

岩石冲击破坏的 数值流形方法模拟

Simulation of Rock Impact Failure by
Numerical Manifold Method

刘红岩 著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

013025593

TU45

44

岩石冲击破坏的数值流形方法模拟

Simulation of Rock Impact Failure by
Numerical Manifold Method

刘红岩 著



北京
冶金工业出版社
2013

TU 45



北航

C1632551

44

内 容 提 要

本书介绍了数值流形方法这一新出现的数值计算方法，并将其引入岩石冲击破坏模拟中，重点分析如何利用数值流形方法对岩石在冲击载荷作用下的断裂过程及损伤演化规律进行模拟研究，同时开发了相应的数值计算子程序。

本书可供矿山、水利水电、土木等专业有关工程技术人员参考，也可供大专院校相关专业师生阅读。

图书在版编目 (CIP) 数据

岩石冲击破坏的数值流形方法模拟 / 刘红岩著 . —
北京：冶金工业出版社，2013. 3

ISBN 978-7-5024-6164-5

I. ①岩… II. ①刘… III. ①岩石力学—断裂力学—
冲击载荷—裂纹扩展—数值模拟 IV. ①TU45

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 033644 号

出 版 人 谭学余

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号，邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 yjcbs@cnmip.com.cn

责任编辑 廖丹 美术编辑 彭子赫 版式设计 孙跃红

责任校对 卿文春 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-6164-5

冶金工业出版社出版发行；各地新华书店经销；三河市双峰印刷装订有限公司印刷
2013 年 3 月第 1 版，2013 年 3 月第 1 次印刷

148mm×210mm；4.875 印张；142 千字；144 页

19.00 元

冶金工业出版社投稿电话：(010)64027932 投稿信箱：tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话：(010)64044283 传真：(010)64027893

冶金书店 地址：北京东四西大街 46 号(100010) 电话：(010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题，本社发行部负责退换)

• 前 言 •

岩石在冲击载荷作用下的破坏问题一直是矿业能源开发、水利水电建设、交通基础设施建设及国防领域中的一个热点研究课题。这里所说的冲击载荷通常是指明显不同于静载荷的强冲击载荷，主要包括在民用岩石爆破领域中由炸药爆炸产生的冲击载荷和在国防领域中由于导弹等高速武器侵彻而引起的冲击作用。民用岩石爆破目前几乎在涉及岩石开挖的各项工程中均有着较为广泛的应用，是一种比较经济、方便、快速的岩石大规模开挖方式。我国是一个多山的国家，因而在矿产资源开采、水利水电建设、山区交通设施建设等领域中民用岩石爆破有着十分广泛的应用。准确估计爆破以后由爆炸产生的冲击载荷对岩石的破碎情况是所有岩石爆破工程师们关心的一个重要课题。岩石爆破以后形成的岩石块体一般都要进行二次搬运以作其他用途，如矿山工程中的矿石要运往车间去冶炼，水利水电工程中破碎岩石很多要用作大坝的堆石料等，而这些都对爆破以后的岩石块度有着很高的要求，一方面过大的岩石块体会造成搬运困难且费用增加，另一方面对爆破后的岩石进行再次利用时如用作大坝中的堆石料时，其对岩石破碎后的块度尺寸要求就很高。此类工程在进行岩石爆破时，一定要保证能够获得较为均匀的爆破块度。因此，这就要求相关的工程技术人员在进行岩石爆破时，必须合理布置炸药以得到能满足不同工程需要的岩石爆破块体，要做到这些就必须在进行爆破施工前，对爆破后的岩石块度有一个准确的估计，进而进行方

II ||— 前 言

案的优化及选择。因此，对岩石在爆炸冲击载荷作用下的破坏规律进行深入研究，在很多相关工程问题中都具有十分重要的工程应用价值。

本书采用数值流形方法（Numerical Manifold Method，NMM）对冲击载荷作用下的岩体破坏规律进行模拟研究。数值流形方法是由美籍华人石根华博士于20世纪90年代初提出的一种数值分析方法，与已有的适用于求解连续问题的有限元法和非连续问题的离散元法相比，数值流形方法是一种能够综合用于求解连续与非连续问题的数值分析方法。数值流形方法采用两套网格——数学网格和物理网格来剖分求解物体，其中数学网格可以是规则的网格、域或级数的收敛域等，可以人为选择；而物理网格则包括材料体的边界、裂缝、块体和不同材料区域的交界面，它代表材料的实际条件，不能人为选择。数学网格与物理网格相交就形成了物理覆盖，也就是数值流形方法的求解单元。正是因为数值流形方法采用了这种特殊的单元形成方法，所以其在模拟材料破坏方面具有独特的优势。

本书首先从数值流形方法的基本原理入手，在对数值流形方法基本原理进行阐述的基础上，重点介绍采用二次高阶位移函数的数值流形方法，并利用该方法对岩石等脆性材料在静态和动态载荷作用下的破坏过程进行模拟分析，并与相关的实验及工程实际情况进行对比分析。同时，目前工程界也普遍认为岩石是一种具有初始损伤的材料，而岩石在冲击载荷作用下的破坏过程实际上就是损伤的累积与演化过程，因此本书还从冲击损伤的角度对数值流形方法程序进行了改进，在其原程序的基础上开发了考虑冲击损伤本构模型的数值流形方法子程序，并嵌入到由石根华开

发的原数值流形方法程序中，从而实现了对岩石冲击损伤演化规律的模拟。

本书为作者在攻读博士学位及做博士后期间的主要研究成果。作者在研究和写作期间得到北京理工大学杨军教授、陈鹏万教授和中国科学院地质与地球物理研究所秦四清研究员的悉心指导，在此表示诚挚的感谢。同时还特别感谢中国水利水电科学研究院张国新教授级高级工程师的指导，他在软件开发、计算分析等许多方面都给予了极为热情的帮助。最后感谢数值流形方法的创始人美籍华人石根华博士所给予的帮助与指导。

本书得到中国博士后科学基金（20060400498）、中央高校基本科研业务费专项资金项目（2010ZY45）、国家自然科学基金项目（41002113 和 41162009）、教育部科学技术研究重点项目（211175）的联合资助，在此一并表示感谢。

由于作者水平所限，书中难免有不妥之处，敬请读者批评指正。

作 者

2012 年 11 月

冶金工业出版社部分图书推荐

书名	作者	定价(元)
建筑结构振动计算与抗振措施	张荣山 等著	55.00
土木工程材料(英文)(本科教材)	陈瑜 编著	27.00
FIDIC 条件与合同管理(本科教材)	李明顺 主编	38.00
建筑施工实训指南(高专教材)	韩玉文 主编	28.00
岩巷工程施工——掘进工程	孙延宗 等编著	120.00
岩巷工程施工——支护工程	孙延宗 等编著	100.00
钢骨混凝土异形柱	李哲 等著	25.00
地下工程智能反馈分析方法与应用	姜谙男 著	36.00
城市交通信号控制基础(本科教材)	于泉 编著	20.00
冶金建设工程技术	李慧民 主编	30.00
建筑工程经济与项目管理	李慧民 主编	28.00
建筑施工技术(第2版)(国规教材)	王士川 主编	42.00
现代建筑设备工程(本科教材)	郑庆红 等编	45.00
混凝土及砌体结构(本科教材)	王社良 主编	41.00
土力学地基基础(本科教材)	韩晓雷 主编	36.00
土木工程施工组织(本科教材)	蒋红妍 主编	26.00
施工企业会计(第2版)(国规教材)	朱宾梅 主编	46.00
土木工程概论(第2版)(本科教材)	胡长明 主编	32.00
理论力学(本科教材)	刘俊卿 主编	35.00
结构力学(高专教材)	赵冬 等编	25.00
材料力学(高专教材)	王克林 等编	33.50
岩石力学(高职高专教材)	杨建中 主编	26.00
岩土材料的环境效应	陈四利 等编著	26.00
计算机辅助建筑设计(本科教材)	刘声远 等编	25.00
建筑施工企业安全评价操作实务	张超 等编	56.00
混凝土断裂与损伤	沈新普 等著	15.00
建设工程台阶爆破	郑炳旭 等编	29.00
建筑工程安全技术交底手册	罗凯 编著	78.00
地铁结构的内爆性效应与防护技术	孔德森 等著	20.00



北航

C1632551

双峰检

• 目 录 •

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 国内外研究综述	5
1.2.1 数值流形方法研究现状	5
1.2.2 岩石冲击断裂模拟研究现状	7
1.2.3 岩石冲击损伤模型研究现状.....	10
1.3 本书的主要内容.....	16
第2章 六重物理覆盖的数值流形方法	17
2.1 数值流形方法的基本理论.....	17
2.2 六重物理覆盖形成的流形单元.....	20
2.2.1 流形方法的六重物理覆盖系统.....	20
2.2.2 覆盖位移函数和覆盖权函数.....	21
2.3 二次位移函数的单元矩阵.....	25
2.3.1 总体位移函数	25
2.3.2 单元矩阵.....	28
2.4 二次位移函数的单纯形积分.....	29
2.5 数值流形方法计算程序及其前处理开发	31
2.5.1 数值流形方法计算程序简介.....	31
2.5.2 数值流形方法前处理的初步开发	32
2.6 数值算例	34
2.6.1 悬臂梁的弹性变形及应力计算.....	34
2.6.2 简支梁的弹性变形计算	35
2.6.3 深梁的应力计算	36
2.6.4 应力集中问题的计算	38
2.6.5 层状岩石边坡滑动过程模拟.....	40

第3章 岩石冲击断裂的数值流形方法模拟	43
3.1 引言	43
3.2 裂纹扩展过程中的单元变化	44
3.3 裂纹尖端的应力强度因子及裂纹扩展判据	48
3.3.1 应力强度因子的计算	48
3.3.2 裂纹扩展判据	53
3.4 静态裂纹扩展算例	54
3.4.1 拉伸载荷作用下的裂纹扩展模拟与应力强度因子计算	54
3.4.2 压缩载荷作用下的裂纹扩展	58
3.4.3 渗流条件下的岩石边坡裂纹扩展	60
3.5 动态裂纹扩展模拟	65
3.5.1 数值流形方法的动力学求解格式	65
3.5.2 动态裂纹计算模型	71
3.5.3 算例分析	72
3.6 动态裂纹产生与扩展模拟	76
3.6.1 动态裂纹产生与扩展的理论分析	76
3.6.2 大变形及接触问题的处理	77
3.6.3 算例分析	78
第4章 岩石冲击损伤的数值流形方法模拟	91
4.1 引言	91
4.2 基于应力波衰减的岩石冲击损伤模型	91
4.2.1 损伤变量的定义	91
4.2.2 损伤演化方程的建立	96
4.2.3 含损伤的本构方程	97
4.2.4 损伤判据的建立	98
4.3 流形程序扩展及程序计算流程	98
4.3.1 动态载荷的添加	99
4.3.2 模型的具体计算流程	100

目 录 —|| VII

4.4 冲击损伤应力传播过程模拟	102
4.4.1 计算模型与计算参数	103
4.4.2 模拟结果与分析	104
第5章 DDA 在岩石冲击破坏模拟中的应用	116
5.1 引言	116
5.2 DDA 的基本理论	119
5.2.1 块体的变形矩阵与平衡方程	119
5.2.2 块体应力、应变及载荷分析	121
5.2.3 块体系统的接触与运动分析	122
5.3 DDA 的应用	125
5.3.1 DDA 计算程序流程	125
5.3.2 应用实例	127
参考文献	134

第1章 绪论

1.1 引言

冲击载荷作用下岩石等脆性材料的动力反应特性研究在国民经济生产建设部门及国防等领域中有着广泛的应用背景^[1, 2]。在冲击载荷作用下，岩石等材料承受快速变化的外载荷，会表现出很强的动态特性，这与在静态作用下表现出的力学特性与破坏模式有很大的不同^[3, 4]。翟越等^[5~7]通过动态加载实验的方法发现，随着应变率的增加，不仅岩石的抗压强度增大，而且岩石的破碎程度也有所提高，表现为碎块尺寸的减小和数量的增加，如图 1-1 所示。动态抗压强度

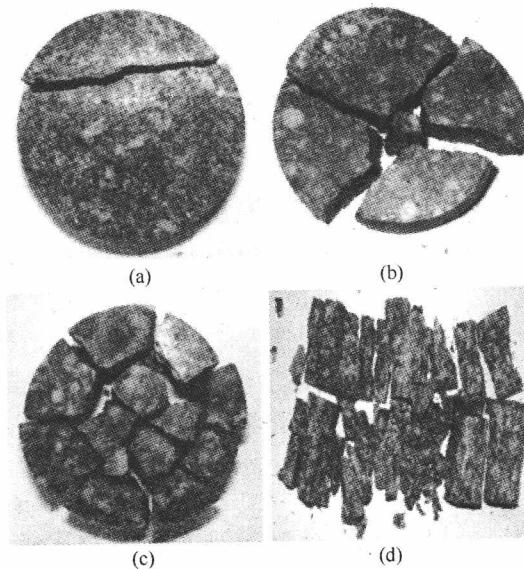


图 1-1 不同应变率下花岗岩在单轴冲击压缩载荷实验中的破碎形式

- (a) 应变率为 50s^{-1} ；(b) 应变率为 75s^{-1} ；(c) 应变率为 97s^{-1} ；
(d) 应变率大于 97s^{-1}

随应变率的增加而提高的一个重要原因，是随着应变率的增加，材料的动态断裂韧度增大，而裂纹尖端的动态应力强度因子降低，使材料裂纹扩展就需要更高的外载荷，因此材料的抗压强度增加。同时，随着应变率的增加，临界裂纹初始长度减小，而能够扩展的裂纹角度范围扩大，因而扩展裂纹的数量增多，导致试样破碎程度增加。

目前对岩石在冲击载荷作用下的力学响应问题已经进行了大量且较为深入的理论和实验研究。但由于理论模型和实际问题都有一定差距，且有很多理论解，所能求解的问题也很有限；而实验方法虽然能够真实客观地反映材料的实际破坏过程，但由于实验费用高、可重复性差等特点也导致其在实际问题中的应用存在很大的局限性。相比之下，数值方法具有方便、费用低及可重复性好等优点而在实际问题分析中得到较为广泛的应用。因此，如何利用数值方法更真实确切地反映岩石在冲击载荷作用下的破坏过程和破坏规律具有非常重要的理论意义和实用价值。

数值分析方法在近代科学的研究中具有不可替代的作用，近年来随着求解问题的日趋复杂和计算机的广泛普及，情况更是如此。目前在工程计算中，常用的数值分析方法主要有^[8]：适用于连续介质的有限差分法、有限元法、边界元法、加权余量法和适用于非连续介质的刚体元法、离散元法、非连续变形分析法以及最近几年才发展起来的综合应用于连续与非连续介质的数值流形方法。

有限差分法是求解给定初值和（或）边值问题的较早的数值方法之一^[9]。它的主要思想是将待解问题的基本方程组和边界条件近似地改用差分方程来表示，从而把求解微分方程的问题转化为求解代数方程的问题。它用等间距的格子作为网格，因而比解析法更为普遍，但它要求所求解的函数为平滑函数，这限制了差分方法的应用范围，也因此而促进了有限元法的发展和应用。

有限元法是目前在数值计算方法中应用最多的一种数值计算方法^[10]，它已广泛应用于结构分析和岩土工程中。如专门用于求解爆炸与冲击的 LS - DYNA 子程序已被广泛地应用到岩石爆破和冲击模拟中。然而随着求解问题的复杂化，有限元法也暴露出许多难以处理和有待解决的问题。单元离散和网格划分本来是有限元法赖以存在的

基础，但一直以来，它们也极大地制约了有限元法的发展。尤其是对于裂纹扩展等问题，在计算过程中还必须不断更新有限元网格，这极大地增加了程序控制的复杂性，降低了数值解的精度。因此，人们从其他不同的角度来发展新的数值方法以弥补有限元法的不足。

边界元法是在 20 世纪 60 年代发展起来的求解边值问题的一种数值方法^[11, 12]。它把边值问题归结为求解边界积分方程问题，以边界位移和应力同时作为未知量，只需在边界上剖分单元，进而可求出区域内任意点的场变量^[13, 14]，与有限元法相比，具有降低维数、计算工作量少、精度较高等优点，故已在许多领域得到了具体应用，尤其是对均质和无限与半无限域问题更为方便，但其不足之处是对于非连续介质、非线性问题，与有限元法相比不够灵活、有效。

突破连续介质力学计算模型框架的离散单元法是 Cundall 教授于 1971 年提出的一种特别适合于节理岩体计算的数值分析方法^[15~17]。它以不连续面切割而成的离散块体为基本单元，通过牛顿第二定律来描述各块体的运动。其缺点在于：必须引入人工阻尼以使系统达到平衡、运动趋于稳定。为了保证迭代能够顺利进行，有时不得不将步长取得足够小，从而导致计算时间较长，有时计算还有可能不收敛。

石根华博士于 1984 年提出了一种新的用于岩体变形不连续分析的数值方法——DDA^[18~22]。DDA 是在块体运动学基础上，部分吸收离散单元法的优点而发展起来的一种与有限元法并行的数值分析方法。它以被有限的不连续面切割而成的离散块体为基本单元，通过块体间的接触和作用在各块体上的位移约束条件，把若干个单独的块体连接成一个块体系统，并由系统最小势能原理建立总体平衡方程组，通过在块体接触面上施加或移去刚性弹簧的办法，使块体间不存在侵入和张拉现象，由此也使边界条件得以满足。目前该方法在二维问题的研究中已经取得了很大进展，但三维 DDA 理论发展还比较缓慢。而且当被分析对象离散程度较低时，DDA 并不是很有效，于是石根华又在此基础上提出了数值流形方法。

1991 年石根华博士又提出了一种更新的数值方法——数值流形方法^[24]。该方法是以 DDA 中的块体运动学理论为基础，吸收了有限元法、DDA 和解析法的优点，利用现代流形的覆盖技术而发展起来

的求解连续和非连续问题的统一数值方法。数值流形方法不仅可以像 DDA 那样有效地模拟不连续面的接触和块体的运动，而且还可以像有限元法那样精确求解块体内部的应力分布，是一种具有相当发展潜力的数值方法。

从上面的介绍中可以看出，每种数值分析方法都有其优越性，也有其局限之处。对于某种特定的问题而言，可能某一种或几种数值分析方法要比其他的数值分析方法具有特殊的优越性。但对于岩石这种连续部分与非连续部分共存的特殊介质来说，适合于连续介质的有限元法与适合于非连续介质的离散元法以及 DDA 都不能很好地对其进行有效的模拟。对于这种特殊的介质来说，似乎数值流形方法更适合于模拟其力学过程。图 1-2 所示的是利用各种数值分析方法对一具体

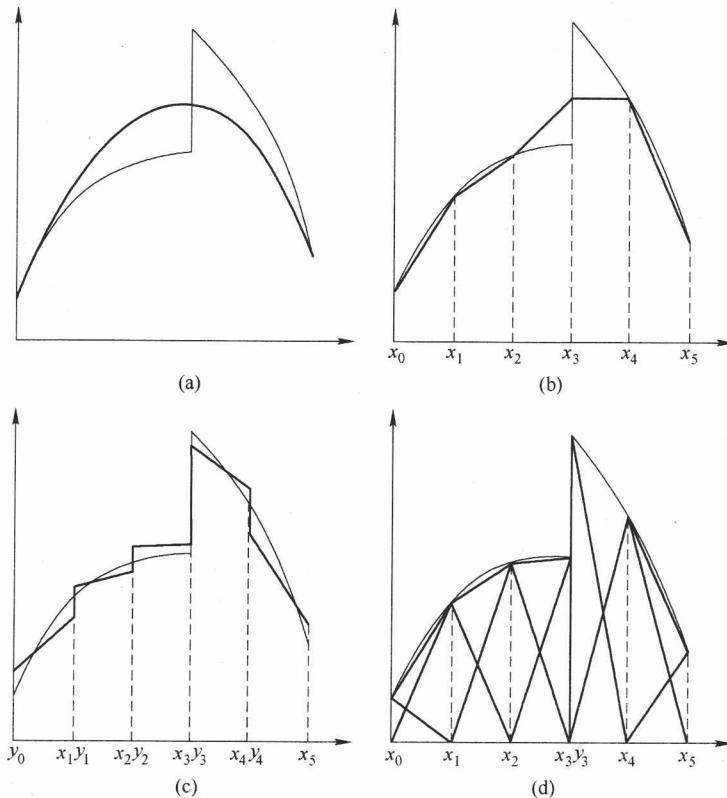


图 1-2 不同数值方法精度比较

问题进行计算时的精度比较。它表示在一维情况下采用不同方法逼近一个特性函数（以细线表示）的精度，该函数在一点上不连续。图 1-2 (a) 中加粗的平滑曲线表示解析法和有限差分法的近似解；图 1-2 (b) 中的分段平滑粗线表示的是有限元法的近似解；图 1-2 (c) 中非连续的粗线段表示离散元法和非连续变形分析的近似解；图 1-2 (d) 表示数值流形方法的近似解。由图 1-2 可见，数值流形方法描述的近似函数比其他方法更加接近于待分析函数。

不过从图 1-2 中也应该看到，该问题的特殊性在于它并不是一条完全连续的曲线，而是有一个中间跳跃点，这也只能说明对于这类特殊的问题而言，数值流形方法是比较有效的。从本书后面的介绍中也可以看出，数值流形方法主要是用来模拟裂纹的产生、扩展等出现非连续间断点的问题，而对于其他研究对象如完全连续介质或完全非连续介质的分析来说，它目前不比有限元法、离散元法及 DDA 更为方便和直接。

1.2 国内外研究综述

为了充分发挥数值方法在科学的研究中的作用，同时也为了改善目前岩石数值计算方法的现状，数值流形方法应运而生，并在较短的时间内获得了较大的发展和应用。本书拟在基于数值流形方法理论的基础上开发出一种适合于模拟岩石在冲击载荷作用下的宏观裂纹扩展及微损伤演化规律的数值计算方法。基于此，本节分别对数值流形方法的产生、发展和应用现状，岩石冲击断裂模拟研究现状以及岩石冲击损伤模型研究现状这三部分内容进行介绍。

1.2.1 数值流形方法研究现状

数值流形方法是石根华博士于 1991 年以拓扑流形和微分流形为基础，吸收传统有限元和不连续运动学的优点，采用有限覆盖方法把连续和不连续变形力学问题统一于完整的表达式中而提出的一种高度统一的数值计算方法^[23~27]。之后石根华又多次发表论文进一步阐明了数值流形方法的概念和基本原理^[28~38]。从此，国内外的很多学者也开始对数值流形方法进行研究，目前它已经在岩土工程分析和结构

分析中得到了较广泛的应用。总的来说，国内外对数值流形方法的研究主要集中在以下两个方面：

一是将数值流形方法理论加以发展和完善。如林德璋和莫海鸿^[40]结合无网格伽辽金法，提出了无网格的数值流形方法；Shyu K 和 M. R. Salami^[41]在数值流形方法中引入了四节点等参单元；Qiu Xiangjun^[42]提出了无罚弹簧的数值流形方法；Chen Guangqi^[43]将物理覆盖的覆盖函数从常数提高到线性函数；Wang Shuilin^[44]研究了全一阶覆盖位移函数的数值流形方法；王芝银^[45]对数值流形方法在岩土工程中的具体实施方法作了一些改进；曹文贵^[46]研究了数值流形元覆盖系统的形成方法，探讨了岩石块体系统数值流形方法的数学覆盖和物理覆盖及流形元的形成技术；张湘伟、蔡永昌^[47, 48]研究了当采用矩形覆盖系统时，覆盖及流形单元自动生成的算法程序。此外，还有很多研究人员对数值流形方法的理论加以改进和完善。

二是将数值流形方法加以推广应用。目前数值流形方法在岩石和混凝土结构的裂纹扩展模拟中应用较多。如周维垣等^[49~51]采用无网格的流形单元模拟了梁的弯曲变形和裂纹扩展问题，首次将流形方法应用于工程实践；Zhang GX^[52]用流形方法模拟了热应力作用下裂纹的扩展问题；王水林^[53~54]对外力作用下岩石中裂纹的扩展问题进行了数值模拟；王芝银^[45]利用流形方法研究岩石的大变形问题，建立了大变形分析流形方法的计算公式，完成了相应的程序，并成功应用于工程实践；朱以文等^[55]将增量流形方法推广到岩石大变形问题，并模拟了岩石中裂缝的发展和大变形；张大林等^[56]讨论了数值流形方法在裂纹动态应力强度因子计算中的应用；另外 Zhang Guoxin^[57]还将数值流形方法与边界元法相结合用于研究裂纹扩展的模拟。

同时，数值流形方法在液固相互作用方面也有相应的应用。Te - Chih^[59]采用数值流形方法研究了分析区域内液体和固体的相互作用问题；孙跃^[60]采用流形元与有限元耦合的方法研究了不连续体在地下水作用下的破坏过程。

此外，还有很多学者对数值流形方法的理论研究和应用推广做了大量的工作。

从以上的介绍可以看出，尽管数值流形方法出现比较晚，但是由

于其具有的独特优越性使得它在很多领域都开始有所应用，从连续介质到非连续介质，从无初始缺陷的均质连续材料到含有初始裂纹的材料体，并且也越来越显示出其巨大的优越性。

但是到目前为止，有关数值流形方法在材料动态断裂及损伤方面的研究还很少见。众所周知，岩石等天然形成的地质材料都不可避免地含有宏观的初始裂纹和微观的初始损伤，同时很多岩石工程结构物又经常处于动态载荷的作用下，所以如何更好地模拟这些含有初始裂纹和初始损伤的材料在外力作用下的破坏过程具有至关重要的意义。目前的数值流形方法虽然在断裂方面有着大量的应用，但是绝大部分都属于静态断裂的范畴，而在动态载荷如爆炸、冲击等作用下破坏问题的研究还很少见。在动态载荷作用下，数值流形方法的求解格式及求解方法等问题都要相应地有所改变。同时如果要把损伤引入到数值流形方法的基本方程中，并用相应程序来实现它肯定也存在着一定的困难，这些都是值得研究的重要课题。另外，由于数值流形方法出现的时间比较短，对许多实际工程问题考虑得还不是很符合实际，因而通常是采用相对简化的模型。

尽管数值流形方法目前还存在着一定的不足，但是，由于它建立了连续与不连续之间的统一，所以它在岩石冲击断裂损伤以及岩土爆破等领域中的应用前景还是非常广阔的。

1.2.2 岩石冲击断裂模拟研究现状

从 20 世纪 20 年代初 Griffith 开创性地提出断裂力学以来，准静态情况下的线弹性、弹塑性以及黏弹性材料的断裂力学行为已经得到了广泛而深入的研究^[61]。在动载作用下，由于材料内部存在着不可忽略的惯性力，导致了动态问题的复杂性，所以关于材料动态断裂问题的研究还显得不够。在工程实践中，很多结构都是处在动态冲击载荷的作用下，因此在冲击载荷作用下对含裂纹体结构的动态响应问题的研究成为多年来学术界关注的一个焦点问题。

动态断裂力学（或断裂动力学）通常被认为是由物理学家 Mott 于 1948 年发表的奠基性研究论文开始的^[62]，它主要研究两类问题^[61~64]：一是裂纹静止而外力随时间迅速变化（例如冲击、波动和