733 年,法国人 M. Camus 提出轮齿接触点的公法线必须通过中心连线上的节点,一条辅助瞬心线分别沿大轮和小轮的瞬心线(节圆)纯滚动时,与辅助瞬心线固联的辅助齿形在大轮和小轮上所包络形成的两齿廓曲线是彼此共轭的,这就是 Camus 定理。它考虑了两齿面的啮合状态,明确建立了现代关于接触点轨迹的概念。1765 年,瑞士人 L. Euler 提出渐开线齿形解析研究的数学基础,阐明了相啮合的一对齿轮,其齿形曲线的曲率半径和曲率中心位置的关系。其后, Savary 进一步完成这一方法,成为现在的 Eu - let - Savary 方程。对渐开线齿形应用作出贡献的是 Roteft WUlls,他提出了中心距变化时,渐开线齿轮具有角速比不变的优点。1873 年,德国工程师 Hoppe 提出,对不同齿数的齿轮在压力角改变时的渐开线齿形,从而奠定了现代变位齿轮的思想基础。

19 世纪末,展成切齿法的原理及利用此原理切齿的专用机床与刀具的相继出现,使齿轮加工具备较完备的手段后,渐开线齿形更显示出巨大的优越性。切齿时只要将切齿工具从正常的啮合位置稍加移动,就能用标准刀具在机床上切出相应的变位齿轮。1908 年,瑞士人 MAAG 研究了变位方法并制造出展成加工插齿机,后来,英国人 BSS、美国人 AG-

MA 和德国人 DIN 相继对齿轮变位提出了多种计算方法。

为了提高动力传动齿轮的使用寿命并减小其尺寸,除从材料、热处理及结构等方面改进外,圆弧齿形的齿轮获得了发展。1907 年,英国人 Frank Humphris 最早发表了圆弧齿形;1926 年,瑞士人 Ernest Wildhaber 取得法面圆弧齿形斜齿轮的专利权;1955 年,苏联的 M. L. Novikov 完成了圆弧齿形齿轮的实用研究并获得列宁勋章;1970 年,英国 Rolh - Royce 公司工程师 R. M. Studer 取得了双圆弧齿轮的美国专利,这种齿轮现已日益为人们所重视,在生产中发挥了显著效益。

齿轮是能互相啮合的有齿的机械零件,它在机械传动及整个机械领域中的应用极其广泛。现代齿轮技术已达到:齿轮模数 0.004 ~ 100mm,齿轮直径 1mm ~ 150m,传递功率可达十万千瓦,每分钟转速可达几十万转,最高的圆周速度达 300m/s。

公元前三百多年,古希腊哲学家亚里士多德在《机械问题》中,就阐述了用青铜或铸铁齿轮传递旋转运动的问题。中国古代发明的指南车中已应用了整套的轮系。不过,古代的齿轮是用木料制造或用金属铸成的,只能传递轴间的回转运动,不能保证传动的平稳性,齿轮的承载能力也很小。

随着生产的发展,齿轮运转的平稳性受到重视。1674 年丹麦天文学家罗默首次提出用外摆线作齿廓曲线,以得到运转平稳的齿轮。

18 世纪工业革命时期,齿轮技术得到高速发展,人们对齿轮进行了大量的研究。1733 年法国数学家 Camus 发表了齿廓啮合基本定律,1765 年瑞士数学家欧拉 Euler 建议采用渐开线作齿廓曲线。

19 世纪出现的滚齿机和插齿机,解决了大量生产高精度齿轮的问题。1900 年, Pfauter 为滚齿机装上差动装置,能在滚齿机上加工出斜齿轮,从此滚齿机滚切齿轮得到普及,展成法加工齿轮占了压倒性优势,渐开线齿轮成为应用最广的齿轮。

1899 年,拉舍最先实施了变位齿轮的方案。变位齿轮不仅能避免轮齿根切,还可以凑配中心距和提高齿轮的承载能力。1923 年美国人 Wilder Hubble 最先提出圆弧齿廓的齿轮,1955 年苏诺维科夫对圆弧齿轮进行了深入的研究,圆弧齿轮遂得以应用于生产。这种齿轮的承载能力和效率都较高,但不及渐开线齿轮那样易于制造,因此还有待进一步改进。

随着齿轮加工、应用以及研究的不断深入,齿轮各部位也有了明确的定义:

(1) 轮齿简称齿,是齿轮上每一个用于啮合的凸起部分,这些凸起部分一般呈辐射状排列,配对齿轮上的轮齿互相接触,可使齿轮持续啮合运转;

(2) 齿槽是齿轮上两相邻轮齿之间的空间;

(3) 端面是圆柱齿轮或圆柱蜗杆上垂直于齿轮或蜗杆轴线的平面;

(4) 法面指的是垂直于轮齿齿线的平面;

(5) 齿顶圆是指齿顶端所在的圆;

(6) 齿根圆是指槽底所在的圆;

(7) 基圆是形成渐开线的发生线作纯滚动的圆;

(8) 分度圆是在端面内计算齿轮几何尺寸的基准圆。

制造齿轮常用的钢有调质钢、淬火钢、渗碳淬火钢和渗氮钢。铸钢的强度比锻钢稍

低，常用于尺寸较大的齿轮。灰铸铁的机械性能较差，可用于轻载的开式齿轮传动中。球墨铸铁可部分地代替钢制造齿轮。塑料齿轮则多用于轻载和要求噪声低的地方，与其配对的齿轮一般用导热性好的钢齿轮。

未来齿轮正向重载、高速、高精度和高效率等方向发展，并力求尺寸小、重量轻、寿命长和经济可靠。

齿轮理论研究及制造工艺的发展将包括：(1) 进一步探讨轮齿损伤的机理，这是建立可靠的强度计算的依据，是提高齿轮承载能力、延长齿轮寿命的理论基础；(2) 发展以圆弧齿廓为代表的新齿形；(3) 研究新型的齿轮材料和制造齿轮的新工艺；(4) 研究齿轮的弹性变形、制造和安装误差以及温度场的分布，进行轮齿修形以改善齿轮运转的平稳性，并在满载时增大轮齿的接触面积，从而提高齿轮的承载能力。

摩擦、润滑理论和润滑技术是齿轮研究中的基础性工作，研究弹性流体动压润滑理论，推广采用合成润滑油和在油中适当加入极压添加剂，不仅可提高齿面的承载能力，而且也能提高传动效率。

1.2 齿 轮 分 类

齿轮可按齿形、齿轮外形、齿线形状、轮齿所在的表面和制造方法等分类。

齿轮的齿形包括齿廓曲线、压力角、齿高和变位。渐开线齿轮比较容易制造，因此现代使用的齿轮中，渐开线齿轮占绝对多数，而摆线齿轮和圆弧齿轮应用较少。

在压力角方面，小压力角齿轮的承载能力较小；而大压力角齿轮，虽然有较高的承载能力，但在传递转矩相同的情况下轴承的负荷增大，因此仅用于特殊情况。而齿轮的齿高已标准化，一般均采用标准齿高。变位齿轮的优点较多，已遍及各类机械设备中。

另外，齿轮还可按其外形分为圆柱齿轮、锥齿轮、非圆齿轮、齿条、蜗杆蜗轮；按齿线形状分为直齿轮、斜齿轮、人字齿轮、曲线齿轮；按轮齿所在的表面分为外齿轮、内齿轮；按制造方法可分为铸造齿轮、切制齿轮、轧制齿轮、烧结齿轮等。

齿轮的制造材料和热处理过程对齿轮的承载能力和尺寸重量有很大的影响。20 世纪 50 年代前，齿轮多用碳钢，60 年代改用合金钢，而 70 年代多用表面硬化钢。按硬度，齿面可区分为软齿面和硬齿面两种。

软齿面的齿轮承载能力较低，但制造比较容易，跑合性好，多用于传动尺寸和重量无严格限制以及小生产量的一般机械中。因为配对的齿轮中，小轮负担较重，因此为使大小齿轮工作寿命大致相等，小轮齿面硬度一般要比大轮的高。

硬齿面齿轮的承载能力高，它是在齿轮精切之后，再进行淬火、表面淬火或渗碳淬火处理，以提高硬度。但在热处理中，齿轮不可避免地会产生变形，因此在热处理之后须进行磨削、研磨或精切，以消除因变形产生的误差，提高齿轮的精度。

1.3 螺旋锥齿轮

螺旋锥齿轮又称螺旋伞齿轮，是用于传递两相交轴之间或两交错轴之间动力的主要部

件。螺旋锥齿轮是各种齿轮中较为复杂的一种齿轮，螺旋锥齿轮的结构特点是齿面复杂、工艺性强、没有解析解。在设计给定齿轮啮合区要求后，从数学理论上来说，在空间可以有无数对齿面啮合，不具有唯一齿面。

1.3.1 螺旋锥齿轮传动的分类及齿制

目前应用的螺旋锥齿轮可按五种标准进行分类。

(1) 按锥式（轴交角和节锥配对形式）分为：

1) 两轴线垂直相交，两轴线的交角为 90° 。一般的螺旋锥齿轮，都用垂直相交轴线，相交轴线的锥齿轮运转时在齿长方向上没有相对滑动。

2) 轴线相交但不垂直的锥齿轮，这种齿轮轴线可以呈任何角度，而垂直相交轴线齿轮只是一种特殊情况。相交不垂直的轴线齿轮一般很少使用。

3) 轴线偏置的锥齿轮，这种齿轮相当于把垂直相交的小齿轮轴线向上或向下偏置一段距离，这个距离叫“偏置量”。由于这种齿轮的节面为一双曲线螺旋体表面的一部分，所以习惯上称这种齿轮为准双曲面齿轮。

(2) 按高式（齿高的变化）分为渐缩齿锥齿轮和等高齿锥齿轮两种。渐缩齿锥齿轮从齿的大端向小端方向的齿高是逐渐缩小的，面锥的顶点不再与节锥顶点相交，这种齿可以保证沿齿长方向有均等的齿顶间隙，圆弧齿锥齿轮绝大多数都采用渐缩齿；等高齿锥齿轮的大端和小端的齿高是一样的，这种齿轮的面角、根角和节角均相等。

(3) 按廓式（齿廓曲线的形式）分为渐开线齿廓和弧线齿廓两种，其中以渐开线齿廓最常用。

(4) 按位式（齿形变位的形式）分为非变位、径向变位、切向变位和综合变位四种。

(5) 按线式（齿向线的形式）划分为圆弧齿锥齿轮、延伸外摆线齿锥齿轮和准渐开线齿锥齿轮三种。圆弧齿锥齿轮的轮齿是用圆形端铣刀盘断续加工的方法切制的，圆弧齿是指齿轮的齿向线是圆弧的一部分，由于多数为格里森机床加工，故又称格里森齿制。延伸外摆线齿锥齿轮采用连续加工方法，该齿轮的齿向线是延伸外摆线的一部分，由于多为奥利康机床加工，故又称奥利康齿制。

螺旋锥齿轮传动同直齿锥齿轮传动相比有以下优点：

(1) 增加了接触比，重叠系数变大，由于螺旋锥齿轮的齿向线是曲线，在传动过程中至少有两个或两个以上的齿同时接触，重叠交替的结果是减轻了冲击，使传动平稳，降低了噪声。

(2) 可以实现大的传动比，小齿轮不发生根切的最小齿数可以减到 5 个齿。

(3) 可以调整刀盘半径，利用齿线曲率修正接触区。

(4) 可以进行齿面的研磨，降低噪声、改善接触区和提高齿面光洁度；螺旋锥齿轮由于螺旋角的存在，在传动过程中易产生轴向力，所以在使用时要选择适当的轴承。

1.3.2 螺旋锥齿轮两种齿制特点分析

螺旋锥齿轮的齿廓形状，在理论上都是球面渐开线（实际生产上由于采用直边刀刃切

削，因此是近似球面渐开线)。对于齿向线分别为圆弧形和延伸外摆线这两种齿制的曲线齿锥齿轮来说其主要不同之处在于，由于切削刀具具有不同的运动轨迹，因而形成了不同的齿向线（节锥齿向线）。格里森机床加工出来的螺旋锥齿轮具有圆弧形的齿向线（图 1-1），由此称为圆弧齿锥齿轮；而奥利康机床加工出来的锥齿轮则具有延伸外摆线（图 1-2）的齿向线。另外，这两种齿制的齿轮之间在齿高的变化方面也有所区别。格里森齿制的螺旋锥齿轮虽也有加工成等高齿的，但主要用于加工齿高沿齿长方向按比例由大端向小端逐渐收缩的轮齿，即渐缩齿；而奥利康齿制的机床与刀具主要用于加工齿高沿齿长方向不变的曲线轮齿，即等高齿。

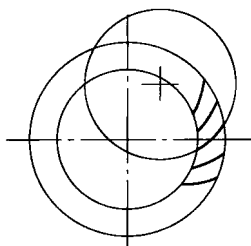


图 1-1 圆弧形的齿向线

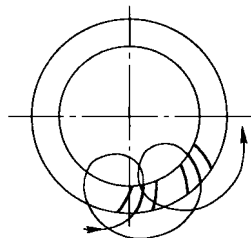


图 1-2 延伸外摆线的齿向线

1.3.2.1 齿线和控制接触区方法

格里森齿形制的轮齿纵向曲率半径是一个固定值，轮齿的大端和小端的螺旋角相差较小，为 $8^{\circ} \sim 12^{\circ}$ ，齿深是与锥距成比例收缩，可获得理想齿型。它控制接触区的方法是较完善的，应用历史较长，人们也较为熟悉，可容易获得高质量的“接触区”。由于轮齿是渐缩型，工艺制造计算也是近似的，因此，长期以来，在计算调整、机床、刀具等方面需要进行一系列复杂的修正。正因如此，刀具的通用性受到限制，据统计，要加工全部齿数的齿轮，需要有 2000 种以上刀盘规格。近年来，由于计算机的应用与发展，格里森齿制应用“TCA”接触分析法，使得在制造中对复杂的计算、调整修正工作，带来了极大的方便，从而简化了计算，减少了调整修正等复杂的工作，再加上闭环加工、检测和修正，大大提高了质量和缩短调整周期。

奥利康齿制的轮齿纵向曲率半径虽然只有约 10% ~ 30% 的变化量，但轮齿的大端和小端螺旋角的变化值则较格里森齿制大。而它的齿高方向均为等高齿，沿齿长方向的模数与齿厚保持不变，因而，很难获得理想齿型比例。在用铣刀盘铣切齿轮时，易发生“二次切削”现象，限制了它的应用范围。它的接触区控制方法，由于是双面切削加工，控制方法不太灵活，有一定难度，也不太完善。近年来，可用刀倾方法修正齿长方向的“鼓形齿”，也可用修磨刀具的刀齿几何形状改变齿高方向的接触区，它的刀具通用性较高，要切出全部范围齿轮时，只需 11 种规格刀盘和数十种规格的刀片组即可。

1.3.2.2 加工及应用范围

螺旋锥齿轮的加工及应用广泛性来说，还是格里森齿制更广泛些，特别应该指出的是：格里森齿制方法可以很方便地制造小螺旋角齿轮，因而，可以应用于不同的工业部门中。

1.3.2.3 加工质量和生产效率

格里森齿制的齿线是圆弧线的一部分，其切削的方式则是“断续分度法”，分齿精度主要是由机床“分齿机构”本身精度来保证的，不容易控制。它的铣刀盘转速也是独立的，不影响齿形传动链，其切削速度可以任意选择，它的最高速度为 180m/min ，所以，加工的齿面粗糙度较低。由于采用“断续分度法”，将有 20% 或更多的机动时间消耗在空行程内，所以效率较低。通常加工模数为 2 以上的齿轮，均分粗切、精切两道工序，这样就带来了多次加工齿轮安装，多次调整，增加了加工与辅助时间。

奥利康制齿轮的齿线是延伸外摆线，其切削方式采用“连续分度法”，其分齿精度主要由铣刀盘的刀齿组数间的精度来决定，因而得到保证，容易控制。而它的刀具组数因为具有分齿作用，故刀具的切削速度不能太高，一般情况下速度为 $50 \sim 70\text{m/min}$ ，所以，它的齿面粗糙度高些。由于齿面上的刀痕方向同齿轮接触线的方向成较大的交角，相比格里森齿制的齿轮噪声是比较低的。由于采用的是“连续分度法”，又是一次安装加工齿轮，而且粗、精切工序一次完成，所以加工效率是较高的。但是，奥利康齿制的方法在加工大齿轮时，由于摇台转角工作行程必大于齿形展成的路程的 3 倍或 4 倍，因而又降低了效率。由于它是粗、精切工序一次切出，限制了刀具的速度和进给速度，同样也降低了效率。

1.3.2.4 刀具及加工机床

格里森齿制齿轮的轮齿切出齿线是圆弧线，其刀具是普通硬体刀盘，后发展为 SRS 型尖齿结构刀具。硬齿面加工可以用硬质合金刀具刮削加工和断续磨齿加工。它的机床品种繁多，在大批量生产的过程中，可由五台机床及配套设备组成机组，这样导致设备多，投资大，而且生产过程中，其中一台出故障时生产要暂停，这样对于组织生产来说是不方便的。由于它的切齿方式是断续分齿，加工中传动链需反向传动，这样受较大冲击，也不易保持精度。

奥利康齿制切出的齿线是延伸外摆线，其刀具是从古老的铲齿形式 TC 型发展到 EN 型，又发展到 FN 型尖齿刀具，最近又发展为更先进的 FS 型尖齿刀具。FS 型的特点是粗、精刀齿均装在同一刀盘上，分开工作，精切刀具不进行粗切，可保持精度。硬齿面加工可以用硬质合金刀具刮削加工和断续磨齿加工，速度快。它的机床品种少，根据生产纲领要求，最低可以由两台机床及配套设备组成机组，这样，设备台数量少，故投资金额少，较为经济。生产过程中，其中一台出故障时，也可方便地由其他机床代替，这样便于组织生产。由于此机床是连续切削，所以传动链是单向传动，无冲击，容易保持精度。

1.3.3 螺旋锥齿轮啮合与传动原理

螺旋锥齿轮啮合原理又称螺旋锥齿轮共轭曲面原理，主要研究两个运动曲面的接触传动问题，包含其相对微分法和局部共轭理论。它由啮合方程出发，利用相对微分法，以节点为参考点，通过完全共轭的两曲面瞬间啮合点的曲率和挠率关系，计算出参考点处的法矢、曲率和挠率等曲面参数，在此基础上，获得刀具和机床的铣齿和磨齿调整参数。

如图 1-3 所示, 在两运动曲面 S_1 、 S_2 的接触传动中, 设在运动曲面 S_1 上建立一个与 S_1 固连的运动坐标 $\Sigma_1(t)$, 在曲面 S_2 上建立一个与 S_2 固连的运动坐标 $\Sigma_2(t)$ 。当曲面 S_1 和 S_2 在空间某点 M 相切, 设曲面 S_1 上 M 点的径矢为 r_1 , 单位法矢为 n_1 ; 曲面 S_2 上相应点的径矢为 r_2 , 单位法矢为 n_2 。运动坐标 $\Sigma_2(t)$ 的原点到 $\Sigma_1(t)$ 原点的径矢为 m , 由图 1-3 可知它们应满足方程组:

$$\begin{cases} r_2 = m + r_1 \\ n_2 = n_1 \end{cases} \quad (1-1)$$

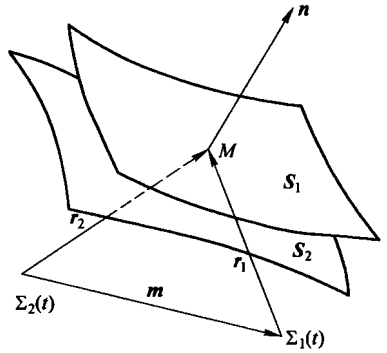


图 1-3 两运动曲面接触传动

$$n = n_1 = n_2$$

其中, 式 (1-1) 的第一个矢量方程是两齿面在 M 点接触应满足的条件, 式 (1-1) 的第二个矢量方程是两齿面在 M 点相切所应满足的条件。

用 d_1 表示曲面 S_1 关于运动坐标 $\Sigma_1(t)$ 的相对微分, 用 d_2 表示曲面 S_2 关于运动坐标 $\Sigma_2(t)$ 的相对微分, 用 ω_1 表示曲面 S_1 即运动坐标 $\Sigma_1(t)$ 的角速度, 用 ω_2 表示曲面 S_2 即运动坐标 $\Sigma_2(t)$ 的角速度, 则用相对微分法去微分上述方程组第一式可得

$$d_2 r_2 = d_1 r_1 + v_{12} dt \quad (1-2)$$

其中, 两曲面的相对速度

$$v_{12} = \omega_1 \times r_1 - \omega_2 \times r_2 + m' = \omega_{12} \times r_1 - \omega_2 \times m + m' \quad (1-3)$$

将式 (1-3) 两边与曲面的公法矢 n 作数积, 因为 $d_1 r$ 和 $d_2 r$ 于切平面内, 总是与 n 垂直, 可得

$$v_{12} n = 0 \quad (1-4)$$

式 (1-4) 的物理意义: 两运动曲面在法线方向的分速度必须相等才能保证两曲面的持续啮合, 故式 (1-4) 称为啮合方程。

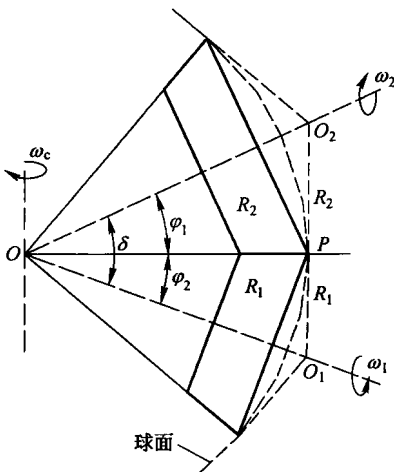


图 1-4 圆锥齿轮啮合节平面

如果两运动曲面在任何时刻都沿着啮合方程所确定的曲线接触, 则称它们为线接触共轭曲面 (完全共轭曲面); 如果两运动曲面在任何时刻都只能在接触线上的某一点接触, 则称它们为点接触共轭曲面 (不完全共轭曲面)。无论哪种接触形式, 在啮合位置都满足基本方程式 (1-1) 和啮合方程式 (1-4)。

锥齿轮传动原理和圆柱齿轮传动原理一样, 共轭齿轮的节圆锥当按一定的传动比作无滑动的滚动时, 大小齿轮其公共节锥母线 OP 上任意一点具有相等的圆周速度。

由图 1-4 可知, 在 P 点上的圆周速度为

$$v = R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2$$

故圆锥齿轮的传动比 i 与齿轮副齿数 z_1 、 z_2 ，节锥角 φ_1 、 φ_2 及节圆半径的关系为

$$i = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1} \quad (1-5)$$

根据齿轮副的轴交角 δ ，由式 (1-5) 可以推导出大轮和小轮节锥角和传动比之间的关系式为

$$\begin{cases} \tan\varphi_1 = \frac{\sin\delta}{i + \cos\delta} \\ \tan\varphi_2 = \frac{\sin\delta}{\frac{1}{i} + \cos\delta} \text{ 或 } \varphi_2 = \delta - \varphi_1 \end{cases} \quad (1-6)$$

上式中轴交角 δ 为

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2$$

当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时，由式 (1-6) 可以得到小轮和大轮的节锥角为

$$\begin{cases} \tan\varphi_1 = \frac{z_1}{z_2} \\ \tan\varphi_2 = \frac{z_2}{z_1} \text{ 或 } \varphi_2 = 90^\circ - \varphi_1 \end{cases} \quad (1-7)$$

锥齿轮正确啮合的渐开线齿形，理论上应以 O 点为球心，以冕轮锥母线 $OP = L_e$ 为半径的球面渐开线齿形。这种立体球面渐开线在制造上较困难，因此目前实际采用通过 P 点而切于半径为 L_e 的圆的平面渐开线来代替，按这种平面渐开线所切出的齿形，也可得到相当高的精度。当模数相同时，节锥角为 φ_1 (φ_2)、齿数为 z_1 (z_2) 的锥齿轮与当量齿数为 z_{v1} (z_{v2}) 的圆柱齿轮，在 P 点上的齿形几乎完全一致，其齿数关系式为

$$\begin{cases} z_{v1} = \frac{z_1}{\cos\varphi_1} = \frac{z_1 \sqrt{1 + i^2 + 2i\cos\delta}}{i + \cos\delta} \\ z_{v2} = \frac{z_2}{\cos\varphi_2} = \frac{z_2 \sqrt{1 + i^2 + 2i\cos\delta}}{1 + i\cos\delta} \end{cases} \quad (1-8)$$

因此，当量圆柱齿轮的传动比为

$$i_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{i(i + \cos\delta)}{1 + i\cos\delta} = i \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} \quad (1-9)$$

当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时，则当量圆柱齿轮的传动比为

$$i_{v(\delta=90^\circ)} = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = i^2 \quad (1-10)$$

当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时，由式 (1-8) 可以分别得出锥齿轮副中的当量圆柱齿轮的齿数为

$$\begin{cases} z_{v1} = \frac{z_1 \sqrt{i^2 + 1}}{i} \\ z_{v2} = z_2 \sqrt{i^2 + 1} \end{cases} \quad (1-11)$$

现假设另有一齿轮齿数为 z_c ，角速度为 ω_c ，节圆半径为 R_c ，并使 $R_c = OP$ （见图 1-4），这齿轮的轴心是通过锥齿轮的锥顶 O ，并与节锥母线 OP 垂直，那么 P 点的圆周速度为

$$v = R_c \omega_c = r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$$

因此

$$\frac{R_c}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_c} = \frac{1}{\sin \varphi_1} = \frac{z_c}{z_1}$$

$$\frac{R_c}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_c} = \frac{1}{\sin \varphi_2} = \frac{z_c}{z_2}$$

假想齿数 z_c 与锥齿轮副中 z_1 、 z_2 的关系为

$$z_c = \frac{z_1}{\sin \varphi_1} = \frac{z_2}{\sin \varphi_2} \quad (1-12)$$

式 (1-12) 对轴交角 $\delta \neq 90^\circ$ 或 $\delta = 90^\circ$ 均适用。

式 (1-12) 中假想齿数 z_c 通称为冕轮（或冠轮）齿数。当轴交角 $\delta = 90^\circ$ 时， $R_c = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ ，根据比例关系得

$$z_c = \sqrt{z_1^2 + z_2^2} \quad (1-13)$$

1.3.4 螺旋锥齿轮的螺旋角

螺旋锥齿轮的螺旋角一般指齿向线的切线与过此点的节锥母线所成的角度。现在应用的螺旋锥齿轮，无论是格里森齿制还是奥利康齿制，由于分别采用圆弧曲线和延伸外摆线作为齿形曲线，所以在其齿线上任一点的螺旋角都不相等，它随着锥母线长度 L_M 的变化而变化。通常所称的螺旋锥齿轮螺旋角都是以齿面中点的螺旋角作为其名义螺旋角。

设齿线任意点 M 的螺旋角为 β_M ，齿宽中点 c 的螺旋角为 β_c ，由图 1-5 可知：

$$\overline{QK_M}^2 + \overline{OK_M}^2 = \overline{QK_c}^2 + \overline{OK_c}^2$$

$$(r_u \cos \beta_M)^2 + (L_M - r_u \sin \beta_M)^2 = (r_u \cos \beta_c)^2 + (L - r_u \sin \beta_c)^2$$

$$L_M^2 - 2r_u L_M \sin \beta_M + r_u^2 = L^2 - 2r_u L \sin \beta_c + r_u^2$$

将上式整理后得 β_M 和 β_c 的关系式为

$$\sin \beta_M = \frac{1}{2r_u} \left[L_M + \frac{L (2r_u \sin \beta_c - L)}{L_M} \right] \quad (1-14)$$

式中 β_M ——齿线上任意点螺旋角；

L ——中点节锥母线长度；

β_c ——中点螺旋角；

r_u ——铣刀盘的名义半径。

当欲求齿轮大端和小端螺旋角 β_e 和 β_i 时，则将式 (1-14) 中 β_M 和 L_M 分别以 β_e 、 β_i 和 L_e 、 L_i 代之得：

$$\sin \beta_e = \frac{1}{2r_u} \left[L_e + \frac{L (2r_u \sin \beta_c - L)}{L_e} \right] \quad (1-15)$$