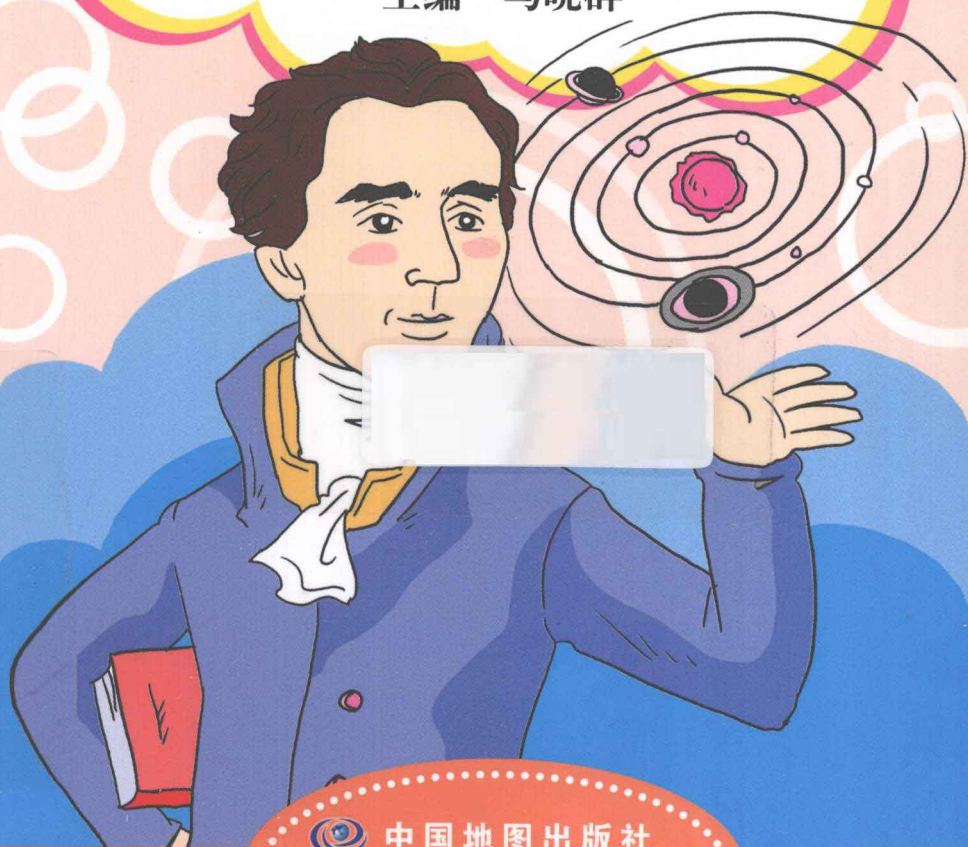


中小·学生新科普读本系列丛书

魅力科学

学园游记 数花漫记

主编 马晓群



中国地图出版社

中小·学生新科普读本系列丛书

魅力科学

学苑游记

主编 马晓群
编委 孙爱华

张霞
崔利峰

赵杨
于文

万定丽
马方超

李健丽
李宏



中国地图出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

数学花园漫游记 / 马晓群主编. — 北京 : 中国地图出版社, 2013. 2
(魅力科学)
ISBN 978 - 7 - 5031 - 6513 - 9

I. ①数… II. ①马… III. ①数学 - 普及读物 IV.
①O1 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 116551 号

主 编 马晓群

出版发行	中国地图出版社	邮政编码	100054
社 址	北京市西城区白纸坊西街 3 号	网 址	www. sinomaps. com
电 话	010 - 83060966 83060863		
印 刷	北京世汉凌云印刷有限公司	经 销	新华书店
成品规格	170mm × 240mm	开 本	1/16
印 张	10	字 数	160 千字
版 次	2013 年 2 月第 1 版	印 次	2013 年 2 月北京第 1 次印刷
定 价	20.00 元		

书 号 ISBN 978 - 7 - 5031 - 6513 - 9/G · 2377

前言

随着人类文明的不断进步，科学正以日新月异的姿态走进人们的生活。它蕴藏着人类文明的光辉成果与深刻智慧。学习科学知识，不仅能增加我们的科学素养，而且能提高我们分析问题、解决问题的能力，学会解决问题的方法。科学知识是哺育青少年茁壮成长的摇篮，学习科学知识，我们会获得更多的滋养。

青少年时期不同于童年。童年时期是一个人了解和养成习惯、形成个性、适应社会、培养想象力最重要的阶段；青少年时期则是在获得越来越多知识的同时，还要开阔视野、驰骋想象、学着创造。

科学是我们遥遥不及、高不可攀的吗？科学探究永远都是神秘而枯燥的吗？科学教育只能是“板着面孔”的吗？才不是呢！其实，学习科学是一个充满快乐的过程。而且，科学是无处不在的，日常生活中的点点滴滴也蕴含着科学原理。

爱因斯坦说：“学习知识要善于思考，思考，再思考。我就是靠这个方法成为科学家的：我没有什么特别的才能，不过喜欢寻根刨底地追究问题罢了。”对身边发生的现象进行深入思考，是学习和探索科学最重要的态度。养成仔细思考的良好习惯，你就会发现日常所发生的各种事情或现象都有它的原因，并有着一定的规律。

科学并不都是由复杂的数字或很难的计算构成，也不是远离我们的生活而存在。在日常生活中，我们每天体验到的就是科学。如果你对周围发生的各种现象抱着好奇心去寻找它们的起因，相信你会对科学产生浓厚的兴趣。这将成为你向科学世界迈进的第一步。

“魅力科学”系列丛书旨在让青少年在高高兴兴的阅读中得到心灵的陶冶，了解世界，学一些关于生活和科学的常识，为

光明的未来做好心智的准备。

《魅力科学》系列以简短的篇幅，向青少年读者展示了一个生动有趣的科学世界。翻开这套图文并茂、简明隽永的丛书，你会发现：科学不再是教科书上的刻板印象，而是由众多伟大和平凡的人们所创造，在鲜活的历史脉络中成长起来的；科学不再是抽象的定理和公式，而早已渗透在我们生活的方方面面，乐意为善于思考和勇于创新者掀起神秘的面纱。

《魅力科学》系列是一套相当出色的青少年课外读物，寓教于乐真正贯穿其中，利于青少年开拓创新思维，培养创新意识，全面提高青少年科学素质。从这几本书的内容来看，它们分别来自物理、数学、生物和化学等基础科学，但它们与教科书的相比，生动、形象、有趣、绚丽，融入了新的教育模式，书中知识点言简意赅、通俗易懂，更容易被青少年读者接受。

本套丛书文章篇幅精简，文字优美生动，版式设计融科学性与艺术性于一体，图文并茂，形式活泼，科学性、趣味性、可读性、实用性兼具。以趣味为切入点，立足科技发展的源流脉络，结合日常生活的实物和实例，指导青少年在生活中不知不觉地学习和获得科学知识。

《魅力科学》系列丛书是内容和形式都适合青少年阅读的书，漂亮的图画、有趣的故事和丰富的知识都能引起孩子们的兴趣，启发他们的思维和想象，甚至家长读了也会喜欢，找回已经逝去的童心。

《魅力科学》系列共十册，每本书独立成册，又互相配合，因此既可以针对青少年读者的喜好单本购买，也可以作为青少年的课外辅导阅读资料库整套购买。

愿《魅力科学》系列丛书陪伴着青少年幸福、快乐地成长。

目 录

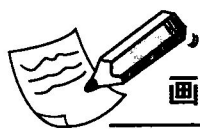
数 学 史 话

探索数字起源	2
数学与宇宙 (一)	6
数学与宇宙 (二)	9
毕达哥拉斯定理——勾股定理	12
传奇人物毕达哥拉斯	15
欧几里得与几何原本 (一)	18
欧几里得与几何原本 (二)	21
算经 (一)	24
算经 (二)	27
数学历史的长河	30
巴格达之星	34
七艺文化	38
文艺复兴 (一)	42
文艺复兴 (二)	45
数学的大众化 (一)	48
数学的大众化 (二)	51
代数与几何的结合 (一)	54
代数与几何的结合 (二)	57
循规蹈矩的宇宙 (一)	60
循规蹈矩的宇宙 (二)	62

循规蹈矩的宇宙 (三)	65
循规蹈矩的宇宙 (四)	68
循规蹈矩的宇宙 (五)	72
运动中的数学 (一)	75
运动中的数学 (二)	78
海洋和星星 (一)	81
海洋和星星 (二)	83
海洋和星星 (三)	85
五次方程	88
新几何学	92
代数语言	96
场	100
追踪无穷	104
概率论与统计学	108
战争博弈	112
数学与现代艺术	116
计算机代码	120
混沌与复杂性	124
数学猜想	
四色猜想	130
费马猜想	133
费马数猜想	136
哥德巴赫猜想	139
庞加莱猜想	142
卡迈克猜想	145
角谷猜想	147
欧拉猜想——三十六军官问题	149
柯克曼女生问题探秘	151
首位数谜解	153

数 学 史 话

探索数字起源



画龙点睛

历史并非如此整齐有序，关于数字起源的探索，是一段通向迷雾笼罩的文化起源与人类生活的艰难旅程。考古学家和学者们努力构建出有意义的史前图案，仅利用一些有限的残砖碎瓦。新发现不单单是在以前的图案上增加一块拼图，从根本上改变以前的图案及我们与它的关联是十分有可能的。这一点，在我们考察数学活动的最早期的遗迹及美索不达米亚和埃及的数学文明时，要牢记于心。



魅力故事

美索不达米亚数字

位于亚洲西部的幼发拉底河与底格里斯河之间的两河流域，古时称为“美索不达米亚”。其文字记录可以追溯到公元前 3500 年。这一地区曾经由不同的文化统治着：最初统治这里的是阿卡得人和苏美尔人，接着铁匠赫梯人随之而来，赫梯人是屈从于亚述人的，后来卡尔迪亚人取代了亚述人，随后，国王尼布甲尼撒二世和迦勒底人被波斯人推翻，再后来亚历山大大帝的军队又赶走了波斯人。这一时期，权力的中心在乌尔、尼尼微和巴比伦之间不断更

迭。旧巴比伦帝国（公元前 1900 年 ~ 前 1600 年）及公元前 4 世纪的后亚历山大塞琉西王朝是我们数学资料的主要来源。前期显示出阿卡得人和巴比伦人的影响，而后期巴比伦人和希腊人的影响更加显著。巴比伦人在这一时期的地位十分重要，数学也因此经常被叫做巴比伦数学。

巴比伦数学的物证是一块带有楔形符号的土碑（泥土板）。这种土碑的使用非常广泛，它们是用黏土制成的，大到公文包大小的整块黏土板，小到零零散散的小碎片，成千上万的黏土板被保存了下来。黏土随处可取，而且只要它保持湿润，就可以将上面的计算擦掉，开始新的计算。黏土一旦干硬了，黏土板还可以被用作建筑材料。巴比伦人所进行的算术计算与我们今天做得很类似。巴比伦人的制表才能是与生俱来的。他们给我们留下了如平方表、立方表、倒数表及高次幂表等各种精密复杂的运算表，这样的高次幂表对借贷利息的计算有很大的用处。数学运算表的使用由于袖珍计算器已普及，其在很大程度上已成为历史。但是它们在便于计算上影响极其深远，这可以追溯到那些黏土板。巴比伦人也非常精通代数学，尽管代数问题和解法不是用符号来表示，而是用语言描述的。他们解二次方程的方法与我们的“出入相补原理”（填充正方形）的方法在本质上等同。他们基于一个矩形可以重新排列成正方形这一事实，来保证计算过程的正确性。数值方法或将其简化成其他已知类型方程的方法也可以解决一些高阶方程的运算。

在几何学领域，巴比伦人拥有求平面图形面积的算法，并且也有许多问题是代数方法解决的。巴比伦人对毕达哥拉斯定理的使用，在毕达哥拉斯出生的 1000 年前就开始了。

旧巴比伦数学不仅精密，而且对金融、测量、称重、会计等实际应用上也十分有效。

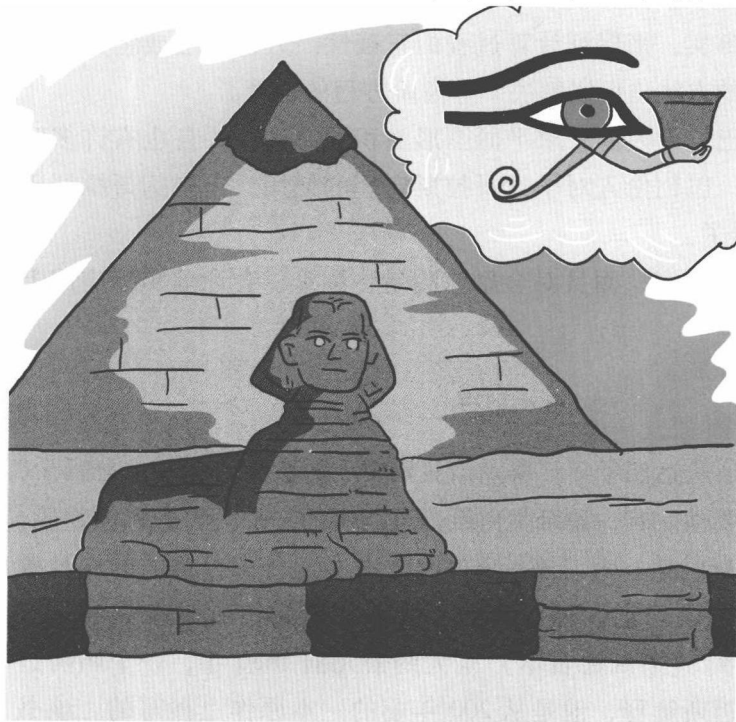
埃及数字

文明社会已延续了长达四千年，埃及给我们留下的数学史料却十分稀少，但这并不影响它的重要性。有一种纸是由纸莎草制成的，是一种易碎的物质，这种纸能保存下来本身就是一个奇迹。《莱因德古本》是由苏格兰的埃及考古学家莱因德发现的。由于它现存于英国不列颠博物馆，所以也称《伦敦本》和《莫斯科古本》。《莱因德古本》是大约公元前 1650 年，一个叫阿迈斯斯的文牍员写的。阿迈斯解释，他是从 200 年前的一本原作上抄写的。该书

的开场白声称该书为“万物的详尽研究，洞察一切存在及所有晦涩奥秘的知识”。这对我们来说可能相当夸张。但是，它表明了当时传授知识的重要手段是抄写技术。该纸草书所用的不是常用于装饰的精致象形文字，而是神职人员常用的象形手写字体，内容包含 87 个问题及其解答，大部分的问题是比如把一定数量的面包片分给若干个人这样的计算。这里还有直角三角形面积的解答方法。所有的解答没有明确给出一般公式，均用举实例说明。《莫斯科古本》包含的内容与《莱因德古本》基本一样，但它还包含了被截断了的金字塔，也就是平截头体体积的计算，以及似乎是半球体表面积的计算。

“对单位分数（ $1/9$ ， $1/3$ 等等）的偏爱”和“所有的计算都基于加法运算和乘 2 运算的运算表”是埃及人在数的使用上两个极突出的特征。

体积的测量由象征何露斯眼睛的象形文字部分组成，它有自己的符号体系。在这里我们可以看出既作为宗教职员又作为行政官员的宗教等级制度的双重角色。何露斯是古埃及的鹰神，他长着半人半鹰的眼睛。象征他眼睛的象形文字的每一个元素表示 $1/2$ 到 $1/64$ 中的一个分数。将它们组合起来可以表示分母为 64 的任何分数。而且，何露斯的眼睛本身还充满着神秘色彩，他是古埃及的主神之一欧西里斯和伊希斯的独生子。欧西里斯被他的兄弟赛斯



所害，何露斯发誓要为自己的父亲报仇。于是何露斯与赛斯开始了无休止的战争，有一次，塞斯将何露斯的眼睛挖出来了，还将它们分割成 6 块，扔到埃及各地。何露斯则阉割了塞斯作为回敬。传说诸神介入了战争，并命何露斯为埃及国王以及法老的守护神。同时让透特

(掌管学习和魔法的月神) 去把何露斯眼睛的碎块找到并收集起来。就这样, 何露斯的眼睛成为了健康、富饶和洞察力的象征。以透特为守护神的书记们, 用这一法宝形象地表示测量中的分数。据说有一天, 一个见习书记对他的老师说, 何露斯眼睛的碎片所表示的所有分数加起来不是一个单位, 而是 $63/64$ 。老师回答说, 透特将把剩下 $1/64$ 给了所有进行探索并接受了他保护的书记们。

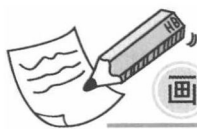
极其短缺的史料, 限制了我们关于埃及数学的认识。因此, 许多人认为埃及数学比巴比伦数学要落后一大截。但这似乎是站不住脚的, 金字塔建筑的精妙及如此巨大帝国的管理都说明了这一点。像平截头体体积的计算这样的事实, 似乎给了我们重要的启发。但是我们仍不清楚这是由于他们对金字塔的兴趣所促成的独立结果呢? 还是更先进的但不幸失落了的知识汇总的一部分呢? 古希腊人普遍承认他们的数学源于埃及, 特别是几何学。现在给我们印象最深的, 不是埃及数学和希腊数学的相似之处, 而是他们在深度上、风格上以及由此可以推测的理解上的巨大差异。



知识延伸

约公元前 35000 年, 南部非洲斯威士兰王国出土了一块狒狒的腓骨, 上面刻有 29 道清晰的 V 字形刻痕, 这是有关数字记录的最早物证。它与“日历棒”(纳米比亚现今仍用于记录时间变迁的工具) 类似。在西欧也发现了新石器时代的骨制品。在捷克共和国找到的公元前 3 万年的幼狼桡骨上, 刻有两列 5 道一组共 55 道 V 字形刻痕。公元前 2 万年, 位于乌干达与扎伊尔间的爱德华湖边发现的所谓“伊尚戈骨”是最令人感兴趣的一个。它似乎不仅仅是记账棒。用显微镜分析显示出了似乎与月相相关的痕迹。由于夜间能见度的实际理由, 也许还有出自宗教的需要, 预报满月是重要的。承认这一点就不难理解, 为什么新石器人非常关心的事情是记录月亮的轨迹。实际上, 贯穿于天文学、宇宙学和占星术, 天体可能对数学的发展和影响最大。

数学与宇宙（一）



画龙点睛

阿兹特克人的日长石（也叫太阳石）日历，于16世纪发现，描绘了第五个太阳和近代的象征。人们认为阿兹特克人的天文学知识源于奥尔梅克和玛雅这样的中美洲文化。阿兹特克人和玛雅人都在中美洲犹卡坦半岛生活，在历史上，玛雅人和阿兹特克人的交往十分密切，阿兹特克人的大多数文化成果，如人祭、神灵、太阳历等，都是像玛雅人学习的。当然，玛雅人也是学习奥尔梅克人的，奇琴伊查就是阿兹特克文明和玛雅文明的完美融合。

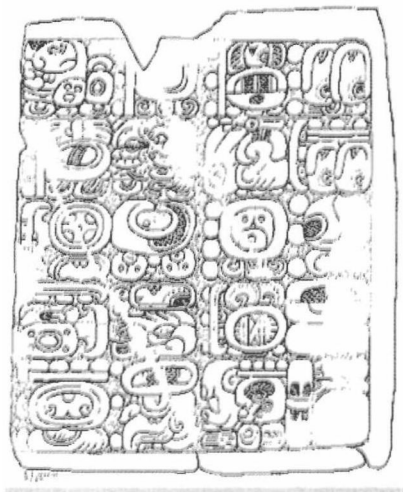


魅力故事

早期数学的发展大部分是由于农业及贸易的需要。但也与天体运行和宗教仪式有关联。历法的设计基本上是牧师和天文学家的工作，而绘制天体图则要求特殊的数学。由于多数的古代宇宙论是以地球为中心的，术语“行星”指的是太阳、月亮及其他5个可见行星，而天王星和海王星则是近年来才被发现的。在世界各地，各个不同的文明社会，人们记录了天体的运动并设计制定出历法，他们都需要寻找一种方法来协调两个最重要的时间周期：

朔望月和回归年。

中美洲的玛雅文明可以追溯到公元前 1000 年。它的辉煌时期是公元 300 年~900 年，自 1519 年西班牙占领以来，只有极少数的文献保存了下来，其中记载有天文表的《德累斯顿抄本》是最重要的，但是，幸运的是玛雅人还给我们留下了雕刻。玛雅人每 20 年就竖起一些石碑或石柱，上面记录 20 年来重要的事件、建设的数据及贵族和牧师的名字。这里所使用的象形文字和其他碑铭一样是玛雅神学文体。但是对于数字他们经常使用一种“点和划”的记法。“1”用一个点来表示，一条竖划则代表“5”，同时还有一个看起来像一个贝壳的符号，用来表示“0”。这一体系从公元前约 400 年就开始使用了。本质上它是二十进制，但它的第三位是不规则的。真正的二十进制应是以 1, 20, 20^2 , 20^3 等的序列作为位值，而玛雅制使用的序列是 1, 20, 18×20 , 18×20^2 等等。这使得一些计算变得复杂，但是，从 $18 \times 20 = 360$ 这一事实，我们可以看出玛雅人认为他们的历法是很重要的。



玛雅人有 3 种历法。与宗教有关的年有 260 天，分两个部分重叠的周期：一个是从数目 1 到 13，另一个是神学的 20 天周期。这样，宗教年的每一天由一个数目和神位唯一确定。这一历法对农民没有太大用处。第二种是含有 365 天的平民历法。这一历法有 18 个月，每月 20 天以及 5 天的“无名期间”。最后这一期间的象形文字的含义是混乱和无秩序的，人们认为在此期间出生的人会被诅咒，是不吉利的。第三种历法是用于“长计算”的历法，它基于公元前 3013 年 8 月 12 日的一个年表，其周期是 360 天。这里还有 4 天、9 天和 819 天的献祭周期。许许多多的书记们花费大量的时间计算历法及重大日期。在没有明显使用小数或三角学方法的情况下，基于积累起来的天文观察的丰富资料，这些周期玛雅人可以非常精确地预测。例如，玛雅天文学家主张 149 个朔望月是 4 400 天，这相当于 1 个月有 29.5302 天。它与我们现在公认的一个月有 29.53059 天非常接近。《德累斯顿抄本》记载有月亮表和太阳表以及作为“晨星和昏星”的金星位置预测表。除此之外，人们对玛雅的数字天文学知之甚少。

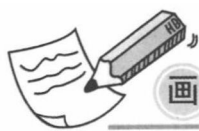
埃及的历法使用了与玛雅历法完全相同的方案。它有每月 30 天的 12 个月和年末额外的 5 天。正是埃及人首先把 1 天分成 24 个单位。他们用“季节性”的小时，把白昼和夜晚各分成 12 个单位，每个单位根据白天和黑夜在一年中的变迁而变化。埃及人拥有自己的小星系，即“旬星系”。这些星星每隔 10 天升起一次。在希腊时代，人们把这些与巴比伦黄道带相结合，在天空横跨 30 度的黄道带内的每个星座，进一步分成 3 个“旬星系”。这些“旬星系”被描绘在中世纪王国（约公元前 2100—前 1800）的王室神殿的天花板及棺盖上。但是人们已证实，难以把这些“旬星系”与已知的星星对上号。只有天狼星是个例外，它在每年固定时间的升起预报了尼罗河一年一次的洪水泛滥，这对于灌溉非常关键。在此后的坟墓中，人们发现了基于方格系统对星星更精细的描绘，而且还找到了一本有助于破译这些碑刻的希腊时期的现代通俗希腊语纸草书。虽然如此，在坟墓中雕刻这些石碑的工匠们在解释这些天文信息时，似乎做了很大的艺术夸张，因为作为最终绘图基础的初始草图实际上更精确。人们没有当时埃及人关于天体观测及制表的文字记载，即使是提供了古天文学原始资料的托勒密也没有引用任何埃及人的数据。



知识延伸

喜帕恰斯（公元前 190—前 120），是尼西亚（今土耳其）数学家，他创立了基于希腊几何学原理的天文学，被认为是当时最伟大的天文学家。喜帕恰斯把圆分成 360 度，每一度又细分成 60 分，以此作为三角学的基础。他在这一方面的论述包括了一个弦表（一个弦从本质上是一个角的一半的正弦的两倍），然而，他选择了 3438 分为圆的半径，而不是用单位长度作为半径，以使圆的周长为 $360 \times 60 = 21600$ 分。这些表与印度数学中的表很相似，它使得喜帕恰斯能更精确地描述天体的位置。他使用本轮的地心说体系定出了太阳和月亮的运行模型。喜帕恰斯承认他的数据不够精确，不足以推测其他行星的轨道。不幸的是，他只有一部不太重要的著作留传下来，并且，他本人也由于托勒密的显赫名声而显得默默无闻，这同其他希腊天文学家一样。

数学与宇宙（二）



画龙点睛

巴比伦人从亚述帝国末期到希腊时期，将一种有效的预测天文学进行了完善。托勒密提到完整的月食表从公元前8世纪开始就已经出现了，但是有关行星的可靠数据还不够完善。巴比伦历法是纯阴历的，娥眉月始见之时便是每个月的第一天，每天从日落开始到下一个日落结束。因此，他们非常关心对娥眉月出现的预测。他们还根据太阳和月亮的相对位置判断一个月是29天还是30天。



魅力故事

分析太阳和月亮的运动是这一时期最伟大的成就之一，确定每月的第一天是其最主要的目的。地平线与太阳运行轨道黄道间的角度在一年中是在变化的，这已经由巴比伦人进行了证实。另外，月亮的轨道偏离黄道约5度。在此之上，两个星体以变速运行。这些运动的周期按正弦曲线变化，当时的科学家们用所谓的锯齿形函数高度精确地逼近了这一正弦曲线。这些锯齿形函数被当作上升和下降数列进行算术处理。巴比伦人的许多用算术级数绘制的表可能就是为了创建太阳表和月亮表而做的准备工作。依据月亮和太阳相

对位置，这些表可以预测3年以后的娥眉月。从现有的证据来看，他们好像使用了算术插值法，使得依据不连续的观测数据建立起来的太阳和月亮的轨道更平滑。而托勒密理论则使用了相反的方法：试图建立尽可能精确的行星模型以推导出行星的位置。

后期的巴比伦行星理论是什么，我们还不得而知，早期的记录表明了以地球为中心、行星按圆形轨道运行的宇宙观。在希腊，阿里斯塔克斯（约公元前320年—前250年）提出了以太阳为中心的体系。这可能是基于他的太阳是最大天体的计算结果。但是，这一学说与亚里士多德学派的独断论格格不入，而这一理论直到16世纪才再度浮出水面。希腊的行星理论被亚里士多德（公元前384年—前322年）的观点所支配。亚里士多德的观点认为，行星以恒速沿圆形轨道完美地运行。尽管有变速和行星的亮度变化的确凿观测证据，但这一哲学立场一直被坚持下来。托勒密给出了这一体系的最完整的描述。

克劳迪亚斯·托勒密（约85年—约165年）居住于亚历山大，于公元127年3月26日开始进行天文观测。他的家庭背景及准确的出生及死亡日期，人们对此知之甚少。他留下了一些文稿，其中最著名的是《数学集》。约在

